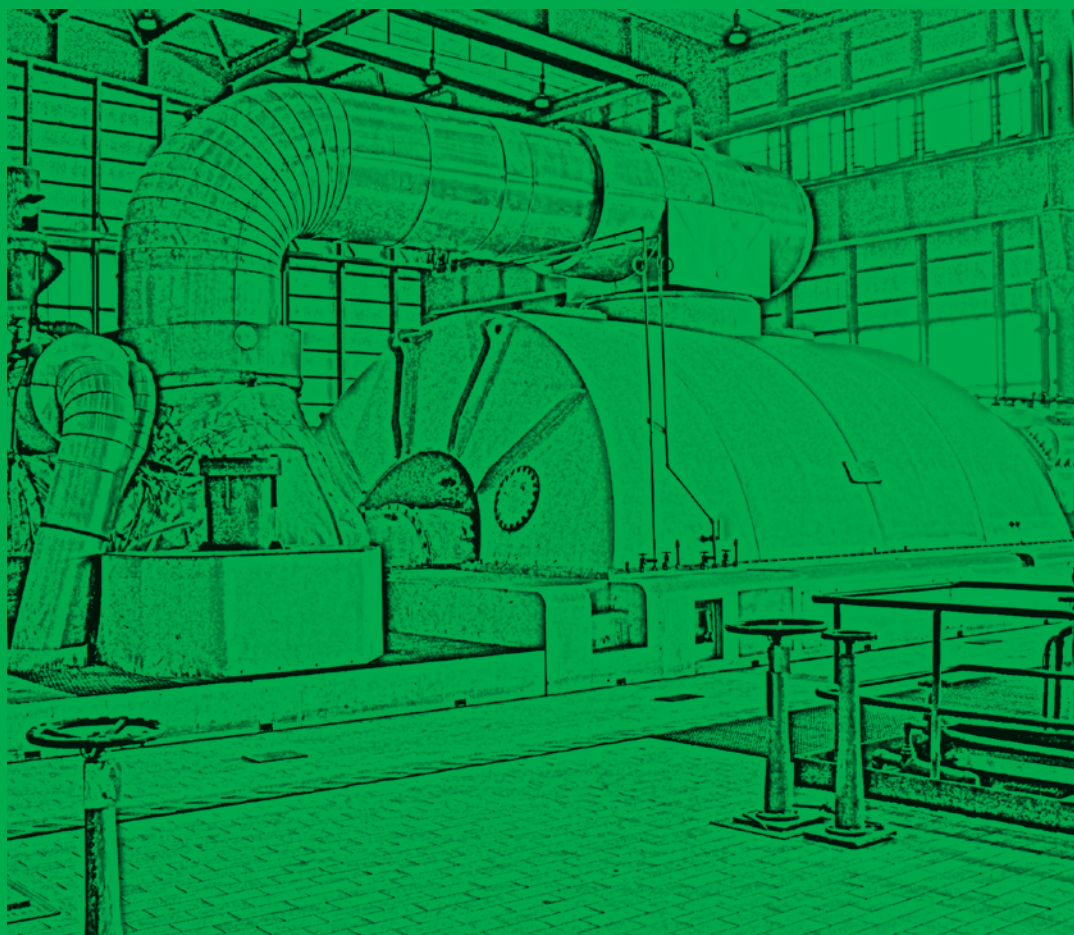


# Impianti motori a vapore e a gas

Con cenni sugli impianti combinati  
e sugli impianti idroelettrici

UNICApress/didattica

Giorgio Cau



Il presente volume di “Impianti motori a vapore e a gas” è il frutto di una rielaborazione del testo di “Appunti alle lezioni di Sistemi energetici”, che per anni è stato un valido supporto didattico per gli allievi del corso di laurea in Ingegneria Meccanica dell’Università degli Studi di Cagliari.

Il volume contiene tutti gli argomenti trattati nell’insegnamento di “Sistemi energetici”, sviluppati ed esposti con giusto approfondimento, e fornisce allo studente uno strumento completo ed esauriente, utile per lo studio della materia e per la preparazione all’esame.

Oltre alla trattazione degli impianti motori termici a vapore e a gas, che costituiscono le tecnologie principalmente utilizzate per la generazione dell’energia elettrica, il volume riporta cenni sugli impianti combinati gas-vapore e sugli impianti idroelettrici, propedeutici ad approfondimenti sviluppati nell’ambito di altri insegnamenti specialistici.

UNICApres/didattica



# Impianti motori a vapore e a gas Con cenni sugli impianti combinati e sugli impianti idroelettrici

Giorgio Cau



Cagliari

UNICApress

2021

Impianti motori a vapore e a gas  
Con cenni sugli impianti combinati e sugli impianti idroelettrici  
Prima edizione  
Immagine di copertina, impaginazione e grafica di Giorgio Cau

Tutti i contenuti di questo volume sono redatti con la massima diligenza e sottoposti a un accurato controllo al fine del pieno rispetto dei diritti di proprietà intellettuale di terzi. Nel caso di testi o immagini non originali sono state verificate e rispettate le condizioni di utilizzazione dichiarate, e dove individuabili, sono citati autori e fonti. Per i materiali liberamente accessibili in internet pubblicati senza riserva di copyright, per i quali, a seguito di una diligente ricerca non è stato comunque possibile risalire all'autore e alle condizioni di utilizzazione, è stato indicato il sito dal quale sono tratti. Per eventuali richieste o segnalazioni in merito all'utilizzo di tali contenuti, si invita a scrivere a [unicapress@unica.it](mailto:unicapress@unica.it).

© Giorgio Cau e UNICApres, 2021  
Licenza CC-BY-SA 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>)

Il volume è pubblicato con il supporto finanziario di UNICApres

Cagliari, UNICApres, 2021 (<http://unicapress.unica.it>)  
ISBN cartaceo: 9788833120409  
ISBN online: 9788833120416  
Doi: 10.13125/unicapress.978-88-3312-041-6



REGIONE AUTÓNOMA DE SARDIGNA  
REGIONE AUTONOMA DELLA SARDEGNA



Fondazione  
di Sardegna



COMUNE DI CAGLIARI



Comune  
di Monserrato



Ministero dell'Università  
e della Ricerca



Banco di Sardegna  
BPER Gruppo

# Indice

<b>PREFAZIONE</b>	7
<b>1 Generalità sui sistemi energetici, fonti e domanda di energia</b>	11
1.1 Sistemi energetici e fonti di energia	11
1.2 Previsione dei fabbisogni di energia elettrica	17
1.3 Panorama mondiale della domanda di energia primaria e di energia elettrica	23
<b>2 Elementi introduttivi allo studio degli impianti motori termici</b>	29
2.1 Richiami sull'equazione di conservazione dell'energia	29
2.2 Considerazioni preliminari sulle caratteristiche costruttive (soluzioni impiantistiche) e funzionali (cicli termodinamici) degli impianti motori termici	44
2.3 Bilancio energetico e rendimento globale degli impianti motori termici	53
2.4 Consumo specifico degli impianti motori termici	60
2.5 Rendimento composto di un impianto motore termico	67
2.6 Diagrammi di carico e fattore di utilizzo di un impianto motore termico per la produzione di energia elettrica	79
2.7 Costo di produzione dell'energia elettrica	88
2.8 Richiami sui fluidi operativi e loro proprietà	95
<b>3 Impianti motori a vapore</b>	111
3.1 Circuito elementare e cicli termodinamici	111
3.2 Metodi per aumentare il rendimento del ciclo	127
3.3 Rigenerazione con spillamenti di vapore	148
3.4 Analisi dei componenti dell'impianto a vapore	164

<b>4</b>	<b>Impianti motori a gas</b>	205
4.1	Circuito elementare e ciclo termodinamico	205
4.2	Rigenerazione termodinamica	247
4.3	Regolazione della potenza	269
4.4	Impianti di turbina a gas a due assi	276
<b>5</b>	<b>Introduzione agli impianti combinati e alla cogenerazione</b>	285
5.1	Potenzialità del recupero dell'energia termica rilasciata dalle turbine a gas	285
5.2	Impianti combinati gas-vapore	286
5.3	Cogenerazione	297
<b>6</b>	<b>Introduzione agli impianti idroelettrici</b>	303
6.1	Generalità sugli impianti idroelettrici	303
6.2	Bilancio energetico dell'impianto motore idraulico	305



# Prefazione

Il presente volume, frutto di una rielaborazione delle dispense di *“Appunti alle lezioni di Sistemi energetici”*, costituisce un valido supporto didattico per gli allievi del corso di *“Sistemi energetici”*, impartito nell’ambito del corso di laurea in ingegneria meccanica dell’Università di Cagliari. Il volume contiene tutti gli argomenti trattati dall’insegnamento di Sistemi energetici, sviluppati ed esposti con giusto approfondimento, e fornisce allo studente uno strumento completo ed esauriente utile per lo studio della materia e per la preparazione all’esame.

Il volume si articola in sei capitoli di cui due, il terzo e il quarto, riguardano, in particolare, gli impianti motori termici a vapore e a gas rispettivamente, ossia le tecnologie principalmente utilizzate per la generazione dell’energia elettrica e che realizzano circa i due terzi dell’intera produzione mondiale.

Più specificamente, il primo capitolo, intitolato *“Generalità sui sistemi energetici, fonti e domanda di energia”*, fornisce un primo inquadramento delle tecnologie di conversione industriale dell’energia in relazione alla natura delle diverse fonti utilizzate. Il capitolo riporta inoltre alcuni cenni sui criteri di valutazione dei fabbisogni di energia e una breve sintesi della domanda mondiale di energia primaria e di energia elettrica.

Nel secondo capitolo, intitolato *“Elementi introduttivi allo studio degli impianti motori termici”*, viene inizialmente approfondito, in termini generali, il tema del bilancio energetico dei sistemi energetici nel loro complesso e dei loro specifici componenti, con alcuni essenziali richiami di concetti basilari della termodinamica. Entrando più nel merito degli impianti motori termici vengono riportate alcune considerazioni preliminari sulle loro caratteristiche costruttive (soluzioni impiantistiche) e funzionali (cicli termodinamici) e successivamente vengono introdotti e discussi gli indici di merito per la valutazione delle loro prestazioni energetiche, quali in particolare il rendimento e il consumo specifico di combustibile. Vengono poi presentati e discussi ulteriori elementi caratteristici degli impianti motori per la generazione elettrica, quali i diagrammi o profili di carico, il fattore di utilizzo, il costo di produzio-

ne dell'energia elettrica. In preparazione alla trattazione degli impianti motori a vapore e a gas nei due successivi capitoli, e in particolare allo studio dei rispettivi cicli termodinamici, vengono infine riportati alcuni richiami sulle caratteristiche peculiari dei fluidi operativi e sulla valutazione delle loro proprietà.

Il terzo capitolo, intitolato *"Impianti motori a vapore"*, tratta lo studio degli impianti motori con turbine a vapore d'acqua, che rappresentano la tecnologia di generazione elettrica più diffusa nelle grandi centrali termoelettriche, insieme a quella degli impianti a ciclo combinato gas-vapore basati sulle turbine a gas. In questo capitolo vengono preliminarmente descritti il circuito elementare e i cicli termodinamici a vapore d'acqua (di Rankine e di Hirn) di riferimento. Lo studio dei cicli viene poi approfondito con l'analisi dei metodi per aumentare il rendimento, con particolare riguardo alla rigenerazione termodinamica mediante spillamenti di vapore dalla turbina. Infine, vengono analizzati nel dettaglio i principali componenti dell'impianto (generatore di vapore, turbine, pompe, condensatore, degasatore, scambiatori di calore rigenerativi) attraverso la descrizione delle loro caratteristiche costruttive e funzionali e la formulazione dei bilanci di materia e di energia.

Il quarto capitolo, intitolato *"Impianti motori a gas"*, tratta lo studio degli impianti motori con turbine a gas, che costituiscono l'altra tecnologia di generazione elettrica più diffusa nelle grandi centrali termoelettriche, specie attraverso il loro utilizzo negli impianti combinati. Come per gli impianti a vapore, in questo capitolo vengono preliminarmente descritti il circuito elementare e il ciclo termodinamico (di Joule-Brayton) di riferimento. Vengono approfonditi, nelle sedi ideale, limite e reale, i criteri di valutazione e di ottimizzazione delle prestazioni caratteristiche, come il rendimento e il lavoro specifico, con successivi cenni ai criteri di regolazione della potenza. Il capitolo propone inoltre lo studio di soluzioni termodinamiche e impiantistiche particolari, come i cicli con rigenerazione, di particolare interesse per le turbine a gas di piccola potenza e le microturbine a gas, e gli impianti di turbina a gas a due assi.

Il quinto capitolo concerne *"Introduzione agli impianti combinati e alla cogenerazione"*. Entrambi i temi degli impianti combinati e della cogenerazione sono oggetto di studio approfondito nell'ambito dell'insegnamento di *"Tecnologie Energetiche industriali"* del corso di laurea magistrale in ingegneria meccanica. Il presente capitolo fornisce una semplice introduzione ai principi informatori degli impianti a cicli combinati gas-vapore e della cogenerazione. Per quanto riguarda gli impianti combinati, in particolare, vengono riportati brevi cenni sulle caratteristiche costitutive e funzionali con riferimento ad una semplice configurazione impiantistica e definito il relativo bilancio energetico.

Per quanto riguarda la cogenerazione, infine, vengono illustrati e discussi, senza entrare nel merito di specifiche soluzioni impiantistiche, alcuni indici caratteristici di prestazione.

Il sesto capitolo concerne *“Introduzione agli impianti idroelettrici”*. Il tema degli impianti idroelettrici è oggetto di studio approfondito nell’ambito dell’insegnamento di *“Tecnologie delle energie rinnovabili”* del corso di laurea magistrale in ingegneria meccanica. Il presente capitolo fornisce una breve introduzione all’argomento, attraverso una descrizione generale dell’impianto idraulico, lo sviluppo del bilancio energetico e la definizione dei rendimenti caratteristici.

Il presente volume è stato realizzato anche grazie alla collaborazione dell’ing. Francesca Frongia, che ha fattivamente contribuito alla stesura della prima bozza delle dispense di *“Appunti alle lezioni di Sistemi Energetici”* e al successivo perfezionamento di disegni e figure.

Cagliari, dicembre 2021

Prof. Ing. Giorgio Cau



# Capitolo 1

## Generalità sui sistemi energetici, fonti e domanda di energia

### 1.1 Sistemi energetici e fonti di energia

#### Definizione di Sistema Energetico

Comunemente, un Sistema Energetico può essere definito come un complesso di organi atto a convertire energia, primaria e non, nelle sue varie forme (meccanica, chimica, nucleare), in altre forme e in effetti utili di pratico utilizzo nei diversi settori produttivi.

Questa definizione è molto generale e include praticamente tutti gli impianti di conversione e trasformazione energetica, motori e operatori.

Gli impianti motori sono impianti convertitori di energia preposti alla produzione di energia elettrica, o meccanica più in generale, a partire da fonti di energia primaria (fonti energetiche naturali), quali i combustibili fossili (carbone petrolio e gas) e le fonti energetiche rinnovabili (solare, eolica, geotermica, da biomasse, marina, ecc.), o da prodotti energetici da esse derivate, in particolare i combustibili di sintesi ottenuti dalla raffinazione o da altri processi chimico-fisici di trasformazione dei combustibili fossili.

Gli impianti operatori sono impianti che utilizzano energia elettrica, o meccanica più in generale, utilizzandola per scopi particolari o per produrre effetti utili diversi (impianti di refrigerazione e di climatizzazione, impianti di compressione di gas e di pompaggio di liquidi, ecc.).

Gli impianti motori possono effettuare la conversione dell'energia attraverso un ciclo termodinamico, in tal caso si parla di impianti moto-

ri termici, o senza interessare un ciclo termodinamico, realizzando una conversione diretta in energia elettrica o meccanica, ad esempio mediante processi elettrochimici (celle a combustibile), fotoelettrici (ricevitori solari fotovoltaici) o meccanici (impianti idraulici, eolici e altri impianti a fonti rinnovabili di natura meccanica, ad esempio maree e moto ondoso). Anche gli impianti operatori possono operare mediante un ciclo termodinamico, ne sono un esempio gli impianti di refrigerazione e di condizionamento. In realtà, le celle a combustibile e gli impianti solari fotovoltaici non sono veri e propri impianti motori ma, più propriamente, convertitori statici, mentre l'appellativo di impianti motori è appropriato per gli impianti idraulici ed eolici in quanto convertitori dinamici.

Nella presente trattazione si farà esclusivo riferimento agli impianti motori, principalmente agli impianti motori termici a vapore e a gas, mentre gli impianti operatori sono oggetto di altri insegnamenti.

### **Classificazione delle fonti di energia primaria**

Le fonti di energia primaria possono essere classificate in vari modi, in relazione a caratteristiche e tipologia. Storicamente si faceva distinzione, nel passato, tra fonti convenzionali (tipicamente quelle di maggiore e più consolidato impiego nella produzione industriale di energia elettrica, quali i combustibili fossili e nucleari, l'energia idraulica e l'energia geotermica) e non convenzionali (tipicamente le altre energie rinnovabili). Le fonti rinnovabili hanno però assunto, oramai da molti anni, un ruolo di rilievo e non più marginale nella produzione di energia elettrica, per cui la classificazione prevalente è ora quella che distingue tra fonti energetiche defluenti, o rinnovabili, e fonti energetiche esauribili, o non defluenti o non rinnovabili.

#### *Fonti energetiche esauribili o non rinnovabili*

Sono denominate esauribili, o non rinnovabili (o non defluenti), le fonti di energia primaria il cui utilizzo ne riduce la disponibilità futura. Sono evidentemente esauribili i combustibili fossili poiché i tempi impiegati per la loro formazione nel corso delle varie ere geologiche sono di molti ordini di grandezza maggiori dei tempi interessati al loro sfruttamento; in altri termini sono risorse che non si rigenerano nel breve periodo. Sono pertanto fonti energetiche esauribili:

- Combustibili fossili
  - carbone
  - petrolio
  - gas naturale
- Combustibili nucleari (materiali fissili)

Si osserva che con il termine carbone si fa riferimento, in senso lato, ad una vasta gamma di combustibili fossili allo stato solido, da quelli di

formazione più recente (torbe e ligniti) a quelli più antichi (litantraci e antraciti); parimenti, con il termine petrolio si fa riferimento ad una vasta gamma di combustibili fossili allo stato liquido che differiscono in relazione alle caratteristiche geomorfologiche dei giacimenti.

#### *Fonti energetiche defluenti o rinnovabili*

Sono denominate defluenti, o rinnovabili, le fonti di energia primaria la cui disponibilità futura è indipendente dalla utilizzazione attuale, passata e futura. L'utilizzo passato presente e futuro delle fonti energetiche solare, eolica, idraulica, ecc., non ne pregiudica, infatti, la continuità della disponibilità futura. È annoverata tra le fonti energetiche rinnovabili anche l'energia geotermica poiché, in virtù della sua enorme consistenza, l'utilizzo attuale non ne pregiudica, ugualmente, la disponibilità futura. Sono pertanto fonti energetiche rinnovabili:

- Energia solare
- Energia idraulica
- Energia eolica
- Energia geotermica
- Energia delle biomasse
  - solide
  - biogas
  - biocombustibili
  - rifiuti urbani
- Energia del mare
  - del moto ondoso,
  - delle maree,
  - delle correnti sottomarine
  - dei gradienti termici sottomarini
  - ecc.

È appena il caso di osservare che ad eccezione dell'energia geotermica, le fonti rinnovabili idraulica, eolica, del mare e delle biomasse, sono in realtà prodotte dall'energia solare incidente sul pianeta. L'energia idraulica trae infatti origine dal ciclo dell'acqua (evaporazione per effetto dell'energia solare e precipitazioni al suolo a diversi livelli di quota), l'energia eolica è determinata dai gradienti di pressione atmosferica originati dai gradienti di temperatura della superficie terrestre e della sua atmosfera, l'energia marina è in gran parte determinata dall'azione dinamica dei venti (moto ondoso) e dalle correnti dovute ai gradienti termici, l'energia delle biomasse (con principale riferimento alle biomasse di origine vegetale) deriva essenzialmente dalla fotosintesi clorofilliana, processo biochimico alimentato dalla luce solare attraverso il quale si realizza la sintesi di materia organica (carboidrati in termini generali) a partire da carbonio inorganico (anidride carbonica) e acqua.

## Processi e tecnologie di conversione delle fonti di energia primaria

La tabella 1.1.1 riporta, in sintesi, un'illustrazione schematica dei processi di trasformazione, delle modalità e delle tecnologie di conversione delle più comuni fonti di energia primaria.

**Tabella 1.1.1.** Sintesi dei processi e delle tecnologie di conversione delle energie naturali.

Fonte di energia	Forma dell'energia	Processo di trasformazione	Modalità di conversione	Tecnologia di conversione
combustibili fossili (carbone, petrolio, gas naturale)	potenziale chimica	combustione gassificazione reforming	termodinamica (tutti i combustib.)	IV TG, MCI, IGCC
			diretta (gas)	FC
idraulica	potenziale mecc./cinetica	processo fluidodinamico	diretta	TI
eolica	cinetica	processo fluidodinamico	diretta	TE
geotermica	termica	estrazione fluido geotermico	termodinamica	IV, ORC
biomassa	chimica	combustione digestione gassificazione pirolisi	termodinamica (tutti i combustib.)	IV, ORC TG, MCI
			diretta (gas)	FC
solare	radiaz. elettrom.	concentrazione raccolta	termodinamica	CSP (IV, ORC, MS, TG)
			diretta	PV

CSP Impianti solari termici a concentrazione (Concentrated Solar Power)

FC Celle a combustibile (Fuel Cell)

IV Impianti a vapore

MCI Motori alternativi a combustione interna

MS Motori Stirling

ORC Impianti motori a fluido organico (Organic Rankine Cycle)

PV Impianti solari fotovoltaici

TE Turbine eoliche

TG Turbine a gas

TI Turbine idrauliche



## **Caratteristiche delle fonti di energia primaria**

Le fonti di energia primaria possono essere qualificate in relazione a tre importanti caratteristiche costitutive:

1. Densità;
2. Permanenza;
3. Intensità nel tempo

La densità rappresenta la quantità di energia contenuta nell'unità di massa o di volume del vettore energetico. I combustibili fossili sono notoriamente fonti energetiche ad elevata densità energetica, definita, nella fattispecie, dal potere calorifico inferiore del combustibile, tipicamente dell'ordine di 50 MJ/kg il gas naturale (in realtà il metano), 42 MJ/kg il petrolio, 25 MJ/kg (in media) il carbone. Ad eccezione delle biomasse e dell'energia geotermica, le fonti energetiche rinnovabili sono caratterizzate da bassa densità.

La permanenza è riferita alla disponibilità futura; in tal senso sono permanenti le fonti energetiche rinnovabili mentre sono non permanenti le fonti energetiche esauribili come i combustibili fossili.

L'intensità nel tempo è riferita alla variabilità (o meno) nel tempo del livello di potenza a cui la fonte è disponibile. L'energia eolica, ad esempio, ha intensità variabile nel tempo in relazione alle fluttuazioni della velocità del vento determinate dalle condizioni meteorologiche, analogamente l'energia del moto ondoso; l'energia solare, ha intensità variabile nel tempo sia in relazione alle fluttuazioni della radiazione solare determinate dalle condizioni meteorologiche, sia all'intermittenza determinata dalla sua ciclicità giornaliera. Il potere calorifico dei combustibili fossili, per contro, non è una caratteristica dipendente dal tempo, poiché esso dipende, in misura marginale, solamente dalla composizione del combustibile in relazione alla località di provenienza. Le fonti energetiche la cui disponibilità è influenzata da fattori estranei al controllo dell'utilizzatore sono dette "non programmabili" (energia eolica, solare, del mare, ecc.); sono dette invece "programmabili" le fonti energetiche la cui gestione è sotto il completo controllo dell'utilizzatore.

Da queste caratteristiche si comprende la preferenza per le fonti energetiche ad elevata densità e a intensità costante quali sono, in particolare, i combustibili fossili. Una fonte energetica con intensità pressoché costante nel tempo e con elevata densità è infatti preferibile, tra i vari motivi, ai fini della regolarità e della programmabilità della produzione di energia elettrica. D'altra parte, il maggiore ricorso alle fonti rinnovabili riduce l'impatto ambientale correlato ai consumi energetici e consente una maggiore diversificazione delle fonti di approvvigionamento, con una conseguente riduzione della dipendenza ed un corrispondente aumento della sicurezza energetica. Il massivo ricorso alle fonti rinnovabili non programmabili nel settore elettrico, quali la

fonte solare e la fonte eolica, pone però problemi di gestione delle reti elettriche ai fini del dispacciamento (la ripartizione programmata della produzione tra i vari impianti di generazione) che possono essere superati solo attraverso l'integrazione del sistema elettrico con sistemi di accumulo di energia (in varie forme) di adeguate dimensioni.

### Esempio di densità energetiche a confronto

Si consideri un impianto idraulico, per il quale il vettore energetico è l'acqua. Il funzionamento di un impianto idroelettrico è legato alla variazione di energia potenziale ovvero al salto geodetico disponibile, secondo la relazione:

$$E_p = mg\Delta z \quad (1.1.1)$$

Sia, per esempio:

$$m = 1000 \text{ kg (1 m}^3\text{)}$$

$$\Delta z = 1000 \text{ m}^1$$

$$\text{ed essendo } g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

risulta:

$$E_p = mg\Delta z = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1000 = 9,81 \text{ MJ}$$

La densità energetica è data, in questo caso, dal rapporto:

$$\frac{E_p}{m} = g\Delta z = 9,81 \cong 10 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Si consideri ora un impianto termoelettrico alimentato con un combustibile fossile (ad esempio un combustibile liquido derivato dal petrolio). In questo caso il vettore energetico è il combustibile e la sua densità energetica è data, come già osservato, dal potere calorifico inferiore  $H_i$ . Se si assume, arrotondando:

$$H_i = 40 \text{ MJ/kg}$$

si osserva che la densità energetica della fonte fossile, pressoché costante, è circa 4000 volte maggiore della densità energetica della fonte idraulica, dipendente, peraltro, dal salto geodetico disponibile. Si osserva però che l'energia idraulica data dal salto geodetico è energia potenziale meccanica, mentre quella data dal combustibile è energia potenziale chimica che viene trasformata prima in energia termica mediante una combustione e poi in energia meccanica attraverso un ciclo termodinamico; per un corretto confronto con l'energia po-

---

<sup>1</sup> Si tratta di un salto geodetico molto elevato; spesso gli impianti idroelettrici sono basati su salti geodetici molto minori, dell'ordine delle decine di metri o, perfino, di qualche metro.

tenziale idraulica essa deve essere perciò ridotta in proporzione al rendimento. Assumendo un rendimento di conversione in energia meccanica dell'ordine del 35÷40%, il rapporto tra le densità energetiche del combustibile fossile e del potenziale idraulico è dell'ordine di 1400÷1600; in ogni caso si osserva che la densità energetica della fonte fossile è maggiore di almeno tre ordini di grandezza rispetto alla densità energetica della fonte idraulica. Ciò spiega le notevoli dimensioni, a parità di potenza, degli impianti idroelettrici (e degli impianti a fonti rinnovabili a bassa densità energetica come l'energia solare e l'energia eolica) rispetto agli impianti termoelettrici.

## 1.2 Previsione dei fabbisogni di energia elettrica

Le caratteristiche costitutive e le tecnologie degli impianti motori di generazione elettrica si sono evolute, nel tempo, in relazione alla crescita della domanda di energia elettrica, che inizialmente, a partire dai primi anni del secolo scorso e, successivamente, dalla fine della Seconda Guerra Mondiale, ha avuto per diversi decenni uno sviluppo pressoché esponenziale.

Il rapido incremento della domanda di energia primaria e, in particolare, il corrispondente incremento della domanda di energia elettrica, ha determinato, sul fronte dell'offerta, un rapido passaggio dalla generazione idroelettrica alla generazione termoelettrica, caratterizzata, come già osservato, da una densità del vettore energetico decisamente superiore. Questo fenomeno fortemente espansivo della domanda di energia ha perciò avuto, come conseguenza, un rapido sviluppo e una rapida evoluzione delle tecnologie degli impianti termoelettrici, caratterizzati da potenze unitarie sempre più elevate, che costituiscono la base, e così sarà ancora per molto tempo, della generazione di energia elettrica.

D'altra parte, la costruzione degli impianti di generazione elettrica, che richiede tempi dell'ordine dei 3÷4 anni dall'inizio dei lavori, senza tenere conto, quindi, dei tempi necessari per l'acquisizione delle necessarie autorizzazioni, è conseguente a studi di pianificazione basati sull'evoluzione della domanda di energia. Per periodi di tempo non eccessivamente estesi, nell'arco, al più, delle decine di anni, si può assumere una crescita della domanda di tipo esponenziale, con un tasso medio annuo di crescita che, in tempi e in situazioni di forte sviluppo, può essere dell'ordine di diversi punti percentuali.

### Legge di crescita esponenziale

La legge di crescita esponenziale è una legge che risponde alla relazione:

$$\frac{dF(t)}{dt} = k \cdot F(t) \quad (1.2.1)$$

dove  $F(t)$  è la generica grandezza il cui valore cresce (o decresce, in senso algebrico) nel tempo<sup>2</sup>. L'equazione (1.2.1) afferma che l'incremento della funzione  $F(t)$  nell'unità di tempo è proporzionale al valore stesso della funzione  $F(t)$ , in un determinato istante, secondo un fattore di proporzionalità  $k$  che rappresenta il fattore di crescita in senso stretto, se positivo, o di regressione, se negativo.

Con riferimento a periodi di tempo di limitata durata, relativamente al fenomeno in osservazione, l'equazione (1.2.1) può essere utilizzata per formulare previsioni di crescita della grandezza  $F$ . È appena il caso di osservare che è opportuno distinguere, in tal senso, tra previsioni e proiezioni. Le previsioni si basano, a meno di imprevisti, su ipotesi relativamente certe e sono originate da modelli matematici più o meno adeguati. Le proiezioni sono basate su diversi "scenari" e sono il risultato, condizionato sempre all'adeguatezza dei modelli matematici utilizzati, al verificarsi degli scenari ipotizzati. Nell'utilizzo della relazione (1.2.1) è più corretto, pertanto, fare riferimento a "scenari di crescita".

L'equazione (1.2.1) può essere riscritta nella forma:

$$\frac{dF}{F} = k \cdot dt \quad (1.2.2)$$

L'equazione (1.2.2) esprime una equazione differenziale ordinaria a variabili separabili, che integrata diventa:

$$\ln(F) = k \cdot t + cost \quad (1.2.3)$$

essendo "cost" una costante di integrazione, da cui:

---

<sup>2</sup> La grandezza  $F$  può essere ad esempio, nel caso che qui interessa, la domanda di energia primaria ovvero la domanda di energia elettrica o, più in generale, la domanda di materie prime, di risorse naturali in genere o, ancora, la crescita della popolazione a livello locale o a livello mondiale, ecc.

$$F(t) = e^{(k \cdot t + cost)} = C \cdot e^{k \cdot t} \quad (1.2.4)$$

posto  $C = e^{cost}$ . La costante  $C$  può essere determinata imponendo come condizione al contorno  $F = F_0$  per  $t = t_0 = 0$ , per cui risulta:

$$F(t) = F_0 \cdot e^{k \cdot t} \quad (1.2.5)$$

L'equazione (1.2.5) esprime il valore della funzione  $F(t)$  al tempo  $t$ , conforme alla relazione (1.2.1), quando sia noto il suo valore  $F_0$  al tempo  $t = 0$ .

Nella relazione (1.2.5) il termine  $k$  rappresenta, come già osservato, il fattore di crescita ( $k > 0$ ) o di regressione o di decrescita ( $k < 0$ ). Supposto di misurare il tempo in anni e che il fattore di crescita sia, ad esempio, pari al 3,5%, si rileva quanto rappresentato in tabella 1.2.1.

**Tabella 1.2.1.** Evoluzione nel tempo della funzione esponenziale  $F$  con tasso annuo di crescita del 3,5%.

t (anni)	$\frac{F}{F_0}$
1	1,036
2	1,073
5	1,191
10	1,419
20	2,014
40	4,055

Si osserva, ad esempio, che con un tasso annuo di crescita del 3,5% la funzione  $F$  presenta un valore pressoché doppio dopo 20 anni, e quadruplo dopo 40 anni.

Ci si chiede, a questo punto quale sia la relazione che fornisce il tempo di raddoppio della funzione  $F$ ; questa relazione, infatti, è estremamente significativa in un contesto di sviluppo a tasso di crescita costante, specie in relazione alle inerenti attività di pianificazione.

Questa relazione può essere identificata imponendo semplicemente la condizione del raddoppio della funzione  $F$  nella relazione (1.2.5):

$$\frac{F}{F_0} = e^{k \cdot t} = 2 \quad (1.2.6)$$

da cui:

$$k \cdot t = \ln(2) = 0,69315 \cong 0,7 \quad (1.2.7)$$

Si ha quindi:

$$k \cong \frac{0,7}{t} \quad (1.2.8)$$
$$t \cong \frac{0,7}{k}$$

La prima delle (1.2.8) fornisce il tasso di crescita  $k$  necessario per avere un raddoppio della funzione  $F$  in  $t$  anni; ad esempio,  $k = 0,07$  (7%) per  $t = 10$  anni. La seconda delle (1.2.8) fornisce invece il numero di anni  $t$  necessari per avere un raddoppio della funzione  $F$  con un tasso di crescita pari a  $k$ ; per esempio,  $t = 7$  per  $k = 0,10$  (10%).

### **Serie storiche della produzione lorda e della domanda di energia elettrica in Italia**

La tabella 1.2.2 riporta una sintesi della produzione lorda di energia elettrica in Italia nel periodo 1950-2018<sup>3</sup>, distinta per tipologia di impianto. Nell'arco del ventennio 1970-1980 l'energia elettrica è stata prodotta in Italia anche mediante impianti nucleari; per economia di spazio la relativa produzione è riportata, in colore rosso, nella colonna dell'energia eolica. La tabella 1.2.3 riporta invece la produzione percentuale per tipologia di impianto rispetto alla produzione totale sempre nello stesso periodo 1950-2018.

---

<sup>3</sup> Dati Terna: <https://www.terna.it/it/sistema-elettrico/statistiche/pubblicazioni-statistiche>

**Tabella 1.2.2.** Produzione lorda di energia elettrica in Italia (GWh) – (\*) Fonte nucleare

Anno	Termoel.	Idroel.	Geoterm.	Eolica	Fotovolta.	Totale
1950	1.798	21.605	1.278			24.681
1960	8.030	46.106	2.104			56.240
1970	70.222	41.300	2.725	3.176 (*)		117.423
1980	133.350	47.511	2.672	2.208 (*)		185.741
1990	178.590	35.079	3.222			216.891
1995	196.123	41.907	3.436	14		241.480
2000	220.455	50.900	4.705	569		276.629
2005	253.073	42.927	5.324	2.347		303.671
2010	231.248	54.407	5.376	9.126	1.906	302.063
2015	192.054	46.969	6.185	14.844	22.942	282.994
2018	192.730	50.503	6.105	17.716	22.654	289.708

**Tabella 1.2.3.** Produzione lorda di energia elettrica in Italia (%) – (\*) Fonte nucleare

Anno	Termoel.	Idroel.	Geoterm.	Eolica	Fotovolta.	Totale
1950	7,28	87,54	5,18			100,00
1960	14,28	81,98	3,74			100,00
1970	59,80	35,17	2,32	2,70 (*)		100,00
1980	71,79	25,58	1,44	1,19 (*)		100,00
1990	82,34	16,17	1,49			100,00
1995	81,22	17,35	1,42	0,01		100,00
2000	79,69	18,40	1,70	0,21		100,00
2005	83,34	14,14	1,75	0,77		100,00
2010	76,56	18,01	1,78	3,02	0,63	100,00
2015	67,87	16,60	2,19	5,25	8,11	100,00
2018	66,53	17,43	2,11	6,12	7,82	100,00

La tabella 1.2.4 riporta invece, ancora per il periodo 1950-2018, l'energia elettrica richiesta sulla rete. Essa differisce dalla produzione lorda di energia elettrica di cui in tabella 1.2.2 principalmente per due differenti motivi. La produzione lorda di energia, infatti, non è tutta immessa in rete perché deve essere depurata dagli assorbimenti degli ausiliari e

dalle perdite di rete (trasformazione e trasporto). Alla produzione netta così ottenuta devono essere inoltre sommati i saldi degli scambi con l'estero, dovuti alle importazioni/esportazioni di energia elettrica attraverso le connessioni internazionali.

Nella tabella 1.2.4 sono riportati anche i fattori di crescita  $k_i$  e  $k_0$  riferiti rispettivamente al decennio precedente e all'intero periodo considerato. Il valore di  $k_i$  riportato in corrispondenza dell'anno 2018 si riferisce al periodo di 8 anni dal 2000 al 2018.

Si osserva, in particolare, il forte incremento della domanda di energia elettrica nei primi due decenni del dopoguerra, con tassi medi di crescita in ciascun decennio maggiori del 7%, tasso di crescita a cui corrisponde, come mostrato precedentemente e come si evince dalla tabella 1.2.4, un raddoppio della grandezza in esame. Il tasso medio negativo di crescita negli ultimi otto anni denota invece la sensibile diminuzione della domanda causata dalla grave crisi economico-finanziaria mondiale verificatasi nel periodo 2007-2013.

**Tabella 1.2.4.** Energia elettrica richiesta in Italia (GWh)

Anno	En. El. richiesta	$k_i$ %	$k_0$ %
1950	24.564	---	---
1960	54.749	8,01	8,01
1970	115.023	7,42	7,72
1980	179.538	4,45	6,63
1990	235.124	2,70	5,65
1995	261.009		
2000	298.510	2,39	5,00
2005	330.443		
2010	330.455	1,02	4,33
2015	316.897		
2018	321.431	-0,35	3,78

$k_i$       fattore di crescita riferito al decennio precedente

$k_0$       fattore di crescita riferito al 1950



### 1.3 Panorama mondiale della domanda di energia primaria e di energia elettrica

Le tabelle 1.3.1 e 1.3.2 riportano una sintesi della domanda mondiale di energia primaria per fonte, in termini assoluti e percentuali rispetto alla domanda totale, nel periodo 2010-2040, con valori dell'energia espressi in Mtep (milioni di tonnellate equivalenti di petrolio). I dati riportati sono estratti dal World Energy Outlook (WEO) 2020 dell'International Energy Agency (IEA), pubblicato nel novembre 2020. I dati relativi agli anni 2010÷2019 sono consolidati e certificati, mentre quelli relativi agli anni 2025-2040 sono il risultato di proiezioni basate sullo scenario "Stated Policies Scenario" (SPS) sviluppato dall'IEA. Lo scenario SPS non è l'unico scenario sviluppato dall'IEA, ma ad esso si affianca il "Sustainable Development Scenario" (SDS), più restrittivo e più conforme agli accordi della COP 21 di Parigi del dicembre 2015. Premesso che gli scenari vengono continuamente aggiornati e che, pertanto, le considerazioni che seguono hanno carattere puramente indicativo, si evidenziano i seguenti punti salienti:

- Secondo lo scenario SPS, l'incremento al 2040 della domanda mondiale di energia primaria, rispetto al 2010, sarà intorno al 33%;
- L'incremento della domanda mondiale di combustibili fossili, sempre al 2040 e rispetto al 2010, sarà invece intorno al 18,5%;
- L'incidenza delle fonti fossili sulla domanda totale passerà, nel periodo considerato, da circa l'82% nel 2010 a circa il 73% nel 2040;
- L'incidenza dei combustibili fossili sarà perciò ancora molto significativa nei prossimi due decenni.

**Tabella 1.3.1** Domanda mondiale di energia primaria – Valori assoluti per fonte (Mtep). Stated Policies Scenario (SPS) – IEA-WEO 2020

	2010	2018	2019	2025	2030	2040
<b>Totale</b>	<b>12.852</b>	<b>14.300</b>	<b>14.406</b>	<b>14.966</b>	<b>15.755</b>	<b>17.085</b>
Carbone	3.650	3.839	3.775	3.578	3.503	3.314
Petrolio	4.117	4.496	4.525	4.615	4.774	4.832
Gas naturale	2.755	3.284	3.340	3.610	3.816	4.321
<b>Totale fossili</b>	<b>10.522</b>	<b>11.618</b>	<b>11.640</b>	<b>11.803</b>	<b>12.093</b>	<b>12.467</b>
Nucleare	719	707	727	733	803	896
Idraulica	296	362	370	400	438	509
Bioenergie	1.205	1.327	1.354	1.498	1.630	1.816
Altre rinnovab.	110	286	314	532	792	1.396

**Tabella 1.3.2.** Domanda mondiale di energia primaria – Valori percentuali per fonte. Stated Policies Scenario (SPS) – IEA-WEO 2020

	2010	2018	2019	2025	2030	2040
<b>Totale</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>100</b>
Carbone	28,4	26,8	26,2	23,9	22,2	19,4
Petrolio	32,0	31,4	31,4	30,8	30,3	28,3
Gas naturale	21,4	23,0	23,2	24,1	24,2	25,3
<b>Totale fossili</b>	<b>81,9</b>	<b>81,2</b>	<b>80,8</b>	<b>78,9</b>	<b>76,8</b>	<b>73,0</b>
Nucleare	5,6	4,9	5,0	4,9	5,1	5,2
Idraulica	2,3	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0
Bioenergie	9,4	9,3	9,4	10,0	10,3	10,6
Altre rinnovab.	0,9	2,0	2,2	3,6	5,0	8,2

Le tabelle 1.3.3 e 1.3.4, analogamente, riportano una sintesi della domanda mondiale di energia primaria per fonte, in termini assoluti e percentuali rispetto alla domanda totale, destinata alla sola produzione di energia elettrica, espressa sempre in Mtep, nel periodo 2010-2040. I dati riportati sono estratti sempre dal report IEA-WEO 2020. Come per la domanda totale, i dati relativi agli anni 2010÷2019 sono consolidati e certificati, mentre quelli relativi agli anni 2025-2040 sono il risultato di proiezioni basate sullo scenario SPS sviluppato dall'IEA.

Nella tabella 1.3.4, i valori riportati nella riga dei totali (2<sup>a</sup> riga) rappresentano la percentuale di energia primaria complessivamente destinata alla generazione elettrica rispetto alla domanda totale di energia primaria di cui in tabella 1.3.1, mentre i valori riportati nelle altre righe rappresentano la percentuale di ciascuna fonte di energia primaria utilizzata per la generazione elettrica rispetto all'energia primaria complessivamente utilizzata. Si evidenziano i seguenti punti salienti:

- L'incremento al 2040 della domanda mondiale di energia primaria destinata al settore elettrico, rispetto al 2010, sarà prossimo al 43%;
- L'incremento della domanda mondiale di combustibili fossili nel settore elettrico, sempre al 2040 e rispetto al 2010, sarà invece limitato al 5,6% circa; pertanto, si avrà comunque un aumento, seppur limitato, dell'utilizzo di combustibili fossili (anche rispetto al presente), principalmente dovuto al maggiore impiego del gas naturale;
- La quota di energia primaria destinata al settore elettrico, pari al 37% circa nel 2010 aumenterà fino a poco meno del 40% nel 2040,

ciò in ragione della maggiore penetrazione elettrica nel sistema energetico mondiale per effetto sia della crescita dei paesi in via di sviluppo, sia della diffusione della mobilità elettrica;

- In termini relativi, l'incidenza delle fonti fossili nel settore elettrico subirà un forte calo passando da poco più del 74% nel 2010, al 55% circa nel 2040.

**Tabella 1.3.3.** Energia primaria destinata al settore elettrico – Valori assoluti per fonte (Mtep). Stated Policies Scenario (SPS) – IEA-WEO 2020

	2010	2018	2019	2025	2030	2040
<b>Totale</b>	<b>4.775</b>	<b>5.486</b>	<b>5.532</b>	<b>5.665</b>	<b>6.009</b>	<b>6.815</b>
Carbone	2.171	2.459	2.414	2.253	2.203	2.082
Petrolio	265	203	203	169	141	118
Gas naturale	1.114	1.304	1.332	1.375	1.410	1.549
<b>Totale fossili</b>	<b>3.550</b>	<b>3.966</b>	<b>3.949</b>	<b>3.796</b>	<b>3.754</b>	<b>3.749</b>
Nucleare	719	707	727	733	803	896
Idraulica	296	362	370	400	438	509
Bioenergie	121	213	221	278	322	420
Altre rinnovab.	89	237	263	458	692	1.240

**Tabella 1.3.4.** Energia primaria destinata al settore elettrico – Valori percentuali per fonte. Stated Policies Scenario (SPS) – IEA-WEO 2020

	2010	2018	2019	2025	2030	2040
<b>Totale</b>	<b>37,2</b>	<b>38,4</b>	<b>38,4</b>	<b>37,9</b>	<b>38,1</b>	<b>39,9</b>
Carbone	45,5	44,8	43,6	39,8	36,7	30,5
Petrolio	5,6	3,7	3,7	3,0	2,4	1,7
Gas naturale	23,3	23,8	24,1	24,3	23,5	22,7
<b>Totale fossili</b>	<b>74,4</b>	<b>72,3</b>	<b>71,4</b>	<b>67,0</b>	<b>62,5</b>	<b>55,0</b>
Nucleare	15,1	12,9	13,1	12,9	13,4	13,2
Idraulica	6,2	6,6	6,7	7,1	7,3	7,5
Bioenergie	2,5	3,9	4,0	4,9	5,4	6,2
Altre rinnov.	1,9	4,3	4,8	8,1	11,5	18,2

Le tabelle 1.3.5 e 1.3.6, infine, riportano una sintesi della produzione mondiale di energia elettrica per fonte, in termini assoluti (in TWh) e

percentuali rispetto alla produzione totale, con riferimento al periodo 2010-2040 e allo scenario SPS. Si evidenziano i seguenti punti salienti:

- L'incremento al 2040 della produzione mondiale di energia elettrica, rispetto al 2010, sarà pari ad oltre l'86%, raggiungendo quasi il raddoppio nell'arco dei 30 anni;
- L'incremento della produzione di energia elettrica da combustibili fossili, sempre al 2040 e rispetto al 2010, sarà invece intorno al 23%, con un crescente utilizzo del gas naturale;
- L'incremento della produzione di energia elettrica da fonti rinnovabili, nello stesso arco di tempo, sarà invece pari a circa il 340%;
- L'incidenza delle fonti fossili sulla produzione elettrica si ridurrà, nel periodo considerato, da poco più del 67% nel 2010 a quasi il 45% nel 2040;
- L'incidenza delle fonti rinnovabili passerà invece, nello stesso periodo, da poco meno del 20% (quasi completamente idroelettrico) nel 2010 a quasi il 47% nel 2040, con un'incidenza quasi paritetica delle fonti idroelettrica, eolica e solare fotovoltaica.

**Tabella 1.3.5.** Produzione mondiale di energia elettrica – Valori assoluti per fonte (TWh). Stated Policies Scenario (SPS) – IEA-WEO 2020

	2010	2018	2019	2025	2030	2040
<b>Totale</b>	<b>21.524</b>	<b>26.619</b>	<b>26.942</b>	<b>29.679</b>	<b>32.818</b>	<b>40.094</b>
Carbone	8.662	10.160	9.849	9.418	9.294	8.984
Petrolio	970	786	785	663	560	463
Gas naturale	4.842	6.150	6.317	6.947	7.331	8.387
<b>Totale fossili</b>	<b>14.474</b>	<b>17.096</b>	<b>16.951</b>	<b>17.029</b>	<b>17.185</b>	<b>17.834</b>
Nucleare	2.756	2.710	2.789	2.813	3.081	3.439
Idraulica	3.448	4.214	4.305	4.656	5.089	5.919
Bioenergie	367	635	667	895	1.055	1.410
Eolica	342	1.273	1.423	2.394	3.361	5.441
Geotermica	68	89	92	125	190	321
Solare PV	32	554	665	1.715	2.764	5.478
Solare CSP	2	11	15	22	54	174
Mare	1	1	1	2	9	47
<b>Totale rinnov.</b>	<b>4.260</b>	<b>6.778</b>	<b>7.167</b>	<b>9.809</b>	<b>12.522</b>	<b>18.791</b>

**Tabella 1.3.6.** Produzione mondiale di energia elettrica – Valori percentuali per fonte. Stated Policies Scenario (SPS) – IEA-WEO 2020

	2010	2018	2019	2025	2030	2040
<b>Totale</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>
Carbone	40,25	38,17	36,56	31,73	28,32	22,41
Petrolio	4,51	2,95	2,91	2,24	1,71	1,16
Gas naturale	22,50	23,10	23,45	23,41	22,34	20,92
<b>Totale fossili</b>	<b>67,25</b>	<b>64,23</b>	<b>62,92</b>	<b>57,38</b>	<b>52,37</b>	<b>44,48</b>
Nucleare	12,81	10,18	10,35	9,48	9,39	8,58
Idraulica	16,02	15,83	15,98	15,69	15,51	14,76
Bioenergie	1,71	2,38	2,48	3,02	3,22	3,52
Eolica	1,59	4,78	5,28	8,07	10,24	13,57
Geotermica	0,32	0,33	0,34	0,42	0,58	0,80
Solare PV	0,15	2,08	2,47	5,78	8,42	13,66
Solare CSP	0,01	0,04	0,06	0,07	0,17	0,43
Mare	0,00	0,00	0,00	0,01	0,03	0,12
<b>Totale rinnov.</b>	<b>19,79</b>	<b>25,46</b>	<b>26,60</b>	<b>33,05</b>	<b>38,16</b>	<b>46,87</b>



## Capitolo 2

# Elementi introduttivi allo studio degli impianti motori termici

### 2.1 Richiami sull'equazione di conservazione dell'energia

#### Equazione di conservazione dell'energia per i sistemi aperti senza reazioni chimiche

In assenza di reazioni chimiche e con riferimento all'unità di massa (o di portata massica) di fluido l'equazione di conservazione dell'energia per un sistema aperto in regime permanente e con flusso monodimensionale può essere espressa in termini differenziali mediante la relazione:

$$cdc + gdz + dh = \delta q - \delta l \quad (2.1.1)$$

dove, con riferimento ad un volume di controllo di estensione infinitesima,  $cdc$  e  $gdz$  rappresentano le variazioni infinitesime di energia specifica cinetica e potenziale del fluido lungo il volume di controllo,  $dh$  la variazione infinitesima di entalpia specifica del fluido,  $\delta q$  e  $\delta l$  le quantità infinitesime di calore e di lavoro scambiate dall'unità di massa di sistema con l'esterno.

In termini integrali, per un volume di controllo caratterizzato da una sola sezione di ingresso (sezione "1") ed una di uscita (sezione "2"), la (2.1.1) diventa:

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + (h_2 - h_1) = q_{1,2} - l_{1,2} \quad (2.1.2)$$

In assenza di variazioni di energia cinetica e potenziale, ovvero se il fluido evolvente nel sistema ha la stessa velocità nelle due sezioni di ingresso e di uscita e le stesse si trovano alla stessa quota, allora più semplicemente si ha:

$$(h_2 - h_1) = q_{1,2} - l_{1,2} = q - l \quad (2.1.3)$$

È appena il caso di ricordare che l'entalpia specifica  $h$  (come anche l'energia cinetica e l'energia potenziale) è una proprietà del sistema i cui valori  $h_1$  e  $h_2$  nelle sezioni di ingresso e di uscita (e in ogni altra sezione intermedia) dipendono solo dallo stato termodinamico del fluido in tali sezioni; in altre parole essa è una funzione di stato. Il termine  $dh$  nella (2.1.1) è pertanto un differenziale esatto e rappresenta una "variazione" infinitesima di tale proprietà lungo un percorso del fluido infinitamente breve.

I termini  $q_{1,2}$  e  $l_{1,2}$ , per brevità  $q$  e  $l$ , non sono invece proprietà del sistema in quanto non dipendono dagli stati iniziale e finale rispettivamente nelle sezioni di ingresso e di uscita ma dalla particolare evoluzione del fluido dallo stato iniziale a quello finale. Essi non sono quindi "variazioni" di una proprietà del sistema ma "quantità" di energia scambiate con l'esterno sotto forma di calore e di lavoro attraverso le superfici impermeabili al fluido durante la trasformazione del fluido dallo stato iniziale a quello finale (ovvero durante il suo trasferimento dalla sezione di ingresso a quella di uscita). Convenzionalmente, il calore  $q$  è positivo se è trasferito dall'esterno al sistema mentre il lavoro  $l$  è positivo se è compiuto dal sistema sull'esterno.

I termini  $\delta q$  e  $\delta l$  nella (2.1.1) non sono perciò differenziali esatti ma rappresentano le "quantità" infinitesime di calore e lavoro scambiate con l'esterno durante la trasformazione in un tratto del volume di controllo infinitesimo.

Dalla (2.1.3) si ha:

$$h_2 = h_1 + q - l \quad (2.1.4)$$

La (2.1.4) afferma che l'entalpia finale del fluido evolvente nel volume di controllo è data dalla sua entalpia iniziale più il calore scambiato con l'esterno meno il lavoro scambiato con l'esterno nel corso della trasformazione. Per  $l = 0$  l'entalpia del sistema aumenta se  $q > 0$  (calore trasferito dall'esterno al sistema), per  $q = 0$  l'entalpia diminuisce se  $l > 0$  (lavoro compiuto dal sistema sull'esterno).



Se la trasformazione è ciclica  $\Delta h = 0$  in quanto  $h_2 = h_1$  essendo l'entalpia una funzione di stato, pertanto<sup>1</sup>:

$$q = l \quad (2.1.5)$$

o anche, per scambi di calore e lavoro discreti:

$$\Sigma q = \Sigma l \quad (2.1.6)$$

Per una trasformazione reversibile si ha inoltre:

$$\delta l_{rev} = -vdp \quad (2.1.7)$$

$$\delta q_{rev} = Tds \quad (2.1.8)$$

quindi:

$$dh = \delta q_{rev} - \delta l_{rev} = Tds + vdp \quad (2.1.9)$$

che rappresenta l'espressione della seconda equazione di Gibbs. Analogamente la prima equazione di Gibbs ha espressione:

$$du = Tds - pdv \quad (2.1.10)$$

La (2.1.9) contiene soltanto grandezze termodinamiche di stato ( $h, T, s, v, p$ ) e pertanto è valida per qualunque trasformazione reversibile e non reversibile (così pure la (2.1.10)). Per una trasformazione non reversibile si ha infatti:

$$\delta l = \delta l_{rev} - \delta l_p = -vdp - \delta l_p \quad (2.1.11)$$

$$Tds = \delta q + \delta q_i \quad (2.1.12)$$

---

<sup>1</sup> In altri termini, in caso di trasformazione ciclica si ha:

$$\oint dh = \oint \delta q - \oint \delta l = 0$$

essendo  $dh$  un differenziale esatto ed essendo gli integrali ciclici in  $\delta q$  e in  $\delta l$  le quantità di calore e di lavoro complessivamente scambiate con l'esterno dal fluido operativo durante il ciclo, per brevità indicati nella (2.1.4) con  $q$  ed  $l$  rispettivamente.

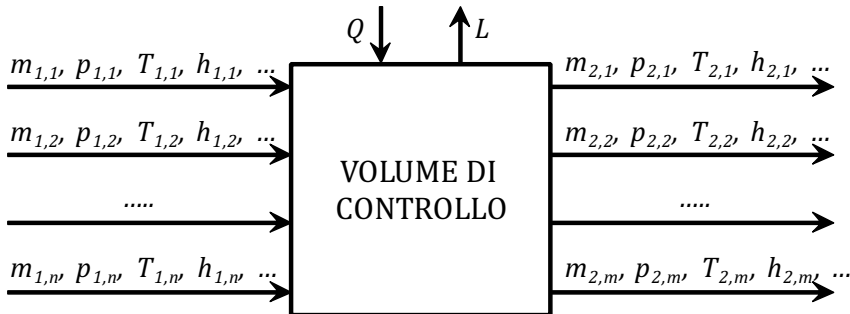
essendo  $\delta l_p$  e  $\delta q_i$  rispettivamente il lavoro perduto e il calore prodotto internamente al sistema a causa delle azioni dissipative. Entrambi sono positivi per natura (al limite nulli nel caso di trasformazione reversibile) ed è  $\delta q_i = \delta l_p$  in quanto il calore prodotto a causa delle irreversibilità è dato proprio dal lavoro dissipato.

Con riferimento alla (2.1.11) si osserva che nel caso di espansione è  $dp < 0$ , perciò risulta  $\delta l_{rev} > 0$  (come pure  $\delta l$ ) e, quindi,  $\delta l < \delta l_{rev}$ , essendo  $\delta l_p > 0$ . Nel caso di compressione, viceversa, è  $dp > 0$ , perciò risulta  $\delta l_{rev} < 0$  (come pure  $\delta l$ ) e, quindi,  $|\delta l| > |\delta l_{rev}|$ , essendo sempre  $\delta l_p > 0$ . Per una trasformazione non reversibile si ha pertanto:

$$dh = \delta q - \delta l = (Tds - \delta q_i) + (vdp + \delta l_p) = Tds + vdp \quad (2.1.13)$$

essendo, come detto,  $\delta q_i = \delta l_p$ .

Generalizzando si può considerare un volume di controllo caratterizzato da più fluidi in ingresso e in uscita (figura 2.1.1), che all'interno del volume di controllo possono evolvere separatamente (ad esempio i fluidi "caldo" e "freddo" in uno scambiatore di calore) o miscelarsi (ad esempio i fluidi all'ingresso di un collettore di raccolta, il vapore all'ingresso di una turbina con più ammissioni a diverse pressioni, ecc.), o separarsi (ad esempio i fluidi all'uscita di un collettore di distribuzione, il vapore in una turbina a vapore con spillamenti, ecc.).



**Figura 2.1.1.** Volume di controllo con "n" fluidi in ingresso e "m" fluidi in uscita.

Per una generica massa  $m$  la relazione (2.1.3), in termini totali, diventa:

$$(H_2 - H_1) = Q - L \quad (2.1.14)$$

essendo  $H = m \cdot h$ ,  $Q = m \cdot q$ ,  $L = m \cdot l$ , in quanto l'entalpia, il calore e il lavoro (l'energia nelle sue diverse forme in genere) sono grandezze estensive, cioè il loro valore è proporzionale alla massa del sistema<sup>2</sup>.

Nella figura 2.1.1 i fluidi e le loro proprietà sono caratterizzati da due indici rappresentativi il primo della sezione (sezione "1" di ingresso e sezione "2" di uscita), il secondo dello specifico fluido (nella fattispecie si hanno "n" fluidi in ingresso e "m" in uscita).

Ricordando che l'entalpia è una grandezza additiva, oltre che estensiva<sup>3</sup>, le entalpie totali  $H_1$  e  $H_2$  complessivamente trasportate dai flussi all'ingresso e all'uscita del volume di controllo saranno esprimibili mediante le relazioni:

$$H_1 = \sum_{i=1}^n H_{1,i} = \sum_{i=1}^n m_{1,i} \cdot h_{1,i} \quad (2.1.15)$$

$$H_2 = \sum_{i=1}^m H_{2,i} = \sum_{i=1}^m m_{2,i} \cdot h_{2,i} \quad (2.1.16)$$

Nelle (2.1.15) e (2.1.16) il generico prodotto ( $m_i \cdot h_i$ ) è espressione della proprietà estensiva (o additiva, in termini continui) per l' $i$ -esimo fluido, mentre la sommatoria è espressione della proprietà additiva (in termini discreti) rispetto ai diversi fluidi.

Per il volume di controllo rappresentato in figura 2.1.1 vale perciò l'equazione (2.1.14), essendo le entalpie totali  $H_1$  e  $H_2$  date dalle relazioni (2.1.15) e (2.1.16).

### **Equazione di conservazione dell'energia per i sistemi aperti con reazioni chimiche**

Per un sistema di massa  $m$  sede di reazioni chimiche, la (2.1.3) e la (2.1.4), in termini totali, assumono la forma:

$$(H_2 - H_1) + \Delta E_{chim} = Q - L \quad (2.1.17)$$

$$H_2 + \Delta E_{chim} = H_1 + Q - L \quad (2.1.18)$$

<sup>2</sup> Si denotano con lettere maiuscole le grandezze totali, estese cioè alla massa effettiva di sistema e con lettere minuscole le grandezze specifiche, riferite cioè all'unità di massa di sistema.

<sup>3</sup> La proprietà estensiva è diretta conseguenza della proprietà additiva.

essendo  $H_1$  e  $H_2$  date sempre dalle relazioni (2.1.15) e (2.1.16), mentre il termine  $\Delta E_{chim}$  rappresenta la variazione di energia potenziale chimica durante le reazioni ovvero la differenza tra l'energia potenziale chimica dei prodotti e quella dei reagenti.

In assenza di scambi di calore e di lavoro con l'esterno la (2.1.18) diventa:

$$H_2 + \Delta E_{chim} = H_1 \quad (2.1.19)$$

Dalla (2.1.19) si evince che:

- se la reazione è esotermica (la reazione sviluppa calore) l'entalpia sensibile del sistema aumenta e quindi  $H_2 > H_1$  ( $T_2 > T_1$ , escludendo reazioni con passaggi di stato) e  $\Delta E_{chim} < 0$  (il sistema reagente produce calore a spese della sua energia potenziale chimica che diminuisce; il calore di reazione determina nel contempo l'aumento dell'energia termica sensibile dei prodotti);
- se la reazione è endotermica (la reazione assorbe calore) l'entalpia sensibile del sistema diminuisce e quindi  $H_2 < H_1$  ( $T_2 < T_1$ ) e  $\Delta E_{chim} > 0$  (il sistema alimenta le reazioni chimiche a spese dell'energia termica sensibile dei reagenti e di conseguenza la sua energia potenziale chimica aumenta).

La combustione è un processo complessivamente esotermico<sup>4</sup> per cui in un sistema sede di combustione  $\Delta E_{chim} < 0$ .

Si consideri il processo di combustione adiabatico schematizzato nella figura 2.1.2, dove:

$m_a, h_a$  massa ed entalpia specifica dell'aria (comburente)

$m_c, h_c$  massa ed entalpia specifica del combustibile

$m_p, h_p$  massa ed entalpia specifica dei prodotti



**Figura 2.1.2.** Schematizzazione di una camera di combustione adiabatica.

<sup>4</sup> I processi di combustione reali, anche relativi a combustibili semplici come il metano, avvengono secondo complessi meccanismi caratterizzati da numerose reazioni intermedie esotermiche ed endotermiche.

In questo caso si ha:

$$H_1 = m_a \cdot h_a + m_c \cdot h_c \quad (2.1.20)$$

$$H_2 = m_p \cdot h_p \quad (2.1.21)$$

$$m_p = m_a + m_c \quad (2.1.22)$$

dove  $h_a$ ,  $h_c$  e  $h_p$  rappresentano rispettivamente l'entalpia dell'aria, del combustibile e dei prodotti (miscela di gas). Se i reagenti e i prodotti sono assimilabili a gas perfetti  $dh = c_p dT$  (valida per qualsivoglia trasformazione nel caso di gas perfetti o per sola trasformazione isobara nel caso di gas reali)<sup>5</sup> e tali entalpie sono date dalle relazioni:

$$h_a = \int_{T_0}^{T_a} c_{p_a} dT \quad (2.1.23)$$

$$h_c = \int_{T_0}^{T_c} c_{p_c} dT \quad (2.1.24)$$

$$h_p = \int_{T_0}^{T_p} c_{p_p} dT \quad (2.1.25)$$

essendo  $T_0$  la temperatura di riferimento (ad esempio  $T_0 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ) e  $T_a$ ,  $T_c$  e  $T_p$  le temperature attuali dell'aria, del combustibile e dei prodotti della combustione,  $c_{p_a}$ ,  $c_{p_c}$  e  $c_{p_p}$  i rispettivi calori specifici a pressione costante. Ovviamente  $h_a = h_c = 0$  se l'aria e il combustibile sono alla temperatura di riferimento ( $T_a = T_c = T_0$ ), mentre sarà  $h_a > 0$  e  $h_c > 0$  se l'aria e il combustibile vengono preriscaldati.

<sup>5</sup> Si ricorda che nel caso di gas a comportamento reale risulta:

$$dh = c_p dT + \left[ v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp$$

$$du = c_v dT + \left[ p - T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \right] dv$$

per cui  $dh = c_p dT$  e  $du = c_v dT$  solo nel caso di trasformazioni rispettivamente isobara ( $dp = 0$ ) e isocora ( $dv = 0$ ). Si verifica facilmente che i termini tra parentesi quadre sono nulli nel caso di gas perfetto.

Introducendo le espressioni (2.1.20) e (2.1.21) nella (2.1.17), posto  $Q = 0$  (combustione adiabatica) e  $L = 0^6$  si ottiene:

$$-\Delta E_{chim} = m_p \cdot h_p - (m_a \cdot h_a + m_c \cdot h_c) \quad (2.1.26)$$

Con riferimento all'unità di massa di combustibile si ha:

$$-\frac{\Delta E_{chim}}{m_c} = \frac{m_p}{m_c} \cdot h_p - \left( \frac{m_a}{m_c} \cdot h_a + h_c \right) \quad (2.1.27)$$

e introducendo il rapporto massico aria / combustibile  $\alpha = m_a/m_c$ , tenendo conto della (2.1.22), si ha ancora:

$$-\frac{\Delta E_{chim}}{m_c} = (\alpha + 1) \cdot h_p - (\alpha \cdot h_a + h_c) \quad (2.1.28)$$

Se, infine,  $h_a = h_c = 0$ , (l'aria e il combustibile sono alimentati alla temperatura di riferimento  $T_0$ ), la (2.1.28) diventa:

$$-\frac{\Delta E_{chim}}{m_c} = (\alpha + 1) \cdot h_p \quad (2.1.29)$$

dove il termine al secondo membro rappresenta l'entalpia dei prodotti per unità di massa di combustibile.

### **Energia chimica e potere calorifico del combustibile**

Il potere calorifico di un combustibile è definito operativamente come segue:

*"Il potere calorifico di un combustibile è la quantità di calore che si ottiene dalla combustione completa a pressione costante di una massa unitaria di combustibile quando i prodotti della combustione siano riportati dalla temperatura di fine combustione adiabatica  $T_p$  alla temperatura iniziale  $T_0$  di riferimento del comburente e del combustibile.*

Se l'acqua prodotta dalla combustione (se il combustibile contiene idrogeno) si trova nei prodotti in fase vapore si parla di potere calorifico inferiore  $H_{i_v}$ , se invece essa si considera in fase liquida si parla di potere

---

<sup>6</sup> È appena il caso di osservare che nei sistemi aperti, di norma, gli organi che scambiano lavoro (turbine, compressori, pompe, ecc.) sono separati dagli organi che scambiano calore e dagli organi di combustione. Pertanto, per i primi è di norma  $Q = 0$ , per gli altri  $L = 0$ .

calorifico superiore  $H_s$ . La differenza ( $H_s - H_i$ ) corrisponde al calore di condensazione dell'acqua.

Considerando il potere calorifico inferiore, a cui si fa usualmente riferimento quando si parla, in generale, del potere calorifico di un combustibile, traducendo in forma analitica la precedente definizione si ha:

$$H_i = \frac{m_p}{m_c} \cdot \int_{T_0}^{T_p} c_{pp} dT = (1 + \alpha) \cdot h_p \quad (2.1.30)$$

pertanto, dalla (2.1.29):

$$-\Delta E_{chim} = m_c \cdot H_i \quad (2.1.31)$$

Per definizione la (2.1.31) vale nel caso di combustione completa; nel caso di combustione incompleta, più in generale, sarà:

$$-\Delta E_{chim} = m_c \cdot H_i - Q_{RI} \quad (2.1.32)$$

avendo indicato con  $Q_{RI}$  il calore di reazione degli incombusti, ovvero la quota di energia chimica che non viene resa disponibile in forma termica a causa della combustione incompleta.

In conclusione, con riferimento all'equazione generale del bilancio energetico del volume di controllo (equazione (2.1.17)) è opportuno ribadire alcuni concetti fondamentali concernenti i termini  $H$ ,  $Q$  ed  $L$ :

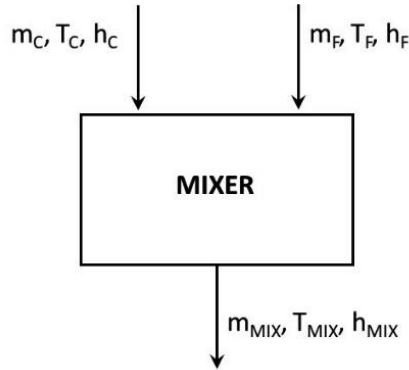
- I termini indicati con  $H$  ( $H_1$  e  $H_2$ ) rappresentano energia termica (sotto forma di entalpia) associata a flussi di materia (materia in transito attraverso il volume di controllo), quindi rappresentano l'energia termica "trasportata" dalla materia attraverso le superfici del volume di controllo permeabili al flusso (sezioni di ingresso e di uscita dei fluidi);
- Il termine  $Q$  rappresenta invece il calore scambiato con l'esterno (per conduzione, convezione e irraggiamento) attraverso le superfici del volume di controllo impermeabili al flusso.
- Il termine  $L$  rappresenta, analogamente, il lavoro scambiato con l'esterno attraverso superfici mobili del volume di controllo impermeabili al flusso.

## Esempi di applicazione

### Miscelatore

Si consideri un miscelatore nel quale si hanno in ingresso due fluidi miscibili (liquidi o gassosi) e in uscita un unico fluido costituito dalla mi-

sceles omogenea dei due fluidi in ingresso, come rappresentato in figura 2.1.3. I due fluidi in ingresso siano caratterizzati da diversa temperatura e, in relazione alla loro temperatura, siano indicati rispettivamente come fluido caldo e fluido freddo.



**Figura 2.1.3.** Schematizzazione di un miscelatore ai fini del bilancio energetico.

Siano  $m_C$ ,  $T_C$ ,  $h_C$ ,  $m_F$ ,  $T_F$ ,  $h_F$  e  $m_{MIX}$ ,  $T_{MIX}$ ,  $h_{MIX}$ , la massa, la temperatura e l'entalpia specifica del fluido caldo, del fluido freddo e della miscela in uscita rispettivamente. Il sistema sia termicamente isolato per cui  $Q = 0$ ; inoltre è  $L = 0$  perché non ci sono organi mobili che consentano di scambiare lavoro con l'esterno. Il bilancio energetico del miscelatore, con riferimento al volume di controllo rappresentato dal suo contorno, può essere espresso mediante le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}
 H_2 - H_1 &= Q - L \\
 Q &= 0 \\
 L &= 0 \\
 H_2 &= H_1
 \end{aligned}
 \tag{2.1.33}$$

D'altra parte:

$$\begin{aligned}
 H_2 &= m_{MIX} h_{MIX} \\
 H_1 &= m_C h_C + m_F h_F
 \end{aligned}
 \tag{2.1.34}$$



pertanto:

$$m_{MIX}h_{MIX} = m_C h_C + m_F h_F \quad (2.1.35)$$

da cui:

$$h_{MIX} = \frac{m_C h_C + m_F h_F}{m_{MIX}} = \frac{m_C h_C + m_F h_F}{m_C + m_F} \quad (2.1.36)$$

L'entalpia della miscela è la media ponderale dell'entalpia dei singoli fluidi in ingresso (il sistema può essere ovviamente generalizzato a più di due fluidi in ingresso) essendo il peso la frazione massica dei fluidi in oggetto. Si supponga, a titolo di esempio, che il fluido da miscelare sia acqua in fase liquida, per semplicità a pressione ambiente (o prossima a quella ambiente), per cui l'entalpia può essere espressa, con buona approssimazione, in funzione della temperatura e del suo calore specifico mediante la relazione:

$$h = c \cdot (T - T_0) \quad (2.1.37)$$

essendo  $T_0$  la temperatura di riferimento<sup>7</sup>.

Sostituendo l'espressione di  $h$  data dalla (2.1.37) nell'equazione (2.1.35), supposto costante il calore specifico  $c$ , si ottiene:

$$(m_C + m_F) \cdot c \cdot (T_{MIX} - T_0) = m_C \cdot c \cdot (T_C - T_0) + m_F \cdot c \cdot (T_F - T_0) \quad (2.1.38)$$

da cui:

$$\begin{aligned} (m_C + m_F) \cdot T_{MIX} - (m_C + m_F) \cdot T_0 &= m_C \cdot T_C + m_F \cdot T_F - (m_C + m_F) \cdot T_0 \\ (m_C + m_F) \cdot T_{MIX} &= m_C \cdot T_C + m_F \cdot T_F \end{aligned} \quad (2.1.39)$$

e, infine:

$$T_{MIX} = \frac{m_C \cdot T_C + m_F \cdot T_F}{m_C + m_F} = \frac{m_C \cdot T_C + m_F \cdot T_F}{m_{MIX}} \quad (2.1.40)$$

---

<sup>7</sup> L'entalpia e l'entropia dell'acqua vengono generalmente assunte uguali a zero in condizioni di liquido saturo alla temperatura  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ , stato termodinamico adottato come condizione di riferimento per l'acqua.

Come si evince dall'equazione (2.1.40), la temperatura di riferimento  $T_0$  non ha nessun effetto sul bilancio energetico e la temperatura della miscela, come l'entalpia, è la media ponderale della temperatura dei singoli fluidi in ingresso essendo sempre il peso la frazione massica dei fluidi in oggetto.

Esempio

Sia, per esempio:

$$T_C = 60 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_F = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$m_{MIX} = 1$$

$$m_C = m_F = 0,5$$

Dall'equazione (2.1.40) risulta:

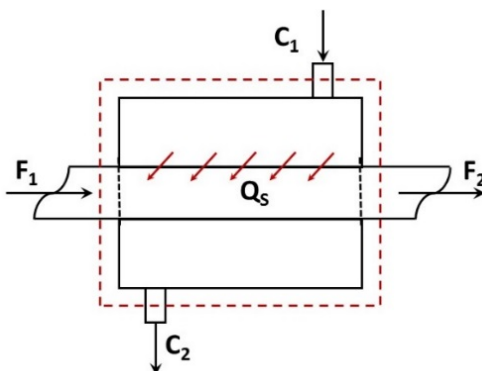
$$T_{MIX} = \frac{0,5 \cdot 60 + 0,5 \cdot 20}{1} = 40 \text{ }^\circ\text{C}$$

L'equazione (2.1.40) può essere utilizzata in modo inverso per determinare la ripartizione dei due flussi di acqua calda e fredda necessaria per ottenere una data temperatura finale del miscelamento. In tal caso, posto per esempio  $T_{MIX} = 36 \text{ }^\circ\text{C}$ , si trova:

$$\frac{m_C}{m_{MIX}} = \frac{T_{MIX} - T_F}{T_C - T_F} = \frac{36 - 20}{60 - 20} = 0,40$$

Scambiatore di calore

Si consideri uno scambiatore del tipo "tubi e mantello" di cui la figura 2.1.4 riporta uno schema semplificato con un solo tubo (elemento centrale).



**Figura 2.1.4.** Schematizzazione di uno scambiatore di calore monotubo ai fini del bilancio energetico globale.

All'interno del tubo scorre il fluido freddo, che si riscalda dalle condizioni  $F_1$  alle condizioni  $F_2$  ricevendo dal fluido caldo la quantità di calore  $Q_s$ , mentre all'esterno del tubo, lato mantello, scorre il fluido caldo che si raffredda dalle condizioni  $C_1$  alle condizioni  $C_2$  cedendo la medesima quantità di calore  $Q_s$  al fluido freddo attraverso la superficie del tubo. Il bilancio energetico dello scambiatore di calore può essere espresso, con riferimento al volume di controllo indicato dalla linea tratteggiata, mediante le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}
 H_2 - H_1 &= Q - L \\
 Q &= 0 \\
 L &= 0 \\
 H_2 &= H_1
 \end{aligned}
 \tag{2.1.41}$$

Si osservi che risulta  $Q = 0$  perché non c'è scambio di calore con l'esterno (a meno delle inevitabili perdite per isolamento imperfetto, qui trascurate), in quanto lo scambio di calore  $Q_s$  tra i due fluidi avviene tra sottosistemi (fluido caldo e fluido freddo) interni al sistema.

D'altra parte:

$$\begin{aligned}
 H_2 &= m_F h_{F_2} + m_C h_{C_2} \\
 H_1 &= m_F h_{F_1} + m_C h_{C_1}
 \end{aligned}
 \tag{2.1.42}$$

pertanto:

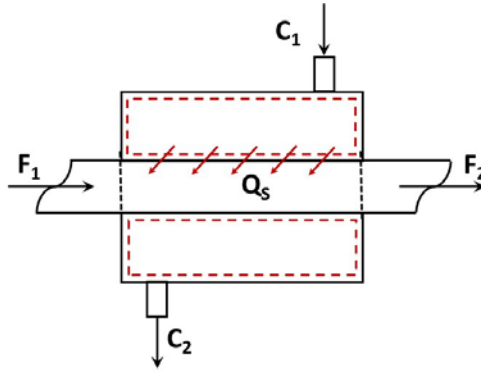
$$m_F h_{F_2} + m_C h_{C_2} = m_F h_{F_1} + m_C h_{C_1}
 \tag{2.1.43}$$

da cui, riordinando i termini relativamente ai singoli fluidi caldo e freddo:

$$m_F (h_{F_2} - h_{F_1}) = m_C (h_{C_1} - h_{C_2})
 \tag{2.1.44}$$

L'equazione (2.1.44) descrive il bilancio energetico attraverso la rappresentazione esplicita dell'effetto utile, che consiste nel riscaldamento del fluido freddo, espresso all'incremento di entalpia totale  $H_{F_2} - H_{F_1} = m_F (h_{F_2} - h_{F_1})$ , a spese del calore rilasciato dal fluido caldo, espresso dalla diminuzione di entalpia totale  $H_{C_1} - H_{C_2} = m_C (h_{C_1} - h_{C_2})$ .

Si consideri ora, invece che il volume di controllo che racchiude l'intero scambiatore di calore di cui in figura 2.1.4, un volume di controllo interno allo scambiatore racchiuso dall'intera superficie di controllo lato mantello, costituita, in altri termini, dalla superficie interna del mantello e dalla superficie esterna del tubo, come mostrato in figura 2.1.5.



**Figura 2.1.5.** Schematizzazione di uno scambiatore di calore monotubo ai fini del bilancio energetico interno sul lato mantello (all'esterno del tubo).

L'osservatore posto all'interno del volume di controllo, ha ora riscontro del flusso del fluido caldo e dello scambio di calore  $Q_s$  tra il fluido caldo e il fluido freddo attraverso la superficie esterna del tubo. In questo caso il bilancio energetico si esplicita secondo le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
 H_2 &= m_c h_{c_2} \\
 H_1 &= m_c h_{c_1} \\
 Q &= -Q_s \\
 L &= 0
 \end{aligned}
 \tag{2.1.45}$$

Per quanto riguarda il calore scambiato con il fluido freddo è  $Q_s < 0$  perché si tratta di calore uscente dal sistema (in questo caso rappresentato dal solo fluido caldo). Si ha pertanto:

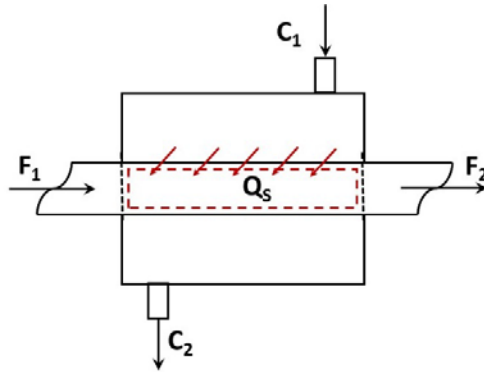
$$m_c h_{c_2} - m_c h_{c_1} = -Q_s
 \tag{2.1.46}$$

da cui:

$$Q_S = m_C(h_{C_1} - h_{C_2}) \quad (2.1.47)$$

L'equazione (2.1.47) rappresenta il calore  $Q_S$  ceduto dal fluido caldo al fluido freddo, espresso in funzione della variazione dello stato termodinamico del fluido caldo.

Si consideri, infine, il volume di controllo contenuto all'interno del tubo in cui scorre il fluido freddo, come mostrato in figura 2.1.6.



**Figura 2.1.6.** Schematizzazione di uno scambiatore di calore monotubo ai fini del bilancio energetico all'interno del tubo.

In questo caso, l'osservatore posto all'interno del volume di controllo ha riscontro del flusso del fluido freddo e, come nel caso precedente, dello scambio di calore  $Q_S$  tra il fluido caldo e il fluido freddo attraverso la superficie interna del tubo. Il bilancio energetico, analogamente al caso precedente, si esplicita secondo le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} H_2 &= m_F h_{F_2} \\ H_1 &= m_F h_{F_1} \\ Q &= Q_S \\ L &= 0 \end{aligned} \quad (2.1.48)$$

Per quanto riguarda il calore scambiato con il fluido caldo è  $Q_S > 0$  perché in questo caso si tratta di calore entrante nel sistema (in questo caso rappresentato dal solo fluido freddo). Si ha pertanto:

$$m_F h_{F_2} - m_F h_{F_1} = Q_S \quad (2.1.49)$$

da cui:

$$Q_S = m_F (h_{F_2} - h_{F_1}) \quad (2.1.50)$$

L'equazione (2.1.50) rappresenta il calore  $Q_S$  ceduto dal fluido caldo al fluido freddo, espresso in funzione della variazione dello stato termodinamico del fluido freddo.

Combinando, infine, le equazioni (2.1.47) e (2.1.50) si ottiene l'equazione (2.1.44) che esprime il bilancio energetico generale.

## **2.2 Considerazioni preliminari sulle caratteristiche costruttive (soluzioni impiantistiche) e funzionali (cicli termodinamici) degli impianti motori termici**

Gli impianti motori termici trasformano energia termica – resa disponibile, ad esempio, dalla combustione di combustibili fossili o di biomasse, o di combustibili da biomassa più in generale, da reazioni nucleari, da radiazione solare concentrata, ecc. – in energia meccanica mediante un ciclo termodinamico. Con specifico riferimento agli impianti motori termici a combustione si distingue tra:

- Impianti motori termici a combustione esterna (IMTCE)
- Impianti motori termici a combustione interna (IMTCI)

Negli IMTCE il processo di combustione è separato dal ciclo termodinamico, ossia è esterno ad esso, e i prodotti della combustione ad elevata temperatura trasferiscono calore al fluido termodinamico attraverso apposite apparecchiature di scambio termico. Sono impianti a combustione esterna, ad esempio, gli impianti di turbine a vapore e gli impianti di turbine a gas a circuito chiuso<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> Sono a circuito chiuso anche gli impianti di turbine a vapore poiché il fluido operativo (l'acqua nelle diverse fasi liquida e vapore), a meno delle perdite e dei reintegri, viene continuamente ricircolato. Nelle antiche macchine motrici alternative a vapore (es. la locomotiva a vapore) il vapore evolvente nei cilindri veniva espulso in atmosfera alla fine della sua espansione con un consumo continuo di acqua che doveva essere reintegrata. In questo caso si parla di motore a combustione esterna a circuito aperto. Nel primo caso (impianti a vapore a circuito chiuso) il fluido operativo evolve secondo un ciclo termodinamico in senso stretto, mentre nel secondo (impianti a vapore a

Negli IMTCI il processo di combustione avviene in seno al fluido termodinamico che prima della combustione è costituito dal solo comburente, o da una miscela comburente-combustibile, e dopo la combustione dai prodotti della stessa. In questo caso si ha una variazione della composizione del fluido operativo che deve essere continuamente rinnovato. Sono impianti, o semplicemente motori, a combustione interna, ad esempio, gli impianti di turbine a gas (che operano a circuito aperto) e i motori alternativi a combustione interna ad accensione comandata e ad accensione per compressione<sup>9</sup>.

Una differenza sostanziale tra impianti motori termici a combustione esterna e a combustione interna è determinata dal tipo di combustibile utilizzabile. Negli impianti a combustione esterna, infatti, è possibile utilizzare qualsiasi tipo di combustibile, solido, liquido e gassoso, senza particolari limitazioni sulla sua "qualità" e sulla "qualità" dei prodotti di combustione, in quanto questi ultimi non vengono a contatto con il fluido termodinamico che espande incontaminato in turbina. Negli impianti a combustione interna, viceversa, il fluido termodinamico è interessato alla combustione e per questo è necessario utilizzare combustibili "facili" da bruciare (ad esempio idrocarburi leggeri, liquidi o gassosi) e "puliti" (ad esempio totalmente privi di zolfo e ceneri) per evitare che i prodotti della combustione possano causare danni all'espansore attraverso azioni di erosione, corrosione e incrostazione.

### **Impianti motori termici a combustione esterna**

La figura 2.2.1 mostra lo schema semplificato di un impianto a vapore (impianto a combustione esterna), essenzialmente costituito da quattro componenti fondamentali:

1. Il generatore di vapore (GV);
2. La turbina a vapore (TV);
3. Il condensatore (CD);
4. La pompa di alimento (PA).

---

circuito aperto) si ha un "pseudo-ciclo", anche se ai fini dell'analisi termodinamica si considera un'evoluzione ciclica del fluido operativo con una trasformazione fittizia di "chiusura" realizzata dall'ambiente.

<sup>9</sup> Anche in questo caso si ha un "pseudo-ciclo", anche se ai fini dell'analisi termodinamica si considera sempre un'evoluzione ciclica del fluido operativo con una trasformazione fittizia di "chiusura" realizzata dall'ambiente. In questo caso, tuttavia, il rinnovo del fluido operativo avviene anche attraverso la variazione della sua composizione.

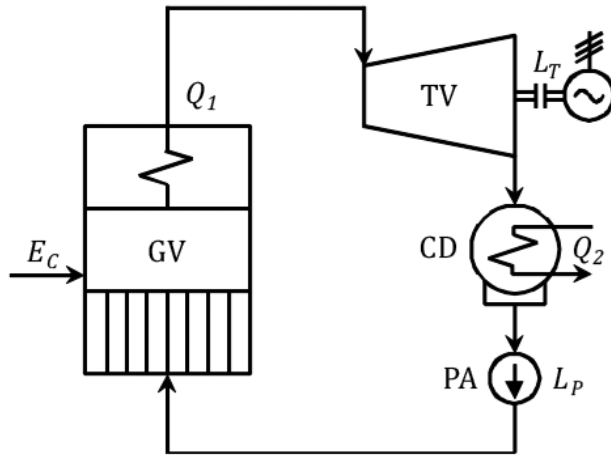


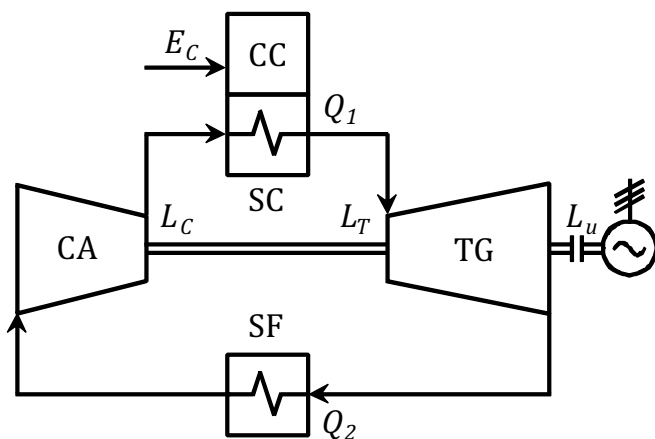
Figura 2.2.1. Schema semplificato di un impianto a vapore.

Con riferimento al ciclo termodinamico, la generica massa  $m$  d'acqua viene prelevata in condizioni di liquido saturo dal "pozzo caldo" del condensatore (CD) e inviata in pressione, mediante la pompa di alimento (PA) che assorbe il lavoro  $L_p$ , al generatore di vapore (GV). Qui riceve il calore  $Q_1$  dai prodotti della combustione (esterna) in sezioni di scambio termico distinte dove si ha il preriscaldamento fino a saturazione, quindi la vaporizzazione e infine il surriscaldamento del vapore. Il vapore ad alta pressione e ad alta temperatura viene inviato alla turbina a vapore (TV) dove espande producendo il lavoro  $L_T$ , quindi il vapore "esausto" viene inviato al condensatore dove condensa diventando nuovamente liquido saturo e cedendo il calore  $Q_2$  all'ambiente esterno. La condensa viene quindi rimessa in circolo dalla pompa di alimento.

Un altro esempio di impianto a combustione esterna è riportato nella figura 2.2.2 che mostra lo schema semplificato di un impianto di turbina a gas a circuito chiuso. Anche questo impianto è essenzialmente costituito da quattro componenti fondamentali:

1. Il compressore dell'aria (o del fluido operativo più in generale, CA);
2. Lo scambiatore caldo (SC) (integrato con la camera di combustione CC);
3. L'espansore (turbina a gas, TG);
4. Lo scambiatore freddo (SF).





**Figura 2.2.2.** Schema semplificato di un impianto di turbina a gas a combustione esterna (a circuito chiuso).

Sempre con riferimento al ciclo termodinamico, la generica massa  $m$  d'aria (o, più in generale, del gas utilizzato come fluido operativo) a bassa pressione e a bassa temperatura proveniente dallo scambiatore freddo (SF) viene compressa dal compressore (CA) che assorbe il lavoro  $L_C$  dall'asse con cui è meccanicamente connesso alla turbina. L'aria è quindi inviata allo "scambiatore caldo" (SC) dove riceve il calore  $Q_1$  dai prodotti della combustione, che avviene in una camera di combustione esterna (CC). L'aria ad alta pressione e ad alta temperatura espande nella turbina a gas (TG) producendo il lavoro  $L_T$ , quindi viene inviata allo "scambiatore freddo" dove cede il calore  $Q_2$  all'ambiente esterno per essere poi rimessa in circolo dal compressore.

Il calore  $Q_1$  trasferito al fluido operativo nel generatore di vapore (nell'impianto a vapore) o nello scambiatore caldo (nell'impianto di turbina a gas) deriva dalla trasformazione, attraverso la combustione, dell'energia primaria  $E_C$  del combustibile in energia termica (entalpia sensibile) dei prodotti della combustione. Si osserva che  $Q_1 < E_C$  a causa delle perdite di varia natura caratteristiche del sistema e del processo di combustione che verranno esaminate più avanti.

#### Bilancio energetico del ciclo termodinamico

Con riferimento al ciclo termodinamico, ricordando che l'entalpia  $H$  è una funzione di stato e che quindi il suo differenziale  $dH$  è un differenziale esatto, per entrambi i casi considerati si ha:

$$\oint dH = \oint \delta Q - \oint \delta L = \Sigma Q - \Sigma L = 0 \quad (2.2.1)$$

Nel caso del ciclo a vapore si ha:

$$\Sigma L = L_T - |L_P| = L_u \quad (2.2.2)$$

mentre nel caso del ciclo a gas:

$$\Sigma L = L_T - |L_C| = L_u \quad (2.2.3)$$

È appena il caso di osservare che, con riferimento ai cicli termodinamici, i lavori  $L_T$ ,  $L_P$  e  $L_C$  non rappresentano lavori effettivi delle macchine (turbina, pompa e compressore), nonostante i pedici designino le macchine in oggetto, ma rappresentano invece i lavori delle trasformazioni di espansione e di compressione, realizzate, in sede di impianto, da turbine, pompe e compressori rispettivamente. Il lavoro  $L_u$  rappresenta il "lavoro utile" del ciclo (lavoro netto delle trasformazioni del ciclo). In entrambi i casi è poi:

$$\Sigma Q = Q_1 - |Q_2| = \Sigma L = L_u \quad (2.2.4)$$

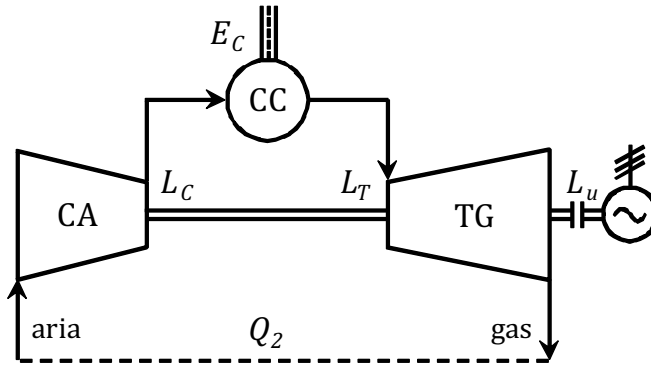
Il rendimento del ciclo termodinamico, in termini generali, è dato infine dalla relazione:

$$\eta = \frac{L_u}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} \quad (2.2.5)$$

### **Impianti motori termici a combustione interna**

La figura 2.2.3 mostra lo schema semplificato di un impianto di turbina a gas a combustione interna (soluzione comunemente adottata in pratica) necessariamente operante a circuito aperto. L'impianto è essenzialmente costituito da tre componenti fondamentali:

1. Il compressore dell'aria (CA);
2. La camera di combustione (CC);
3. L'espansore (turbina a gas, TG);



**Figura 2.2.3.** Schema semplificato di un impianto di turbina a gas a combustione interna (a circuito aperto).

L'aria viene aspirata dall'ambiente e compressa dal compressore (CA) che assorbe il lavoro  $L_C$  dall'asse con cui è meccanicamente connesso alla turbina. L'aria è quindi inviata alla camera di combustione (CC) dove avviene la combustione del combustibile con la trasformazione dell'energia potenziale chimica  $E_C$  in energia termica (entalpia sensibile) dei prodotti. I prodotti della combustione ad alta pressione e ad alta temperatura espandono nella turbina a gas (TG) producendo il lavoro  $L_T$ , quindi vengono espulsi in atmosfera dove raffreddandosi cedono il calore  $Q_2$  all'ambiente esterno.

In questo caso, come già osservato, si parla di "pseudo-ciclo", poiché dopo l'espansione in turbina il fluido operativo viene espulso nell'atmosfera e sostituito da "fluido fresco" (aria) prelevato dall'atmosfera stessa. Si può però ancora parlare di ciclo in termini fittizi in quanto il sistema realizza una sequenza ciclica di trasformazioni, di cui tre effettive (le tre trasformazioni di compressione, combustione ed espansione precedentemente citate) e una fittizia di chiusura realizzata dall'atmosfera che provvede al "ripristino" della composizione chimica e dello stato termodinamico ( $p, T$ ) del fluido all'aspirazione del compressore.

#### Bilancio energetico del ciclo termodinamico fittizio

Dall'equazione di conservazione dell'energia in questo caso si ha:

$$\Delta E_{chim} = \Sigma Q - \Sigma L \quad (2.2.6)$$

essendo sempre  $\Delta H = 0$  perché la sequenza delle trasformazioni è ciclica. Come per il ciclo chiuso si ha:

$$\Sigma L = L_T - |L_C| = L_u \quad (2.2.7)$$

mentre per quanto riguarda il termine  $\Sigma Q$  si osserva quanto segue:

- Non esiste uno di scambio di calore positivo con l'esterno poiché il fluido operativo è portato ad alta temperatura per mezzo del calore sviluppato internamente al sistema attraverso la combustione, quindi il termine  $Q_1$  con il quale si indica convenzionalmente il calore scambiato con l'esterno alla sorgente termica superiore è nullo;
- Esiste viceversa uno scambio termico negativo con l'esterno poiché i gas reflui scaricati dalla turbina si raffreddano nell'ambiente per miscelamento con l'aria, quindi è presente il termine  $Q_2$  con il quale si indica convenzionalmente il calore scambiato con l'esterno alla sorgente termica inferiore.

Dalle relazioni (2.2.6) e (2.2.7) si ha pertanto:

$$L_u = -\Delta E_{chim} - |Q_2| \quad (2.2.8)$$

Si noti che il termine  $(-\Delta E_{chim})$  è positivo essendo la combustione una reazione esotermica ( $\Delta E_{chim} < 0$ ) ed essendo  $-\Delta E_{chim} = E_c = m_c H_i$  nel caso di combustione completa. La relazione (2.2.8) equivale perciò alla (2.2.4), valida per l'impianto di turbina a gas a circuito chiuso (a combustione esterna), se si assimila il calore sviluppato internamente al sistema per effetto della combustione del combustibile fornito dall'esterno al calore  $Q_1$  scambiato con l'esterno.

Il rendimento del ciclo termodinamico, in termini generali, è dato infine dalla relazione:

$$\eta = \frac{L_u}{|\Delta E_{chim}|} = \frac{|\Delta E_{chim}| - |Q_2|}{|\Delta E_{chim}|} = 1 - \frac{|Q_2|}{|\Delta E_{chim}|} = 1 - \frac{|Q_2|}{E_c} \quad (2.2.9)$$

### Sedi di analisi dei cicli termodinamici

Lo studio dei cicli termodinamici viene solitamente affrontato in tre diverse sedi di indagine di crescente complessità, vale a dire: la sede ideale, la sede limite e la sede reale.

#### Sede ideale

In sede ideale si suppone che il fluido termodinamico e le trasformazioni del ciclo termodinamico siano ideali. Più specificamente, per quanto riguarda il fluido termodinamico si suppone che il suo comportamento volumetrico soddisfi l'equazione di stato dei gas ideali  $pV = nRT$  e che

i calori specifici a pressione e a volume costante  $c_p$  e  $c_v$  siano costanti e indipendenti non solo dalla pressione (condizione assicurata dal comportamento volumetrico ideale) ma anche dalla temperatura<sup>10</sup>.

Per quanto riguarda il ciclo termodinamico si suppone che le trasformazioni, essendo ideali, siano reversibili.

### Sede limite

In sede limite si suppone che le trasformazioni siano reversibili come nella sede ideale, mentre il fluido termodinamico è considerato nel suo comportamento reale, nelle diverse fasi liquida e vapore o gas. Esso risponde pertanto ad una equazione di stato di fluido reale. Si assume tuttavia che la viscosità del fluido termodinamico sia nulla per coerenza con l'ipotesi di reversibilità delle trasformazioni. Infatti, l'assenza di perdite di carico nei condotti, necessaria per sostenere la reversibilità delle trasformazioni, può essere giustificata solo con l'ipotesi di viscosità nulla.

### Sede reale

In sede reale il fluido termodinamico e le trasformazioni del ciclo sono reali.

La sede reale si avvicina tanto più alla sede limite quanto maggiore è la bontà delle trasformazioni ovvero quanto minori sono le inerenti irreversibilità.

Nell'impianto a vapore il fluido operativo è acqua che evolve nelle diverse trasformazioni in fase liquida, vapore e in miscela bifase liquido-vapore. Non è quindi possibile assimilare l'acqua al gas ideale, per cui il ciclo termodinamico dell'impianto a vapore può essere analizzato solamente in sede limite e in sede reale.

Nell'impianto di turbina a gas il fluido operativo è costituito inizialmente da aria e successivamente da prodotti di combustione che, dati gli elevati eccessi d'aria che caratterizzano la combustione (dell'ordine del 200%), sono caratterizzati da proprietà termodinamiche non molto dissimili da quelle dell'aria. Nei campi di temperature e pressioni ( $T_{max}$  fino a  $1500 \div 1600$  °C,  $p_{max}$  fino a  $30 \div 40$  bar) in cui operano le turbine a

---

<sup>10</sup> In realtà questa assunzione è rigorosamente valida per gas a molecola monoatomica, per i quali non esistono interazioni armoniche e anarmoniche tra gli atomi costituenti la molecola. Nel caso di gas biatomici come l'ossigeno, l'azoto, nonché l'aria, che è una miscela costituita prevalentemente da gas biatomici ( $N_2$  e  $O_2$ ), il valore della temperatura influisce sulle interazioni atomiche nella molecola, modificandone le proprietà termofisiche quali, ad esempio, calore specifico, conducibilità termica, viscosità, ecc. L'ipotesi di calore specifico costante con la temperatura è quindi una forzatura nel caso di gas a molecola biatomica (o di più atomi), ma le ipotesi assunte per la sede ideale restano comunque valide ai fini di una analisi semplificata e se si fa riferimento a valori medi dei calori specifici.

gas, il comportamento volumetrico del fluido termodinamico (prima e dopo la combustione) è assimilabile, con buona approssimazione, a quello del gas perfetto e quindi si può ricorrere a questa ipotesi semplificativa in tutte le sedi ideale, limite e reale.

Rendimento del ciclo termodinamico nelle diverse sedi di indagine

Indicando con  $l_u$  il lavoro specifico utile del ciclo termodinamico, con  $q_1$  il calore entrante nel ciclo e con  $\eta$  il suo rendimento, per le tre sedi di indagine si ha.

$$\eta_{id} = \frac{l_{u,id}}{q_{1,id}} \quad (2.2.10)$$

$$\eta_l = \frac{l_{u,l}}{q_{1,l}} \quad (2.2.11)$$

$$\eta_r = \frac{l_{u,r}}{q_{1,r}} \quad (2.2.12)$$

Confrontando le sedi limite e ideale, limitatamente alle turbine a gas, si hanno uguali trasformazioni reversibili, mentre ciò che cambia sono le proprietà del fluido termodinamico. Poiché in entrambe le sedi il fluido termodinamico ha comportamento volumetrico di gas perfetto, i valori dei lavori e delle quantità di calore scambiati con l'esterno e, quindi, dei rendimenti, differiscono marginalmente solo per via delle differenze tra i calori specifici.

Confrontando le sedi limite e reale, in entrambi i casi il fluido è reale, mentre le trasformazioni sono reversibili in sede limite e irreversibili in sede reale. Il rendimento reale è minore di quello limite perché in sede reale sono presenti le irreversibilità delle trasformazioni del fluido. In tal senso, il rendimento limite rappresenta il rendimento a cui tende il rendimento reale quando le irreversibilità tendono a zero.

La bontà delle trasformazioni del ciclo, per quanto riguarda il grado di irreversibilità, può essere valutata in termini globali mediante un indice di merito, denominato rendimento interno del ciclo, definito dal rapporto tra i rendimenti reale e limite:

$$\eta_i = \frac{\eta_r}{\eta_l} \quad (2.2.13)$$

Al diminuire delle irreversibilità il rendimento del ciclo reale aumenta tendendo al rendimento del ciclo limite al tendere a zero delle irreversi-

bilità. Di conseguenza, il rendimento interno tende all'unità al tendere a zero delle irreversibilità.

A partire dalla definizione del rendimento espressa dalla relazione (2.2.13), il rendimento reale del ciclo può essere espresso mediante la relazione:

$$\eta_r = \eta_t \cdot \eta_i \quad (2.2.14)$$

L'equazione (2.2.14) non è una mera formulazione alternativa del rendimento interno ma contiene, nella sua espressione, un profondo significato concettuale sul piano termodinamico. Essa, infatti, evidenzia che il rendimento del ciclo reale è dato dal prodotto di due rendimenti che tengono conto di due diverse categorie di perdite:

- le perdite cosiddette per "effetto Carnot" dovute al fatto che non si può realizzare un ciclo "mono-termo-diabatico", operante cioè con una sola sorgente di calore, per cui una quota del calore fornito dall'esterno al ciclo termodinamico deve essere necessariamente rigettata nell'ambiente. Non si tratta di un effetto dissipativo ma di una condizione dettata dal secondo principio della termodinamica.
- Le perdite cosiddette per "effetto Clausius", sono invece legate agli effetti dissipativi e sono quindi determinate dalle irreversibilità interne ed esterne, ossia dalle condizioni di non equilibrio termodinamico (di temperatura, pressione e concentrazione chimica) all'interno del sistema e tra il sistema e l'esterno, e dagli attriti meccanici.

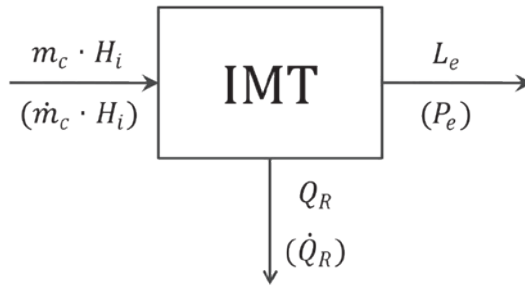
Entrambe le categorie di perdite sono ineluttabili in virtù del secondo principio della termodinamica<sup>11</sup>.

## 2.3 Bilancio energetico e rendimento degli impianti motori termici

La figura 2.3.1 schematizza il bilancio energetico globale di un generico impianto motore termico (a combustione esterna o interna).

---

<sup>11</sup> Come si ricorderà dagli studi della termodinamica le due formulazioni del 2° principio della termodinamica di Carnot e di Clausius, apparentemente molto diverse, sono concettualmente equivalenti.



**Figura 2.3.1.** Schema di bilancio energetico di un impianto motore termico.

I termini  $m_c \cdot H_i$ ,  $L_e$  e  $Q_R$ , essendo  $m_c$  la massa di combustibile, rappresentano rispettivamente l'energia primaria (del combustibile) che alimenta l'impianto, il lavoro effettivamente disponibile alla flangia di accoppiamento con l'utilizzatore e l'energia complessivamente non utilizzata e rilasciata in varie forme all'ambiente esterno. I termini  $\dot{m}_c \cdot H_i$ ,  $P_e$  e  $\dot{Q}_R$ , essendo  $\dot{m}_c$  la portata di combustibile, rappresentano le stesse voci in termini di potenza invece che di energia. I termini energetici sono rappresentativi di valori medi in un determinato intervallo di tempo, i termini di potenza sono invece rappresentativi di valori istantanei.

Il termine  $Q_R$  ( $\dot{Q}_R$ ) rappresenta, per brevità, tutta l'energia (potenza) termica non utilizzata dall'impianto e include sia energia (potenza) termica associata a flussi di materia (es. prodotti di combustione) sia il calore (in senso stretto) scambiato con l'esterno.

Il termine  $L_e$  ( $P_e$ ) rappresenta quello che si può definire effetto utile dell'impianto, mentre il termine  $m_c \cdot H_i$  ( $\dot{m}_c \cdot H_i$ ) rappresenta ciò che è stato messo a disposizione dell'impianto per ottenere l'effetto utile.

Il rendimento globale dell'impianto è dato dalla relazione:

$$\eta_g = \frac{L_e}{m_c \cdot H_i} \quad (2.3.1)$$

oppure dalla relazione:

$$\eta_g = \frac{P_e}{\dot{m}_c \cdot H_i} \quad (2.3.2)$$

La prima, essendo basata su grandezze valutate in un determinato intervallo di tempo, rappresenta il rendimento medio dell'impianto nell'intervallo di tempo considerato, la seconda rappresenta invece il



rendimento istantaneo. In regime di funzionamento stazionario le due relazioni sono equivalenti<sup>12</sup>.

Il rendimento dell'impianto può essere quindi definito come *“rapporto tra l'effetto utile e ciò che è stato messo a disposizione del sistema per ottenere l'effetto utile”*. Questa definizione è di carattere piuttosto generale e può essere adottata anche per diversi componenti di impianto.

Con riferimento allo schema di figura 2.3.1 si ha anche:

$$\eta_g = \frac{m_c \cdot H_i - Q_R}{m_c \cdot H_i} = 1 - \frac{Q_R}{m_c \cdot H_i} \quad (2.3.3)$$

$$\eta_g = \frac{\dot{m}_c \cdot H_i - \dot{Q}_R}{\dot{m}_c \cdot H_i} = 1 - \frac{\dot{Q}_R}{\dot{m}_c \cdot H_i} \quad (2.3.4)$$

dove il termine  $\frac{Q_R}{m_c \cdot H_i} \left( \frac{\dot{Q}_R}{\dot{m}_c \cdot H_i} \right)$  rappresenta la *“frazione di energia (potenza) primaria non utilizzata”* o più brevemente, anche se impropriamente, la *“frazione di calore non utilizzata”*.

Le relazioni (2.3.1) e (2.3.2) esprimono il rendimento in forma diretta, mentre le relazioni (2.3.3) e (2.3.4) esprimono il rendimento in forma indiretta.

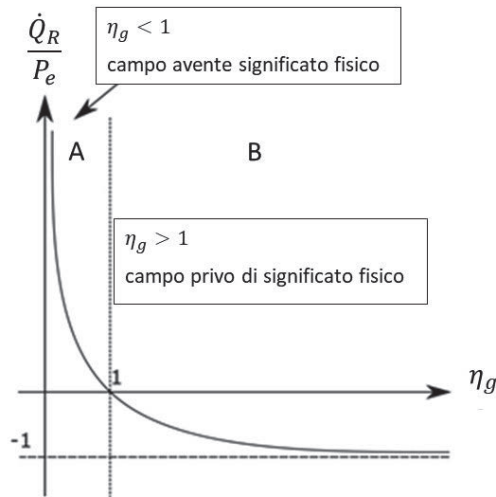
Con specifico riferimento alle espressioni in termini di potenze, combinando le relazioni (2.3.2) e (2.3.4) si ottiene:

$$\frac{\dot{Q}_R}{P_e} = \frac{1 - \eta_g}{\eta_g} = \frac{1}{\eta_g} - 1 \quad (2.3.5)$$

che fornisce una relazione tra la frazione di potenza primaria non utilizzata e la potenza effettiva dell'impianto in funzione del rendimento di quest'ultimo.

La (2.3.5) è l'equazione di un'iperbole equilatera che ha come asintoto verticale l'asse delle ordinate  $\left( \frac{\dot{Q}_R}{P_e} \right)$  e come asintoto orizzontale la retta di equazione  $\frac{\dot{Q}_R}{P_e} = -1$ , figura 2.3.2.

<sup>12</sup> In questa sede si fa sempre riferimento a condizioni di funzionamento nominali (ovvero di progetto) e stazionarie, pertanto nel seguito si farà uso indifferente delle due espressioni a seconda delle esigenze di rappresentazione e del contesto.



**Figura 2.3.2.** Andamento del rapporto  $\dot{Q}_R/P_e$  in funzione del rendimento globale  $\eta_g$ .

Il solo ramo di interesse (avente significato fisico) è quello situato nel campo A, corrispondente a valori positivi della frazione  $\frac{\dot{Q}_R}{P_e}$  per valori del rendimento  $\eta_g$  compresi nell'intervallo (0, 1). Il campo B non ha significato fisico in quanto caratterizzato da valori di  $\eta_g > 1$ .

A titolo di esempio, per un impianto con rendimento  $\eta_g = 0,40$ , tipico di un impianto a vapore subcritico di grande potenza, risulta  $\frac{\dot{Q}_R}{P_e} = 1,50$ . Ciò significa che un impianto di potenza pari a 300 MW riversa nell'ambiente esterno una potenza termica non utilizzata pari a 450 MW.

Se l'impianto ha un rendimento  $\eta_g = 0,60$ , tipico di un impianto combinato di moderna concezione, risulta  $\frac{\dot{Q}_R}{P_e} = 0,667$ , il 55,6% in meno rispetto all'impianto a vapore. Ciò significa che un impianto di potenza pari a 300 MW riversa nell'ambiente esterno una potenza termica non utilizzata pari a 200 MW.

Ancora, se l'impianto ha un rendimento  $\eta_g = 0,30$ , tipico di un impianto di turbina a gas di vecchia generazione, risulta  $\frac{\dot{Q}_R}{P_e} = 2,333$ , il 55,6% in più rispetto all'impianto a vapore. Ciò significa che un impianto di potenza pari a 300 MW, per usare lo stesso termine di paragone, riversa nell'ambiente esterno una potenza termica non utilizzata pari a 700 MW.

Dal confronto tra il secondo e il terzo caso si osserva infine che passando da  $\eta_g = 0,60$  a  $\eta_g = 0,30$  (il rendimento si dimezza) il valore del rapporto  $\frac{\dot{Q}_R}{P_e}$  aumenta di 3,5 volte, passando da 200 MW a 700 MW.

Si considerino, come ulteriore esempio, due impianti a vapore con rendimenti del 40% (caso A) e del 25% (caso B) rispettivamente, aventi entrambi una potenza di 100 MW. Si deve osservare, al proposito, che i rendimenti dei due impianti corrispondono a tecnologie molto diverse: il caso A è tipico infatti di impianti di grande potenza (200-300 MW e oltre) basati, come si vedrà nel seguito, su cicli termodinamici molto sofisticati e complessi; il caso B corrisponde invece a impianti di piccola potenza (per esempio impianti di termo-valorizzazione dei rifiuti o impianti a biomasse con potenze al più di qualche decina di MW) basati su cicli termodinamici molto più semplici. La potenza di 100 MW qui considerata è perciò inadeguata per entrambi (troppo bassa per il caso A, troppo alta per il caso B) ed è stata scelta solo per poter effettuare un confronto significativo tra le due tecnologie.

Per i due casi considerati la tabella 2.3.1 riporta i valori di  $\dot{Q}_R$  e di  $P_c = \dot{m}_c \cdot H_{iv}$ , rispettivamente determinati mediante la (2.3.5) e la (2.3.2).

**Tabella 2.3.1. Confronto tra le prestazioni di due impianti a vapore.**

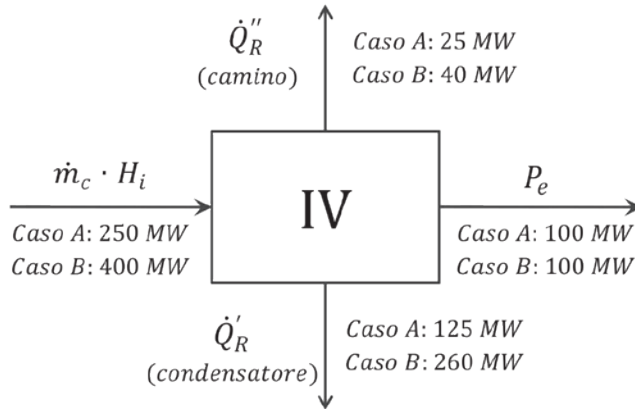
Caso	$P_e$ (MW)	$\eta_g$	$\dot{Q}_R$ (MW)	$P_c$ (MW)
A	100	0,40	150	250
B	100	0,25 (-37,5%)	300 (+100%)	400 (+60%)

Come si evince dalla tabella 2.3.1, a fronte di una diminuzione di rendimento del 37,5% rispetto al caso A, il caso B presenta un incremento del 100% della frazione di calore (di energia primaria) non utilizzata e un incremento del 60% del consumo di combustibile (di energia primaria).

Di tutta la potenza  $P_c$  entrante con il combustibile, come si vedrà nel seguito, circa il 10% si perde nel generatore di vapore, principalmente attraverso lo scarico dei prodotti della combustione al camino (perdite esterne al ciclo termodinamico)<sup>13</sup>, mentre le restanti perdite sono quelle tipiche del ciclo (perdite al condensatore, ovvero alla sorgente fredda).

La figura 2.3.3 riporta una rappresentazione grafica del bilancio energetico sintetico dei due casi A e B considerati.

<sup>13</sup> Le perdite nel generatore di vapore, come si vedrà nel seguito, sono di varia natura; in questo esempio, per semplicità e per brevità, vengono nel complesso assimilate alle sole perdite per calore sensibile dei prodotti di combustione rilasciati al camino.



**Figura 2.3.3.** Bilancio energetico sintetico di impianto a vapore, casi A e B.

Applicando l'equazione generale del bilancio energetico (Cfr. eq. (2.1.17) e (2.1.18)) espressa in termini di potenze si ha:

$$\dot{H}_2 + \Delta \dot{E}_{chim} = \dot{H}_1 + \dot{Q} - P_e \quad (2.3.6)$$

Si sottolinea che le perdite del generatore di vapore qui considerate sono solo quelle relative al calore sensibile dei prodotti di combustione rilasciati al camino e quindi si tratta di perdite di entalpia associata a flussi di materia in uscita; le perdite al condensatore sono invece relative al processo di rilascio di calore del ciclo e quindi si tratta di calore scambiato con l'esterno. Si ha pertanto:

$$\begin{aligned} \dot{H}_2 &= \dot{Q}_R'' \\ -\Delta \dot{E}_{chim} &= \dot{m}_c \cdot H_i \\ \dot{H}_1 &= 0 \\ \dot{Q} &= -\dot{Q}_R' \end{aligned}$$

e quindi:

$$P_e = -\Delta \dot{E}_{chim} - \dot{H}_2 + \dot{Q} = \dot{m}_c \cdot H_i - (\dot{Q}_R'' + \dot{Q}_R') \quad (2.3.7)$$

Il calore  $\dot{Q}_R'$  scambiato al condensatore viene ceduto ad un fluido refrigerante, di norma acqua, ad esempio acqua di mare nelle centrali localizzate nelle coste. In questo caso il termine  $\dot{Q}_R'$  può essere espresso mediante la relazione:

$$\dot{Q}_R' = \dot{m}_a \cdot \Delta h_a = \dot{m}_a \cdot c_a \cdot \Delta T_a \quad (2.3.8)$$

essendo  $\dot{m}_a$ ,  $c_a$  e  $\Delta T_a$  rispettivamente la portata massica, il calore specifico e la variazione di temperatura dell'acqua di raffreddamento. Per l'acqua di mare si può assumere  $c_a = 4 \frac{kJ}{kg \cdot K}$  e  $\Delta T_a = 10 K$ , pertanto, per i due casi A e B risulta:

$$(\dot{m}_a)_A = \frac{125.000}{4 \cdot 10} = 3.125 \frac{kg}{s} = 3,125 \frac{m^3}{s}$$

$$(\dot{m}_a)_B = \frac{260.000}{4 \cdot 10} = 6.500 \frac{kg}{s} = 6,500 \frac{m^3}{s}$$

L'entità di queste portate, specie se scalate alla taglia degli impianti di grande potenza tipici delle moderne centrali elettriche, fornisce un'efficace indicazione delle dimensioni della sezione di condensazione (condensatore, pompe di circolazione, opere idrauliche di presa e di scarico, sistemi di filtrazione, ecc.).

Si consideri ancora, più realisticamente, una centrale termoelettrica composta da due gruppi a vapore da 320 MW ciascuno (taglia caratteristica degli impianti realizzati in Italia negli anni 1980-90 e tuttora in esercizio), come quelli presenti, ad esempio, nella centrale termoelettrica di Fiume Santo (SS). Per tali impianti, assunto convenzionalmente un rendimento globale (nominale) del 40% si ha:

$$P_e = 640 MW$$

$$\dot{Q}_R = \frac{1 - \eta_g}{\eta_g} \cdot P_e = 960 MW$$

$$\dot{m}_c \cdot H_i = \dot{Q}_R + P_e = 1600 MW$$

$$\dot{Q}_R'' = 0,1 \cdot \dot{m}_c \cdot H_i = 160 MW$$

$$\dot{Q}_R' = \dot{Q}_R - \dot{Q}_R'' = 800 MW$$

Dal valore di  $\dot{Q}_R'$  si trova la portata d'acqua di raffreddamento al condensatore che risulta:

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{Q}_R'}{c_a \cdot \Delta T_a} = \frac{800.000}{4 \cdot 10} = 20.000 \frac{kg}{s} = 20 \frac{m^3}{s}$$

Si evidenzia, per curiosità e per confronto, che tale portata è paragonabile alla portata media dei tre maggiori fiumi della Sardegna (Tirso:  $16 \frac{m^3}{s}$ , Coghinas:  $18 \frac{m^3}{s}$ , Flumendosa:  $22 \frac{m^3}{s}$ ).

## 2.4 Consumo specifico degli impianti motori termici

In alternativa al rendimento, specie in ambito industriale, si fa spesso riferimento ad una prestazione correlata al rendimento globale dell'impianto rappresentata dal consumo specifico di combustibile (consumo specifico massico,  $C_{sm}$ ) o dal consumo specifico di energia del combustibile (consumo specifico energetico,  $C_{se}$ ).

### Consumo specifico massico

Si definisce consumo specifico massico il rapporto tra la massa di combustibile alimentata nell'impianto in un dato intervallo di tempo e il lavoro prodotto nello stesso intervallo di tempo (consumo specifico medio nell'intervallo di tempo), ovvero il rapporto tra la portata massica di combustibile alimentata nell'impianto e la potenza prodotta (consumo specifico istantaneo). In regime di funzionamento stazionario le due definizioni coincidono, si ha pertanto:

$$C_{sm} = \frac{m_c}{L_e} = \frac{\dot{m}_c}{P_e} = \frac{1}{\eta_g \cdot H_i} \quad (2.4.1)$$

La misura di  $C_{sm}$  è espressa in  $\left[\frac{kg}{MJ}\right]$  (ovvero in  $\left[\frac{g}{kJ}\right]$ ) se  $H_i$  è espresso in  $\left[\frac{MJ}{kg}\right]$ .

Se l'impianto è preposto alla produzione di energia elettrica, il lavoro effettivo  $L_e$  è spesso preferibilmente espresso in  $kWh$  invece che in  $J$  (o suoi multipli). Per esemplificare, l'energia pari a  $1 kWh$  è l'energia prodotta in un'ora da un generatore elettrico di potenza pari a  $1 kW$ , ovvero l'energia elettrica assorbita in un'ora da una utenza elettrica di  $1 kW$  (ad esempio una stufa elettrica). Poiché in un'ora ci sono  $3600 s$ , risulta:  $1 kWh = 3600 kJ = 3,6 MJ$ , e quindi:

$$C_{sm} = \frac{3600}{\eta_g \cdot H_i} \frac{g}{kWh} \left( \frac{kg}{MWh} \right) \quad (2.4.2)$$

### Consumo specifico energetico

Si definisce consumo specifico energetico il rapporto tra l'energia primaria (del combustibile) alimentata nell'impianto in un dato intervallo di tempo e il lavoro prodotto nello stesso intervallo di tempo (consumo specifico medio nell'intervallo di tempo considerato), ovvero il rapporto tra la potenza termica associata al combustibile alimentato nell'impianto e la potenza prodotta (consumo specifico istantaneo). In regime di funzionamento stazionario le due definizioni coincidono, si ha pertanto:

$$C_{se} = \frac{m_c \cdot H_i}{L_e} = \frac{\dot{m}_c \cdot H_i}{P_e} = \frac{1}{\eta_g} \quad (2.4.3)$$

Il consumo specifico energetico  $C_{se}$  è dato quindi dall'inverso del rendimento ed è perciò una grandezza adimensionale. Esso può essere però espresso in termini più pratici considerando la diversa qualità dell'energia (potenza) in ingresso e in uscita (a numeratore e a denominatore dell'equazione (2.4.3)). Esprimendo il numeratore in termini di energia termica, ad esempio in  $[kJ_t]$ , ovvero in  $[MJ_t]$ , e il denominatore in termini di energia meccanica, ad esempio in  $[kWh]$ , ovvero in  $[MWh]$ , per quanto sopra risulta:

$$C_{se} = \frac{3600}{\eta_g} \frac{kJ_t}{kWh} \left( \frac{MJ_t}{MWh} \right) \quad (2.4.4)$$

Molto spesso, nella pratica, si incontrano ancora bilanci energetici formulati attraverso il "Sistema Tecnico" di unità di misura, dove l'energia termica viene espressa in  $[kcal]$ . Ricordando che  $1 \text{ kcal} = 4,1868 \text{ kJ}_t$ , introducendo questa equivalenza nell'equazione (2.4.4) si ottiene:

$$C_{se} = \frac{860}{\eta_g} \frac{kcal}{kWh} \quad (2.4.5)$$

Esempio 1: Consumo specifico di un impianto a vapore

Si consideri un impianto a vapore caratterizzato da un rendimento globale  $\eta_g = 0,40$ , alimentato a carbone con  $H_i = 25 \frac{MJ}{kg}$ .

Il consumo specifico massico  $C_{sm}$  risulta:

$$C_{sm} = \frac{3600}{\eta_g \cdot H_i} = 360 \frac{g}{kWh} \left( \frac{kg}{MWh} \right)$$

Commento: la produzione di 1 kWh di energia elettrica (a meno del rendimento del generatore elettrico), ad esempio per l'alimentazione continua di una utenza da 1 kW per 1 ora, comporta un consumo di 0,360 kg di carbone.

Il consumo specifico energetico risulta:

$$C_{se} = \frac{3600}{\eta_g} = 9000 \frac{kJ_t}{kWh} = \frac{860}{\eta_g} = 2150 \frac{kcal}{kWh}$$

Esempio 2: Consumo specifico di un impianto di turbina a gas

Si consideri una turbina a gas caratterizzata da un rendimento globale  $\eta_g = 0,40$ , alimentata a metano (gas naturale) con  $H_i = 50 \frac{MJ}{kg}$ .

Il consumo specifico massico  $C_{sm}$  risulta:

$$C_{sm} = \frac{3600}{\eta_g H_i} = 180 \frac{g}{kWh} \left( \frac{kg}{MWh} \right)$$

*Commento:* il consumo specifico massico risulta uguale alla metà di quello dell'impianto a vapore di cui all'esempio precedente perché il potere calorifico del metano è pari al doppio di quello assunto per il carbone.

Il consumo specifico energetico risulta:

$$C_{se} = \frac{3600}{\eta_g} = 9000 \frac{kJ_t}{kWh} = \frac{860}{\eta_g} = 2150 \frac{kcal}{kWh}$$

*Commento:* il consumo specifico energetico risulta uguale a quello dell'impianto a vapore di cui all'esempio precedente perché il rendimento dei due impianti è lo stesso.

### Altri indici caratteristici legati al consumo specifico

A partire dal consumo specifico massico è possibile valutare, con relativa semplicità, altri indici caratteristici dell'impianto motore termico, quali ad esempio la quota combustibile del costo del kWh (incidenza del costo del combustibile sul costo del kWh prodotto) e le emissioni specifiche di CO<sub>2</sub> (emissioni di CO<sub>2</sub> per kWh prodotto) o di altre sostanze inquinanti.

### Incidenza del costo del combustibile per unità di energia prodotta

Dato il costo unitario, per unità di massa, del combustibile  $C_{comb,kg} \left[ \frac{\text{€}}{kg} \right]$ , il costo del combustibile per kWh prodotto  $C_{comb,kWh} \left[ \frac{\text{€}}{kWh} \right]$  è dato dalla relazione:

$$C_{comb,kWh} = C_{comb,kg} \cdot C_{sm} \quad (2.4.6)$$

dove  $C_{sm}$  è espresso in  $\left[ \frac{kg}{kWh} \right]$ .

#### Esempio 1: Impianto a vapore alimentato a carbone

Si assume un costo unitario del carbone  $C_{carb,kg} = 65 \cdot 10^{-3} \frac{\text{€}}{kg} \left( 65 \frac{\text{€}}{t} \right)^{14}$ .

Il costo del carbone per produrre 1 kWh risulta:

$$C_{carb,kWh} = C_{carb,kg} \cdot C_{sm} = (65 \cdot 10^{-3}) \cdot (360 \cdot 10^{-3}) = 0,0234 \frac{\text{€}}{kWh} = 2,34 \frac{c\text{€}}{kWh}$$

<sup>14</sup> Dato al 1 febbraio 2020 (90  $\frac{\text{€}}{t}$  al 1 febbraio 2019, 63  $\frac{\text{€}}{t}$  al 1 febbraio 2021)



Esempio 2: Turbina a gas alimentata a metano (gas naturale)

Si assume un costo unitario del metano (in questo caso per unità di volume)  $c_{CH_4,Sm^3} = 0,171 \frac{\text{€}}{Sm^3} \left(171 \frac{\text{€}}{kSm^3}\right)^{15}$ .

Diversamente dai combustibili solidi e liquidi, il costo del metano è stabilito con riferimento all'unità di volume generalmente in condizioni standard (15 °C, 1 atm); per determinarne il costo per unità di massa occorre determinare la sua densità. La densità del metano, supposto per semplicità come gas perfetto, nelle citate condizioni standard risulta:

$$\rho_{CH_4} = \frac{p \cdot \mathcal{M}}{\mathcal{R} \cdot T} = \frac{101325 \cdot 16}{8314,33 \cdot 288,15} = 0,677 \frac{kg}{m^3}$$

essendo:

$$p = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} \quad \text{la pressione in condizioni standard}$$

$$T = 15 \text{ °C} = 288,15 \text{ K} \quad \text{la temperatura in condizioni standard}$$

$$\mathcal{R} = 8314,33 \frac{J}{kmol \cdot K} \quad \text{la costante universale dei gas}$$

$$\mathcal{M} = 16 \frac{kg}{kmol} \quad \text{la massa molare del metano}$$

Il costo per unità di massa del metano risulta pertanto (arrotondato per difetto):

$$C_{CH_4,kg} = \frac{0,171}{0,677} \cong 0,250 \frac{\text{€}}{kg} \left(250 \frac{\text{€}}{t}\right)$$

Il costo del metano per produrre 1 kWh risulta:

$$C_{CH_4,kWh} = C_{CH_4,kg} \cdot C_{sm} = 0,250 \cdot 180 \cdot 10^{-3} = 0,0450 \frac{\text{€}}{kWh} = 4,50 \frac{c\text{€}}{kWh}$$

Il costo del metano necessario per produrre 1 kWh è pari a 1,92 volte quello del carbone.

**Emissioni di CO<sub>2</sub> per unità di energia prodotta**

La produzione di CO<sub>2</sub> per kWh prodotto può essere determinata mediante la relazione:

$$M_{CO_2,kWh} = C_{sm} \cdot F_{e,CO_2} \quad (2.4.7)$$

<sup>15</sup> Dato al 1 febbraio 2020 (285  $\frac{\text{€}}{kSm^3}$  al 1 febbraio 2019, 206  $\frac{\text{€}}{kSm^3}$  al 1 febbraio 2021)

dove  $F_{e,CO_2}$  è il “fattore di emissione” del combustibile relativo alla  $CO_2$ . Esso esprime la massa di  $CO_2$  prodotta dalla combustione dell’unità di massa di combustibile e dipende dalla frazione massica di carbonio presente nel combustibile attraverso la relazione:

$$F_{e,CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_{comb}} = \frac{m_{CO_2}}{m_C} \cdot \frac{m_C}{m_{comb}} \quad (2.4.8)$$

In altri termini, il fattore di emissione può essere ricavato da un bilancio di massa sulla reazione di combustione del combustibile come mostrato negli esempi che seguono.

*Esempio 1: Fattore di emissione per carbone*

Dalla reazione di combustione del carbonio presente nel carbone con l’ossigeno presente nell’aria si avrà:



Da una kmole di carbonio si ottiene una kmole di  $CO_2$ , pertanto:

$$\frac{m_{CO_2}}{m_C} = \frac{1 \cdot \mathcal{M}_{CO_2}}{1 \cdot \mathcal{M}_C} = \frac{44}{12} \frac{kg_{CO_2}}{kg_C}$$

essendo  $\mathcal{M}_{CO_2}$  e  $\mathcal{M}_C$  le masse molari della  $CO_2$  e del carbonio rispettivamente. D’altra parte, il carbonio rappresenta solo una parte dei costituenti del carbone, le cui caratteristiche chimico-fisiche dipendono essenzialmente dal periodo geologico di formazione, dalla carbogenesi (processo di formazione) e dalle caratteristiche del giacimento di provenienza. Oltre al carbonio, infatti, il carbone contiene altri componenti, tra cui materia volatile (idrocarburi e gas inerti), acqua, materiali inerti (ceneri). In sostanza, tanto più antico è il carbone, tanto più elevata è la percentuale di carbonio in esso contenuta. La tabella 2.4.1 che segue riporta le caratteristiche costitutive, espresse attraverso le analisi approssimata ed elementare, di due carboni di diverse caratteristiche: il primo, un carbone sulcis, classificato come “sub-bituminoso” (al limite delle “ligniti”), avente un’età di circa 50 milioni di anni, il secondo un carbone sudafricano, classificato come “litantrace”, avente un’età di circa 500 milioni di anni. Come mostra la tabella, la frazione massica di carbonio nei due carboni è molto diversa: circa il 53% per il carbone sulcis a fronte del 65,5% circa per il carbone sudafricano.

**Tabella 2.4.1.** Caratteristiche costitutive di due carboni di diversa natura.

Analisi approssimata (% in massa)	Sulcis	Sud Africa
Carbonio fisso	34,14	54,00
Volatili	37,36	23,00
Ceneri	17,00	15,00
Umidità	11,50	8,00
<b>Analisi elementare (% in massa)</b>		
Carbonio	52,92	65,45
Idrogeno	3,93	3,85
Zolfo	6,00	0,54
Azoto	1,50	1,62
Ossigeno	7,15	5,54
Ceneri	17,00	15,00
Umidità	11,50	8,00
Potere Calorifico Inferiore (MJ/kg)	20,00	25,00

A fini esemplificativi, assumendo per semplicità un contenuto di carbonio nel carbone del 60%, si ha:

$$\frac{m_C}{m_{carb}} = 0,60$$

per cui, dalla (2.4.8):

$$F_{e,CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{m_C} \cdot \frac{m_C}{m_{carb}} = \frac{44}{12} \cdot 0,60 = 2,2 \frac{kg_{CO_2}}{kg_{carb}}$$

Con riferimento quindi alle caratteristiche dell'impianto a vapore considerato precedentemente (consumo specifico massico  $c_{sm} = 0,360 \frac{kg_{carb}}{kWh}$ , con rendimento globale  $\eta_g = 0,40$  e potere calorifico inferiore del combustibile  $H_i = 25 \frac{MJ}{kg}$ ), la massa di  $CO_2$  derivante dalla produzione di 1 kWh, data dalla equazione (2.4.7), risulta:

$$M_{CO_2, kWh} = c_{sm} \cdot F_{e,CO_2} = 0,360 \cdot 2,2 = 0,792 \frac{kg_{CO_2}}{kWh}$$

Riepilogando, la produzione di 1 kWh (si pensi ad una utenza di 1 kW in funzionamento continuo per 1 ora) mediante un impianto a vapore alimentato a carbone con rendimento globale  $\eta_g = 0,40$  e potere calorifico inferiore del combustibile  $H_i = 25 \frac{MJ}{kg}$  determina un consumo di carbone pari 0,360 kg e una produzione di CO<sub>2</sub> pari a 0,792 kg.

Esempio 2: Fattore di emissione per metano.

Dalla reazione di combustione del metano con l'ossigeno presente nell'aria si avrà:



Da una kmole di metano si ottiene una kmole di CO<sub>2</sub>, pertanto:

$$\frac{m_{CO_2}}{m_{CH_4}} = \frac{1 \cdot \mathcal{M}_{CO_2}}{1 \cdot \mathcal{M}_{CH_4}} = \frac{44}{16} \frac{kg_{CO_2}}{kg_{CH_4}}$$

essendo  $\mathcal{M}_{CO_2}$  e  $\mathcal{M}_{CH_4}$  le masse molari della CO<sub>2</sub> e del CH<sub>4</sub> rispettivamente. In questo caso il combustibile è composto esclusivamente da metano<sup>16</sup>, pertanto:

$$\frac{m_C}{m_{CH_4}} = \frac{12}{16} = 0,75$$

e quindi:

$$F_e = \frac{m_{CO_2}}{m_C} \cdot \frac{m_C}{m_{CH_4}} = \frac{44}{12} \cdot \frac{12}{16} = 2,75 \frac{kg_{CO_2}}{kg_{CH_4}}$$

Con riferimento quindi alle caratteristiche dell'impianto di turbina a gas considerato precedentemente (consumo specifico massico  $C_{sm} = 0,180 \frac{kg_{CH_4}}{kWh}$ , con rendimento globale  $\eta_g = 0,40$  e potere calorifico inferiore del combustibile  $H_i = 50 \frac{MJ}{kg}$ ), la massa di CO<sub>2</sub> derivante dalla produzione di 1 kWh, data dalla equazione (2.4.7), risulta:

$$M_{CO_2, kWh} = C_{sm} \cdot F_{e, CO_2} = 0,180 \cdot 2,75 = 0,495 \frac{kg_{CO_2}}{kWh}$$

<sup>16</sup> In realtà, il gas naturale immesso nelle reti di distribuzione non è solo metano ma è costituito da una miscela di idrocarburi leggeri composta prevalentemente da metano e, in frazioni minori, principalmente da etano, propano e butano. I gas naturali distribuiti in Italia, ad esempio, contengono una percentuale in volume di metano dell'83,3% per il metano algerino, del 91,0% per quello olandese, del 98,1% per quello russo e del 99,6% per quello nazionale, con percentuali di etano rispettivamente del 7,7%, 3,7%, 0,6%, 0,06%, e di propano rispettivamente del 2,05%, 0,88%, 0,22%, 0,02%.

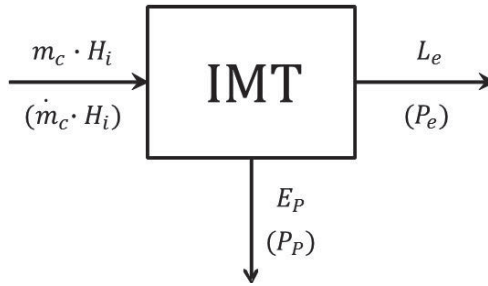
Riepilogando, la produzione di 1 kWh mediante un impianto di turbina a gas alimentato a metano con rendimento globale  $\eta_g = 0,40$  e potere calorifico inferiore del combustibile  $H_i = 50 \frac{MJ}{kg}$  determina un consumo di metano pari 0,180 kg e una produzione di CO<sub>2</sub> pari a 0,495 kg.

Dal confronto delle due soluzioni impiantistiche basate sulle diverse tecnologie degli impianti a vapore e delle turbine a gas, caratterizzate nel caso specifico da pari rendimento, si evince che la turbina a gas alimentata a metano presenta emissioni specifiche (riferite al kWh prodotto) minori del 37,5% rispetto all'impianto a vapore alimentato a carbone.

Ove la stessa turbina a gas fosse il motore primo di un impianto combinato basato sulle migliori tecnologie disponibili, con un tipico rendimento globale del 60%, si avrebbero un consumo specifico di combustibile ed emissioni specifiche di CO<sub>2</sub> pari a 4/6 dei valori caratteristici della sola turbina a gas (rapporto tra i rendimenti della turbina a gas e dell'impianto combinato), vale a dire:  $c_{sm} = 0,120 \frac{kg_{CH_4}}{kWh}$  e  $M_{CO_2, kWh} = 0,330 \frac{kg_{CO_2}}{kWh}$ . In questo caso, le emissioni specifiche di CO<sub>2</sub> sarebbero pari al 41,7% di quelle dell'impianto a vapore alimentato a carbone, il che giustifica l'attuale impulso, nel settore della produzione di energia elettrica, verso l'utilizzo del gas naturale (ovviamente con le migliori tecnologie di conversione disponibili) in luogo del carbone.

## 2.5 Rendimento composto di un impianto motore termico

Si consideri lo schema di bilancio energetico del generico impianto motore termico schematizzato in figura 2.5.1 in cui si ha in ingresso l'energia (potenza) chimica del combustibile  $m_c \cdot H_i$  ( $\dot{m}_c \cdot H_i$ ) e in uscita il lavoro (potenza) effettivo prodotto  $L_e$  ( $P_e$ ) e l'energia (potenza) non trasformata in effetto utile, intesa come energia (potenza) perduta,  $E_p$  ( $P_p$ ). Rispetto alla precedente figura 2.3.1, nella figura 2.5.1 l'energia (potenza) perduta, è stata indicata più propriamente con il simbolo  $E_p$  ( $P_p$ ), poiché tale termine include non solo perdite di energia termica (calore) ma anche altri contributi di perdite energetiche di diversa natura (energia chimica e dissipazioni meccaniche).



**Figura 2.5.1.** Schema di bilancio energetico di un impianto motore termico.

Come già discusso, è possibile definire il rendimento globale medio del sistema, riferito alle quantità di energia messe in gioco in un determinato intervallo di tempo, come rapporto fra effetto utile ( $L_e$ ) e ciò che è stato messo a disposizione per produrlo ( $m_c \cdot H_i$ ):

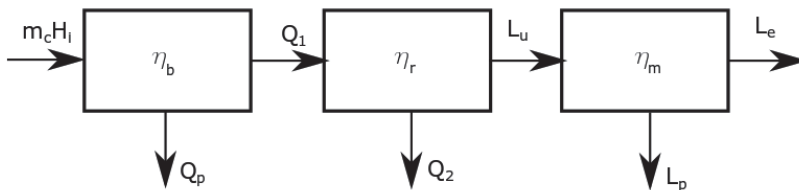
$$\overline{\eta}_g = \frac{L_e}{m_c \cdot H_i} \quad (2.5.1)$$

oppure il rendimento globale istantaneo, riferito alle potenze:

$$\eta_g = \frac{P_e}{\dot{m}_c \cdot H_i} \quad (2.5.2)$$

Le equazioni (2.5.1) e (2.5.2) esprimono le relazioni a livello globale tra grandezze in ingresso e in uscita, rispettivamente in termini di energia e potenza, ma non forniscono alcuna informazione sui vari stadi della trasformazione delle grandezze in ingresso e dei processi realizzati per ottenere gli effetti utili in uscita. Nel seguito il rendimento globale dell'impianto motore termico sarà indicato genericamente con  $\eta_g$ , senza distinzione tra valore medio e valore istantaneo.

Con riferimento a un generico impianto motore termico a combustione (interna o esterna), la figura 2.5.2 fornisce una rappresentazione schematica della successione delle trasformazioni basilari che caratterizzano il processo globale di conversione dell'energia primaria del combustibile in lavoro meccanico disponibile all'utenza (lavoro effettivo).



**Figura 2.5.2.** Schematizzazione della successione dei processi di conversione dell'energia in un impianto motore termico.

Il primo processo di trasformazione è quello della conversione dell'energia potenziale chimica del combustibile in energia termica, che avviene in uno specifico sistema di combustione costituito dal generatore di vapore nel caso dell'impianto a vapore (impianto a combustione esterna) e dalla camera di combustione nel caso dell'impianto turbina a gas (impianto a combustione interna). Nel sistema di combustione si ha in ingresso il combustibile con la sua energia potenziale chimica  $m_c \cdot H_i$  e, attraverso le reazioni chimiche di combustione, si ha in uscita il calore  $Q_1$  che viene trasferito al ciclo termodinamico. Il processo è anche sede di perdite  $Q_p$  di varia natura, molto piccole nel caso delle turbine a gas, più rilevanti nel caso degli impianti a vapore, come meglio specificato nel seguito.

Il rendimento  $\eta_b$  del sistema di combustione (si utilizza il pedice "b" con riferimento alla notazione inglese "burn"), è dato dalla relazione:

$$\eta_b = \frac{Q_1}{m_c \cdot H_i} \quad (2.5.3)$$

Il processo successivo è quello di conversione del calore  $Q_1$  trasferito al fluido operativo nel sistema di combustione in lavoro utile  $L_u$ . Il processo è realizzato attraverso un ciclo termodinamico e pertanto, per il secondo principio della termodinamica, non tutto il calore  $Q_1$  in ingresso (sorgente a temperatura superiore) può essere trasformato in lavoro utile, ma una parte  $Q_2$  di esso deve essere ceduta all'ambiente esterno (sorgente a temperatura inferiore) e quindi perduta.

Il rendimento  $\eta_r$  del ciclo termodinamico (si utilizza il pedice "r" per designare il ciclo "reale"), è dato dalla relazione:

$$\eta_r = \frac{L_u}{Q_1} \quad (2.5.4)$$

Il lavoro utile  $L_u$  è, come detto, il lavoro del ciclo termodinamico, ovvero la sommatoria di tutti i lavori (positivi e negativi) delle trasformazioni costituenti il ciclo termodinamico. Il lavoro effettivo  $L_e$ , cioè il lavoro effettivamente disponibile all'utenza, risulterà minore del lavoro utile del ciclo  $L_u$  perché una piccola parte di quest'ultimo viene dissipata a causa dei fenomeni di attrito negli organi meccanici in moto relativo quali, ad esempio, cuscinetti e supporti, organi di trasmissione, ecc.

In relazione alle perdite per attrito si introduce un rendimento meccanico  $\eta_m$  dato dalla relazione:

$$\eta_m = \frac{L_e}{L_u} \quad (2.5.5)$$

Quindi, per quanto riguarda il rendimento globale si ha:

$$\eta_g = \frac{L_e}{m_c \cdot H_i} \cdot \frac{Q_1}{Q_1} \cdot \frac{L_u}{L_u} = \eta_b \cdot \eta_r \cdot \eta_m = \eta_b \cdot \eta_l \cdot \eta_i \cdot \eta_m \quad (2.5.6)$$

essendo  $\eta_l$  ed  $\eta_i$  rispettivamente i rendimenti limite e interno del ciclo termodinamico<sup>17</sup>.

La tabella 2.5.1 che segue riporta i valori indicativi dei vari rendimenti caratteristici degli impianti a vapore e a gas.

**Tabella 2.5.1.** Valori indicativi dei rendimenti caratteristici degli impianti motori termici a vapore e a gas.

Rendimento	Impianto a vapore	Turbina a gas
$\eta_b$	0,88÷0,93	0,99÷0,995
$\eta_r$	0,32÷0,48	0,29÷0,46
$\eta_m$	0,98÷0,995	0,98÷0,995
$\eta_g$	0,28÷0,42	0,28÷0,45

### Rendimento del sistema di combustione

Il rendimento del sistema di combustione è differente, sul piano concettuale, per impianti a vapore e di turbina a gas. Nel generatore di vapore si hanno perdite di varia natura e tipologia, la più importante delle quali è quella per “calore sensibile” dei prodotti della combustione (dei fumi per brevità).

Perdite per calore sensibile nel generatore di vapore. La perdita per calore sensibile dei fumi è la più rilevante delle perdite del generatore di vapore ed ha un’incidenza del 5÷7% dell’energia primaria in ingresso. I fumi scambiano calore con l’acqua nelle sue diverse fasi liquida e vapore e poi vengono espulsi ad una temperatura di 140-180 °C. Si avrà quindi una perdita di energia termica per “calore sensibile” dei fumi scaricati dal generatore di vapore quantificabile mediante la relazione:

$$m_f \cdot h_f = m_f \cdot c_{p,f}(T_f - T_0) \quad (2.5.7)$$

<sup>17</sup> Come già discusso nel paragrafo § 2.2, il rendimento limite del ciclo rappresenta il limite, appunto, a cui tende il rendimento reale del ciclo quando le irreversibilità delle trasformazioni tendono a zero, mentre il rendimento interno è un indice rappresentativo della qualità delle trasformazioni, ovvero del grado di irreversibilità, che per definizione è dato proprio dal rapporto tra il rendimento reale e il rendimento limite del ciclo.



dove  $m_f$ ,  $h_f$ ,  $c_{p,f}$ ,  $T_f$  sono rispettivamente la massa, l'entalpia specifica, il calore specifico medio e la temperatura dei fumi. La perdita per calore sensibile dei fumi è, come detto, la più rilevante delle perdite del generatore di vapore. Per ridurre questa perdita si può agire riducendo, ove possibile, la temperatura dei fumi in uscita  $T_f$  attraverso un recupero più efficiente dell'energia termica, oppure la massa dei fumi  $m_f$ , riducendo l'eccesso d'aria comburente con un migliore controllo della combustione.

In realtà i gas di scarico, dopo avere scambiato calore con l'acqua, escono dal generatore di vapore a circa 350-400 °C e scaricarli direttamente in atmosfera a questa temperatura implicherebbe una perdita per calore sensibile dell'ordine del 20% e oltre, valore estremamente elevato e inaccettabile. Per questo si effettua un ulteriore recupero di energia termica utilizzando i prodotti di combustione per preriscaldare l'aria comburente, processo che avviene per mezzo di un apposito preriscaldatore rigenerativo denominato "Ljungström". In tal modo i gas di combustione possono essere ulteriormente raffreddati, fino ad una temperatura di circa 140-180 °C; i valori inferiori, a cui corrispondono i rendimenti più elevati, si hanno di norma quando si utilizzano combustibili gassosi e privi di zolfo. La presenza di zolfo nel combustibile determina la produzione di SO<sub>2</sub> (anidride solforosa) in sede di combustione e un aumento della "temperatura di rugiada"<sup>18</sup> del vapore acqueo presente nei fumi. Un eccessivo raffreddamento dei gas di combustione, al di sotto della temperatura di rugiada, causerebbe la condensazione del vapore in essi presente, con conseguente produzione di acido solforico, per la presenza dell'anidride solforosa e dell'ossigeno reso disponibile dall'aria comburente introdotta in eccesso, producendo in tal modo una condensa acida deleteria per i suoi effetti corrosivi sui componenti esposti.

Il calore sensibile dei gas di combustione non è la sola perdita. Sono infatti presenti altre perdite di minore entità tra cui in particolare:

Perdite per scambio termico con l'esterno. Queste perdite sono indicativamente dell'ordine dello 0,5÷1% dell'energia primaria in ingresso. Esse sono dovute alle notevoli differenze di temperatura tra l'interno del generatore di vapore e l'ambiente l'esterno unitamente alle notevoli dimensioni del generatore di vapore e delle sue superfici esposte all'ambiente esterno. L'isolamento termico del generatore di vapore riduce efficacemente tali perdite ma non è ovviamente in grado di annullarle.

Perdite per incombusti. Queste perdite sono dell'ordine dell'1÷3% dell'energia primaria in ingresso, ma possono essere anche maggiori a

---

<sup>18</sup> Temperatura alla quale il vapore inizia a condensare.

seconda del combustibile utilizzato. La combustione non è mai completa, specie se si utilizzano (come è nella norma) combustibili solidi come il carbone. L'efficienza di combustione può essere migliorata agendo sulla tecnologia delle apparecchiature di combustione (bruciatori) e aumentando l'eccesso d'aria. Un aumento dell'eccesso d'aria determina però un aumento della portata dei fumi e, quindi, un aumento delle perdite per calore sensibile. La scelta dell'eccesso d'aria ottimale deriva perciò da un compromesso tra le perdite per calore sensibile e per incombusti.

Altre perdite. Sono inoltre presenti ulteriori perdite, dell'ordine dello  $0,5\div 1\%$  causate da flussi di materia uscenti dal generatore di vapore a temperatura maggiore di quella ambiente, quali ad esempio: spurghi, sfiati, ceneri ecc.

In ultima analisi, le perdite complessive risultano dell'ordine del  $7\div 12\%$  dell'energia primaria in ingresso.

Camera di combustione delle turbine a gas. Nel caso della turbina a gas le perdite complessive sono dell'ordine dello  $0,5\div 1\%$  dell'energia primaria in ingresso, di molto inferiori (un ordine di grandezza) rispetto a quelle che si hanno nel generatore di vapore. In questo caso, sono completamente assenti le perdite per calore sensibile poiché, trattandosi di un impianto motore a combustione interna, l'energia termica dei gas di scarico uscenti dal sistema corrisponde, come si vedrà meglio nel seguito, al "calore  $Q_2$ " evacuato alla sorgente termica alla temperatura inferiore del ciclo. Di conseguenza, tale perdita è tenuta in conto dal rendimento del ciclo e non già dal rendimento del sistema di combustione.

Le uniche perdite presenti nella camera di combustione sono perciò quelle per dissipazione termica verso l'esterno e per incombusti. D'altra parte, le camere di combustione delle turbine a gas sono apparecchiature molto compatte e caratterizzate da flussi di materia ad alta velocità, con tempi di permanenza del fluido operativo estremamente piccoli, per cui lo scambio di calore con l'esterno per unità di massa di fluido operativo risulta quasi trascurabile. Inoltre, le turbine a gas operano con eccessi d'aria molto elevati, dell'ordine del  $200\%$ , necessari per moderare la temperatura massima dei gas all'ingresso della turbina, pertanto la combustione è da considerarsi praticamente completa.

In ultima analisi, le perdite complessive risultano dell'ordine dello  $0,5\div 1\%$  dell'energia primaria in ingresso, con valori inferiori per gli impianti di taglia maggiore.

### **Rendimento del ciclo termodinamico**

Il rendimento reale  $\eta$ , dipende dai parametri di funzionamento del ciclo, vale a dire dalle temperature e pressioni massime e minime.

Allo stato attuale della tecnologia, il rendimento dei cicli a vapore sub-critici (a cui si fa riferimento nella tabella 2.5.1) è indicativamente compreso nell'intervallo 32÷48%. I valori più bassi si riferiscono a impianti a vapore di piccola potenza (10÷20 MW) alimentati a biomassa o a rifiuti, mentre i valori più elevati si riferiscono agli impianti a vapore di grande potenza (dell'ordine delle centinaia di MW). Valori sensibilmente maggiori, dell'ordine anche del 52÷53%, si hanno per i più moderni impianti a vapore "ultra-super-critici" (USC), che operano a temperature e pressioni molto più elevate.

Di poco inferiori sono i valori del rendimento dei cicli di turbina a gas, indicativamente compresi nell'intervallo 29÷46%. I valori più bassi si riferiscono in questo caso, alle turbine a gas di piccola potenza, dell'ordine di qualche MW, e alle "micro-turbine" a gas, con potenze da qualche decina di kW fino a qualche centinaio di kW. I valori più elevati di riferimento sono alle più moderne turbine a gas aero-derivate, mentre le turbine a gas industriali di grande potenza (anche oltre 500 MW) di più recente generazione presentano rendimenti del ciclo dell'ordine del 42÷44%.

### **Rendimento meccanico**

Il rendimento meccanico è molto elevato perché in entrambi gli impianti le perdite meccaniche sono molto basse con valori inferiori per gli impianti di taglia maggiore. Negli impianti di generazione elettrica di maggiore potenza l'accoppiamento tra la macchina motrice e il generatore elettrico è generalmente diretto (la macchina motrice ruota alla stessa velocità del generatore elettrico<sup>19</sup>) per cui le perdite meccaniche sono causate esclusivamente dai cuscinetti. Negli impianti di generazione elettrica di piccola taglia, o in applicazioni industriali diverse, la turbina (sia a vapore che a gas) ruota spesso a velocità più elevata rispetto a quella dell'alternatore, tanto maggiore quanto minore è la potenza. In questo caso è necessario interporre un riduttore di giri tra la turbina e l'alternatore che è ulteriore causa di perdite. Nelle applicazioni qui di interesse, il rendimento meccanico del solo riduttore di giri è generalmente compreso nell'intervallo 98÷98,5% per cui il rendimento meccanico complessivo assume valori compresi nell'intervallo 96%÷98%. I valori del rendimento meccanico riportati nella tabella 2.5.1 si riferiscono ai casi di accoppiamento diretto, ovvero privo di riduttore di giri.

---

<sup>19</sup> La velocità dell'alternatore dipende dalla frequenza di rete e dal numero di coppie polari secondo la relazione:  $p \cdot n = 60 \cdot f$ , dove  $p$  è il numero di coppie polari,  $n$  la velocità di rotazione in *rpm*,  $f$  la frequenza di rete in hertz. Per  $p = 1$  (una coppia di poli) ed  $f = 50$  Hz,  $n = 3000$  rpm.

## Rendimento globale

Il rendimento globale si deduce dal prodotto dei tre rendimenti di combustione, del ciclo e meccanico (eq. (2.5.6)) e, come mostrato nella tabella 2.5.1, si può considerare compreso nel campo 28%÷42% per gli impianti a vapore e nel campo 28÷45% per le turbine a gas, con le stesse considerazioni sugli estremi degli intervalli già formulate per il rendimento del ciclo.

## Rendimento globale corretto

Il rendimento globale testé definito deve essere corretto per tener conto del fatto che in un impianto complesso, come in particolare quello a vapore, vi sono una serie di organi accessori e ausiliari che assorbono energia sottraendola a quella effettivamente disponibile all'utenza. Il rendimento globale definito come sopra, a meno di tali assorbimenti, è perciò un rendimento globale lordo mentre il rendimento globale corretto, definito tenendo conto degli assorbimenti degli organi ausiliari e accessori è un rendimento globale netto.

Gli organi ausiliari sono apparecchiature fondamentali e imprescindibili per il funzionamento dell'impianto ma che non fanno parte del ciclo. Sono organi ausiliari, ad esempio, i ventilatori prementi e aspiranti (aria e fumi) del generatore di vapore, i mulini per macinare il carbone<sup>20</sup>, le pompe per la circolazione dell'acqua per la condensazione del vapore, che prelevano l'acqua dal mare e la inviano al condensatore<sup>21</sup>, l'impianto di trattamento e demineralizzazione dell'acqua di reintegro del ciclo, la pompa dell'olio di lubrificazione della turbina, ecc.

Gli organi accessori sono apparecchiature senza le quali l'impianto funzionerebbe ugualmente ma che sono comunque presenti nell'impianto per mantenerlo in efficienza e in sicurezza. Sono organi accessori, ad esempio, il preriscaldatore rigenerativo dell'aria comburente (Ljungström)<sup>22</sup>, gli sgrigliatori per la pulizia delle opere di presa dell'acqua di mare per il condensatore, i soffiatori di vapore presenti all'interno del generatore di vapore per la rimozione periodica delle ceneri trascinate dai gas di combustione che si depositano sui fasci tubieri, pompe varie per il recupero e il ricircolo di spurghi e condense, i dissa-

---

<sup>20</sup> I grandi impianti a vapore sono prevalentemente alimentati con polverino di carbone con una granulometria media di circa 90  $\mu m$ . Il carbone deve essere pertanto macinato e ridotto a tali dimensioni a partire dalla pezzatura grossolana e irregolare tipica della fornitura.

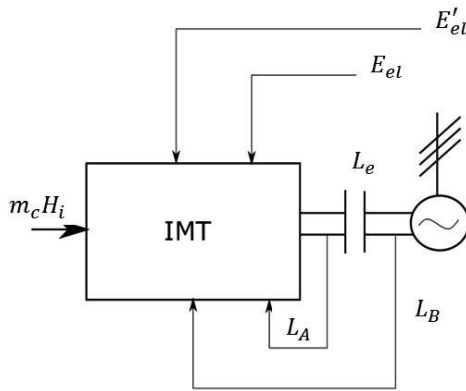
<sup>21</sup> Ovvero le pompe di circolazione dell'acqua di raffreddamento nelle torri evaporative in siti lontani dal mare.

<sup>22</sup> Ove il Ljungström non fosse presente e l'aria non venisse preriscaldata l'impianto funzionerebbe ugualmente ma con un rendimento del generatore di vapore sensibilmente inferiore.

latori per la produzione di acqua demineralizzata di reintegro del ciclo, impianti di produzione aria compressa per azionamenti vari, ecc.

I sistemi di abbattimento dei macroinquinanti, specificamente i desolficatori (DeSOx), i denitrificatori (DeNOx) e i depolveratori (filtri elettrostatici o a manica) potrebbero essere considerati sistemi accessori dal punto di vista esclusivamente tecnico, in quanto l'impianto funziona anche senza di essi, ma dal punto di vista normativo possono essere considerati come sistemi ausiliari fondamentali perché in loro assenza l'impianto non è autorizzato all'esercizio.

Per tenere conto degli assorbimenti di energia da parte degli organi ausiliari e accessori, ai fini della determinazione del rendimento globale corretto (ovvero del rendimento globale netto) si consideri lo schema di bilancio energetico mostrato in figura 2.5.3.



**Figura 2.5.3.** Schema a blocchi dell'impianto motore termico con assorbimenti energetici per organi ausiliari e accessori.

La figura 2.5.3 mostra le diverse modalità in cui gli organi ausiliari e accessori possono essere azionati utilizzando energia meccanica prelevata direttamente dall'albero motore, a monte della flangia di accoppiamento con l'alternatore ( $L_A$ ) e a valle di essa ( $L_B$ ), o energia elettrica prodotta dallo stesso impianto ( $E_{el}$ ) e importata dalla rete esterna ( $E'_{el}$ ).

L'assorbimento di energia meccanica a monte della flangia di accoppiamento con l'utilizzatore ( $L_A$ ) riguarda quegli organi direttamente asserviti al funzionamento della turbina, come per esempio la pompa dell'olio di lubrificazione, calettata direttamente sull'asse motore. In questo caso, poiché si preleva energia meccanica a monte della flangia di accoppiamento il lavoro  $L_A$  è già sottratto al lavoro effettivo  $L_e$  misurato alla flangia di accoppiamento con l'alternatore e non deve essere considerato ai fini della correzione del rendimento.

L'assorbimento di energia meccanica a valle della flangia di accoppiamento con l'alternatore ( $L_B$ ) riguarda invece l'azionamento di eventuali organi direttamente asserviti al funzionamento dell'alternatore, come per esempio i sistemi di eccitazione dell'alternatore basati su macchine elettriche rotanti<sup>23</sup>. In questo caso, trattandosi di energia meccanica prelevata a valle della flangia, il lavoro  $L_B$  deve essere considerato ai fini della correzione del rendimento e quindi sottratto al lavoro  $L_e$ .

La maggior parte degli organi ausiliari e accessori di impianto (pompe acqua mare del condensatore, ventilatori aria e fumi del generatore di vapore, mulini per la polverizzazione del carbone, preriscaldatore rotante dell'aria comburente, ecc.) sono azionati da motori elettrici in media e bassa tensione, utilizzando sia energia elettrica prodotta dallo stesso impianto ( $E_{el}$ ), sia energia elettrica importata dalla rete esterna ( $E'_e$ ). Nella centrale sono inoltre presenti numerose altre apparecchiature funzionali all'esercizio dell'impianto che utilizzano energia elettrica prodotta internamente o importata dall'esterno.

Nel primo caso, l'energia elettrica  $E_{el}$  deve essere sottratta al lavoro  $L_e$  alla flangia di accoppiamento con l'alternatore. L'energia elettrica  $E_{el}$ , tuttavia, deve essere riportata ad energia meccanica equivalente alla flangia mediante la relazione  $E_{el}/\eta_{el}$ , essendo  $\eta_{el}$  il rendimento elettrico globale della catena dei rendimenti delle macchine elettriche interposte tra la flangia e gli organi ausiliari e accessori in oggetto (alternatore, trasformatore di macchina, ulteriori trasformatori a valle).

Nel secondo caso, l'energia elettrica  $E'_e$ , essendo fornita dalla rete esterna, deve essere considerata come entrante nel sistema e perciò deve essere ricondotta all'energia primaria equivalente utilizzata in altri impianti per la sua produzione mediante la relazione  $E'_e/\eta_{rete}$  dove  $\eta_{rete}$  è il rendimento globale medio della rete.

A partire dall'espressione del rendimento globale lordo (Cfr. eq. (2.3.1)):

$$\eta_g = \frac{L_e}{m_c \cdot H_i} \quad (2.5.8)$$

tenendo conto di tutti i summenzionati fattori, il rendimento globale corretto  $\eta_{g,c}$  sarà dato dalla relazione:

<sup>23</sup> Un tempo il sistema di eccitazione era costituito da una dinamo principale eccitata a sua volta da una dinamo secondaria e molti impianti tuttora in esercizio sono basati su tale sistema. Negli impianti moderni si utilizzano sistemi statici a tiristori, alimentati dallo stesso alternatore (quindi da energia elettrica prodotta nello stesso impianto) o da energia elettrica prelevata dalla rete esterna, o generatori rotanti senza spazzole (brushless) accoppiati coassialmente con l'alternatore.

$$\eta_{g,c} = \frac{L_e - L_B - \frac{E_{el}}{\eta_{el}}}{m_c \cdot H_i + \frac{E'_{el}}{\eta_{rete}}} \quad (2.5.9)$$

Si osserva che per via degli assorbimenti degli organi ausiliari e accessori, l'espressione del rendimento corretto è caratterizzata da un numeratore minore e da un denominatore maggiore rispetto all'espressione del rendimento globale lordo di cui all'equazione (2.5.8) e quindi, come atteso:

$$\eta_{g,c} < \eta_g \quad (2.5.10)$$

Si può pertanto introdurre un fattore correttivo  $f < 1$  tale che:

$$\eta_{g,c} = f \cdot \eta_g = f \cdot \eta_b \cdot \eta_r \cdot \eta_m \quad (2.5.11)$$

definito, di conseguenza, dalla relazione:

$$f = \frac{\eta_{g,c}}{\eta_g} = \frac{L_e - L_B - \frac{E_{el}}{\eta_{el}}}{L_e} \cdot \frac{m_c \cdot H_i}{m_c \cdot H_i + \frac{E'_{el}}{\eta_{rete}}} \quad (2.5.12)$$

Per tenere intrinsecamente conto degli assorbimenti degli ausiliari, si può introdurre un rendimento organico  $\eta_{or}$  equivalente ad una sorta di rendimento meccanico corretto  $\eta_{m,c}$  definito mediante la relazione:

$$\eta_o = \eta_{m,c} = f \cdot \eta_m \quad (2.5.13)$$

per cui:

$$\eta_{g,c} = \eta_b \cdot \eta_r \cdot \eta_o \quad (2.5.14)$$

Come detto, il rendimento organico è una sorta di rendimento meccanico corretto che ingloba le perdite meccaniche e gli assorbimenti degli ausiliari, considerati in tal senso alla stessa stregua delle perdite meccaniche. Sebbene entrambi gli effetti determinino una riduzione di rendimento si deve fare una distinzione concettuale tra le perdite meccaniche, che costituiscono effetti dissipativi, e gli assorbimenti degli

ausiliari, che costituiscono invece energia utile non disponibile all'utilizzatore finale.

In ordine alla complessità degli impianti a vapore, gli assorbimenti di energia per l'alimentazione dei sistemi ausiliari e accessori sono significativi e si traducono in valori del rendimento organico dell'ordine del 94÷96%.

Nel caso delle turbine a gas, viceversa, la presenza di sistemi ausiliari e accessori è molto meno significativa. Oltre ai sistemi che, analogamente alle turbine a vapore, prelevano energia meccanica direttamente dall'albero motore, a monte e a valle della flangia di accoppiamento, altri sistemi ausiliari e accessori possono riguardare, principalmente, l'eventuale sistema di compressione del gas naturale ove la pressione di rete non sia adeguata alla pressione richiesta dalla camera di combustione, l'eventuale sistema di condizionamento termoigrometrico dell'aria all'aspirazione del compressore, mediante iniezione di acqua nebulizzata o raffreddamento mediante macchine frigorifere ad assorbimento, attuatori elettrici, idraulici o pneumatici, ecc. Il rendimento organico delle turbine a gas è pertanto più elevato rispetto a quello degli impianti a vapore ed è al più inferiore di un punto rispetto al rendimento meccanico, vale a dire dell'ordine del 97÷99%.

Nel seguito, per semplicità, si farà generale riferimento all'equazione (2.5.8) per indicare il rendimento globale corretto, ossia il rendimento netto dell'impianto, assumendo, in tal modo, che il lavoro effettivamente disponibile alla flangia di accoppiamento con l'alternatore sia intrinsecamente depurato di tutti gli assorbimenti degli organi ausiliari e accessori.

### Esempio

Si consideri un impianto a vapore con i seguenti rendimenti caratteristici:

$\eta_g = 0,40$	rendimento globale lordo
$\eta_r = 0,45$	rendimento del ciclo reale
$\eta_b (\eta_{GV}) = 0,90$	rendimento del generatore di vapore
$\eta_{el} = 0,98$	rendimento dell'alternatore
$\eta_{rete} = 0,46$	rendimento medio della rete elettrica pubblica

L'impianto presenta inoltre i seguenti assorbimenti di energia per l'alimentazione degli organi ausiliari e accessori, espressi in percentuale della potenza effettiva lorda  $P_e$ :

$P_{el} = 0,015 P_e$  potenza elettrica prelevata dalla produzione dell'alternatore

$P'_{el} = 0,012 P_e$  potenza elettrica prelevata dalla rete esterna

$P_{ma} = 0,010 P_e$  potenza meccanica assorbita dalla dinamo eccitatrice dell'alternatore (potenza assorbita sull'albero motore a valle della flangia di accoppiamento con l'alternatore)



Dall'espressione del rendimento globale lordo:

$$\eta_g = \frac{P_e}{\dot{m}_c \cdot H_i} = \eta_b \cdot \eta_r \cdot \eta_m$$

si trova preliminarmente:

$$\eta_m = \frac{\eta_g}{\eta_b \cdot \eta_r} = \frac{0,40}{0,90 \cdot 0,45} = 0,988$$

Dall'espressione del rendimento globale corretto si ha inoltre:

$$\eta_{g,c} = \frac{P_e - P_{ma} - \frac{P_{el}}{\eta_{el}}}{\dot{m}_c \cdot H_i + \frac{P'_{el}}{\eta_{rete}}}$$

e sostituendo i valori corrispondenti dei vari assorbimenti, essendo  $\dot{m}_c \cdot H_i = \frac{P_e}{\eta_g}$ , si ottiene:

$$\eta_{g,c} = \frac{P_e - 0,010 P_e - \frac{0,015 P_e}{0,98}}{\frac{P_e}{0,40} + \frac{0,012 P_e}{0,46}} = \frac{1 - 0,010 - \frac{0,015}{0,98}}{\frac{1}{0,40} + \frac{0,012}{0,46}} = 0,386$$

da cui:

$$f = \frac{\eta_{g,c}}{\eta_g} = \frac{\eta_o}{\eta_m} = \frac{0,386}{0,40} = 0,965$$

e infine:

$$\eta_o = f \cdot \eta_m = 0,965 \cdot 0,988 = 0,953$$

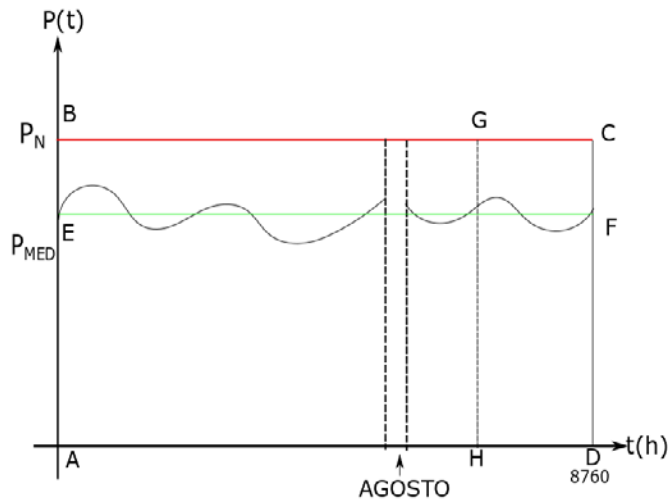
## 2.6 Diagrammi di carico e fattore di utilizzo di un impianto motore termico per la produzione di energia elettrica

Gli impianti motori termici preposti alla generazione elettrica operano, di norma, a potenza diversa da quella di progetto, variabile in funzione di esigenze tecniche ed economiche stabilite dal gestore della rete. L'evoluzione nel tempo della potenza prodotta da singolo impianto e richiesta dalla rete nel suo complesso, sono rappresentate dai cosiddetti "diagrammi di carico", generalmente riferiti ad un periodo di un anno,

cioè di 8760 ore (diagramma di carico annuale) nel caso del singolo impianto, e alle 24 ore giornaliere nel caso della rete (diagramma di carico giornaliero).

### Diagramma di carico annuale (dell'impianto)

La figura 2.6.1 schematizza un ipotetico diagramma di carico annuale riferito ad un singolo impianto termoelettrico caratterizzato da una potenza nominale  $P_N$ .



**Figura 2.6.1.** Diagramma di carico annuale di un impianto motore termico.

La potenza nominale solitamente non corrisponde alla massima potenza erogabile dall'impianto. Tutti gli impianti, infatti, permettono di operare ad una potenza massima generalmente maggiore di circa il 10% rispetto a quella nominale, per sopperire, per periodi limitati di tempo, a eventuali esigenze contingenti della rete. Questo è un assetto eccezionale e straordinario dell'impianto e comporta un rendimento più basso rispetto a quello nominale.

L'impianto termoelettrico, d'altra parte, opera generalmente a potenza variabile inferiore rispetto alla potenza nominale, in conformità alle esigenze tecniche ed economiche di gestione ottimale della rete elettrica. L'equilibrio della rete è assicurato da TERNA, la società che svolge una missione di prevalente servizio pubblico gestendo la trasmissione dell'energia elettrica in alta e altissima tensione e il dispacciamento dell'energia elettrica (programmazione della produzione di energia elettrica delle grandi centrali elettriche) attraverso il Paese.

A titolo esemplificativo, nel diagramma di figura 2.6.1 è indicata la presenza di un fermo impianto; per una centrale termoelettrica di solito ne vengono programmati diversi alla fine dell'anno precedente per il successivo, in modo tale che non vi siano sovrapposizioni non coordinate tra le fermate degli impianti connessi in rete. Queste fermate sono necessarie per poter svolgere la regolare manutenzione dei vari componenti di impianto e sono caratterizzate da tempi più o meno lunghi in relazione alla rilevanza degli interventi da effettuare.

Con riferimento alla figura 2.6.1, la massima quantità di energia elettrica  $E_n$  teoricamente producibile dall'impianto in un anno, operando a potenza nominale costante, è data graficamente dall'area ABCD, ovvero, analiticamente, dalla relazione:

$$E_n = \int_0^{8760} P_n dt = P_n \cdot 8760 \quad (2.6.1)$$

L'energia elettrica effettivamente prodotta dall'impianto durante l'anno, che in pratica opera a potenza inferiore a quella nominale variabile nel tempo, è rappresentata graficamente dall'area sottesa dalla curva in figura, e cioè:

$$E_e = \int_0^{8760} P(t) dt \quad (2.6.2)$$

L'energia effettivamente prodotta  $E_e$  dall'impianto viene misurata da un contatore fiscale ed è data dalla differenza tra le letture del contatore effettuate alle ore 24:00 del 31 dicembre e alle ore 0:00 del 1° gennaio dell'anno in oggetto, quindi è nota.

Per caratterizzare il grado di utilizzazione dell'impianto, da un punto di vista gestionale e in termini globali, si introduce un indice caratteristico denominato "fattore di utilizzazione"  $u$  dell'impianto, espresso attraverso il rapporto tra l'energia effettivamente prodotta dall'impianto nell'intervallo di tempo considerato (un anno nella fattispecie) e la massima quantità di energia producibile in condizioni nominali:

$$u = \frac{E_e}{E_n} = \frac{\int_0^{8760} P(t) dt}{8760 \cdot P_n} \quad (2.6.3)$$

Il fattore di utilizzazione è noto a consuntivo, perché sono noti sia  $E_e$  che, come detto, è misurato da un contatore fiscale, sia  $E_n = 8760 \cdot P_n$ , essendo  $P_n$  una caratteristica nota dell'impianto.

Noto il fattore di utilizzazione  $u$  dell'impianto, è possibile definire

una potenza media  $\bar{P}$  (indicata con  $P_{MED}$  in figura 2.6.1) costante nel tempo, in modo tale che l'area sottesa dalla retta  $\bar{P} = P_{MED} = cost$  (Area AEFD) e l'area sottesa dalla curva effettiva di carico  $P(t)$  siano uguali. In altri termini,  $\bar{P}$  rappresenta il valore costante della potenza a cui l'impianto dovrebbe operare con continuità tutto l'anno per produrre la quantità di energia effettivamente prodotta nel corso dell'anno. Si ha cioè:

$$u = \frac{\int_0^{8760} P(t) dt}{8760 \cdot P_n} = \frac{8760 \cdot \bar{P}}{8760 \cdot P_n} = \frac{\bar{P}}{P_n} \quad (2.6.4)$$

per cui:

$$\bar{P} = u \cdot P_n \quad (2.6.5)$$

L'equazione (2.6.5) prescinde, in realtà, dalla durata dell'intervallo di tempo considerato e consente di determinare la potenza media di funzionamento dell'impianto nel periodo di tempo di interesse, essendo noti la potenza nominale  $P_n$  dell'impianto e il suo fattore di utilizzazione  $u$  nello stesso periodo.

È inoltre possibile esprimere il fattore di utilizzazione  $u$  introducendo il numero di ore/anno  $n$  necessarie per produrre la stessa energia  $E_e$  data dall'equazione (2.6.2) operando a potenza nominale continua  $P_n$ . Questa condizione è espressa analiticamente dalla relazione:

$$u = \frac{\int_0^n P_n dt}{8760 \cdot P_n} = \frac{n \cdot P_n}{8760 \cdot P_n} = \frac{n}{8760} \quad (2.6.6)$$

rappresentata graficamente, nella figura 2.6.1, dal rapporto tra l'area del rettangolo ABGH e l'area del rettangolo ABCD. Dalla (2.6.6) si ricava infine il valore di  $n$  noto  $u$  dalla (2.6.4).

### **Diagramma di carico giornaliero (della rete)**

La figura 2.6.2 schematizza indicativamente l'evoluzione temporale di un diagramma di carico giornaliero, che rappresenta la richiesta di energia elettrica della rete durante l'arco di una giornata. Sebbene, con riferimento ad una rete elettrica sufficientemente estesa (ad es. la rete nazionale o anche regionale), il diagramma di carico non vari apprezzabilmente da un giorno all'altro, il suo andamento medio mensile varia di mese in mese in relazione alle diverse esigenze di carico determinate, in particolare, dall'evoluzione delle condizioni meteo-climatiche.

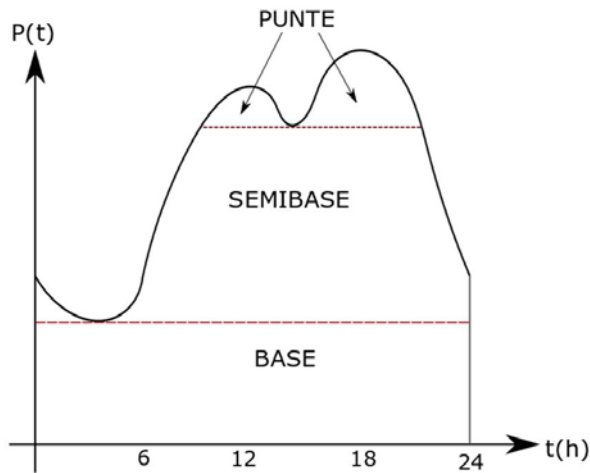


Figura 2.6.2. Diagramma di carico giornaliero della rete.

In generale, nell'arco della giornata si riscontrano 2 picchi di richiesta di carico, uno intorno alle 10-11 e l'altro intorno alle 17-18, che nei mesi estivi si sposta intorno alle 21.

L'equilibrio della rete impone che la richiesta di energia elettrica debba essere soddisfatta istante per istante in ogni condizione di carico, quindi il sistema di generazione elettrica, nel suo complesso, deve avere una potenza efficiente (disponibile) maggiore della massima potenza di picco richiesta durante l'intero arco dell'anno. Al fine di poter fare fronte a situazioni contingenti, in tal senso, il sistema di generazione elettrica deve essere provvisto di una adeguata riserva di potenza. In gergo tecnico, con riferimento agli impianti termoelettrici, si parla di "riserva rotante calda", costituita dalla disponibilità di erogazione immediata di carico di impianti in esercizio che operano, in conformità alla programmazione del dispacciamento, a potenza inferiore a quella nominale, e di "riserva rotante fredda" ovvero da impianti spenti che possono essere avviati in previsione di carenze di produzione da parte di altri impianti (per esempio dovute a fermate per manutenzione). Concorrono alla riserva rotante calda anche gli impianti di accumulo, principalmente l'idraulico pompato e, in prospettiva, l'accumulo elettrochimico o altre forme di accumulo di energia in via di sviluppo.

Nel diagramma di figura 2.6.2 si riconoscono tre zone di diverse caratteristiche, coperte da impianti di diversa tipologia in relazione a dette caratteristiche: la "base" del diagramma di carico, le "punte" e una zona intermedia che può essere indicata come "semibase".

### BASE del diagramma di carico

La base del diagramma di carico rappresenta la soglia di richiesta minima fisiologica di potenza richiesta dalla rete. Idealmente, questa zona dovrebbe essere coperta da impianti caratterizzati da una limitata dinamica, cioè da impianti a lenta modulazione della potenza prodotta e, quindi, non in grado di fornire una risposta rapida alle variazioni di carico, come per esempio gli impianti termoelettrici a vapore e gli impianti elettronucleari. In realtà, questa zona è coperta innanzitutto da tutti gli impianti che hanno priorità di dispacciamento. In base alla normativa vigente, gli impianti con priorità di dispacciamento sono tutti gli impianti a fonti rinnovabili (geotermici, eolici, solari, idroelettrici ad acqua fluente, a biomassa) e gli impianti assimilabili a impianti a fonti rinnovabili, quali gli impianti di termovalorizzazione dei rifiuti e gli impianti di cogenerazione. Gli impianti di cogenerazione sono impianti in cui si ha la contemporanea produzione di energia elettrica e di energia termica. Nell'ordine, dopo gli impianti con priorità di dispacciamento, entrano a costituire la base del diagramma di carico gli impianti che producono energia elettrica a minore costo che, di fatto, sono essenzialmente gli impianti termoelettrici a vapore alimentati a carbone, seguiti dagli impianti combinati. I primi, come detto, devono operare con maggiore continuità poiché rispondono lentamente alle variazioni di carico a causa grande inerzia termica e dei lunghi transitori di avviamento e spegnimento<sup>24</sup>.

### SEMIBASE del diagramma di carico

La semibase è una zona che può essere individuata artificialmente nel

---

<sup>24</sup> L'avviamento a freddo di un impianto a vapore richiede tempi molto lunghi per via dell'inerzia termica dei componenti più sollecitati termicamente quali il generatore di vapore e la turbina. L'avviamento del generatore di vapore richiede tempi dell'ordine di 6-12 ore, ma anche fino a 24 ore in relazione ai valori di pressione e temperatura massima del vapore, potenza e temperatura ambiente. Non appena il generatore di vapore è in grado di fornire vapore surriscaldato, anche se a pressione e temperatura minore di quella di esercizio, si può procedere al graduale riscaldamento delle linee del vapore e, successivamente della turbina. Le operazioni di riscaldamento delle linee del vapore e della turbina possono quindi iniziare prima del completamento della fase di avviamento del generatore di vapore. La durata delle fasi di riscaldamento delle linee vapore dipende dalla loro lunghezza e non è perciò quantificabile in termini assoluti, ma si tratta sempre di tempi anche dell'ordine di diverse ore. L'avviamento della turbina avviene con una rampa di velocità di rotazione caratterizzata da un'accelerazione dell'ordine di 70÷100 giri/min<sup>2</sup>, per cui per raggiungere un regime di rotazione di 3000 giri/min è necessario un tempo non inferiore a mezz'ora. Conclusa la rampa di velocità e raggiunta la velocità di rotazione nominale, la turbina prosegue la fase termica di avviamento durante la quale devono essere tenute sotto controllo le dilatazioni differenziali delle parti fisse e rotanti. Anche questa fase avviene molto lentamente in modo da consentire un riscaldamento graduale delle masse metalliche e la sua durata, che dipende essenzialmente dalla temperatura e dalla pressione massima del vapore, può arrivare a tempi dell'ordine di 6 ore.

diagramma di carico per indicare una fascia intermedia tra la base e le punte, caratterizzata da carichi complessivi sufficientemente continui per gran parte della giornata. La copertura di questa zona del diagramma di carico richiede il ricorso a impianti con migliori caratteristiche dinamiche di modulazione del carico, come per esempio gli impianti combinati.

#### *PICCHI o PUNTE del diagramma di carico*

I picchi, o punte, del diagramma di carico possono essere coperti solo in parte mediante la modulazione degli impianti termoelettrici di grande potenza (impianti a vapore e impianti combinati) e la loro completa copertura richiede l'intervento di impianti termoelettrici minori ad avviamento rapido e ad elevata dinamica di modulazione, come le turbine a gas, dedicate esclusivamente al servizio di copertura dei picchi, che nell'arco della giornata possono essere avviate e arrestate più volte<sup>25</sup>. Un contributo fondamentale per la copertura delle punte è poi fornito dagli impianti idroelettrici, che essendo caratterizzati da una pronta risposta alle variazioni di carico consentono di far fronte non solo ai picchi ma anche alle fluttuazioni di carico repentine e casuali (e perciò non prevedibili), determinate anche dall'influenza delle fonti rinnovabili non programmabili, essendo quindi idonei ad una regolazione fine e istantanea della copertura dei carichi.

Secondo ENEL, gli impianti idroelettrici vengono classificati in tre distinte categorie, a seconda della loro autonomia in condizioni di funzionamento a potenza nominale continua:

- impianti a serbatoio, con autonomia di oltre 400 ore;
- impianti a bacino, con autonomia di almeno 2 ore e fino a 400 ore;
- impianti ad acqua fluente, con autonomia minore di 2 ore.

Gli impianti a serbatoio e a bacino permettono l'accumulo idrico e lo sfruttamento in base alle necessità, tuttavia sono soggetti a vincoli di utilizzo, in quanto generalmente l'acqua viene accumulata come riserva idrica destinata prevalentemente agli usi civili e agricoli, prioritari rispetto agli usi energetici. Di norma, quindi, la produzione di energia elettrica da fonte idrica è subordinata all'utilizzo di tale risorsa per esigenze diverse da quella energetica. Gli impianti ad acqua fluente hanno potenza istantanea legata alle circostanze idrogeologiche.

---

<sup>25</sup> Le turbine a gas sono idonee a questo servizio essendo macchine "leggere", operanti a pressioni massime molto inferiori rispetto alle turbine a vapore. Per la loro limitata inerzia termica, sono perciò caratterizzate da tempi di avviamento estremamente ridotti, dell'ordine di 30 minuti per l'avviamento a freddo in condizioni normali, o perfino dell'ordine di 15 minuti in condizioni più gravose di avviamento rapido. Le turbine a gas preposte a questo servizio sono caratterizzate da un fattore di utilizzazione molto basso poiché entrano in esercizio per circa 1-2 ore al giorno, con tempi complessivi di funzionamento generalmente inferiori a 500 h/anno.

L'energia prodotta per il soddisfacimento dei carichi di punta e della semibase è quella più costosa, perché più pregiata e perché generata, oltre che dagli impianti idroelettrici, da impianti termoelettrici basati sulle turbine a gas, alimentati con combustibili a loro volta più pregiati e costosi come gas naturale o gasolio. L'energia prodotta da impianti termoelettrici per servizio di base ha un minore costo perché generata utilizzando combustibili meno pregiati e meno costosi come il carbone. L'energia elettrica generata da impianti a fonti rinnovabili non programmabili, infine, ha comunque costi elevati in ordine al maggior costo delle inerenti tecnologie, anche se destinata, con priorità di dispacciamento, alla parziale copertura del carico di base.

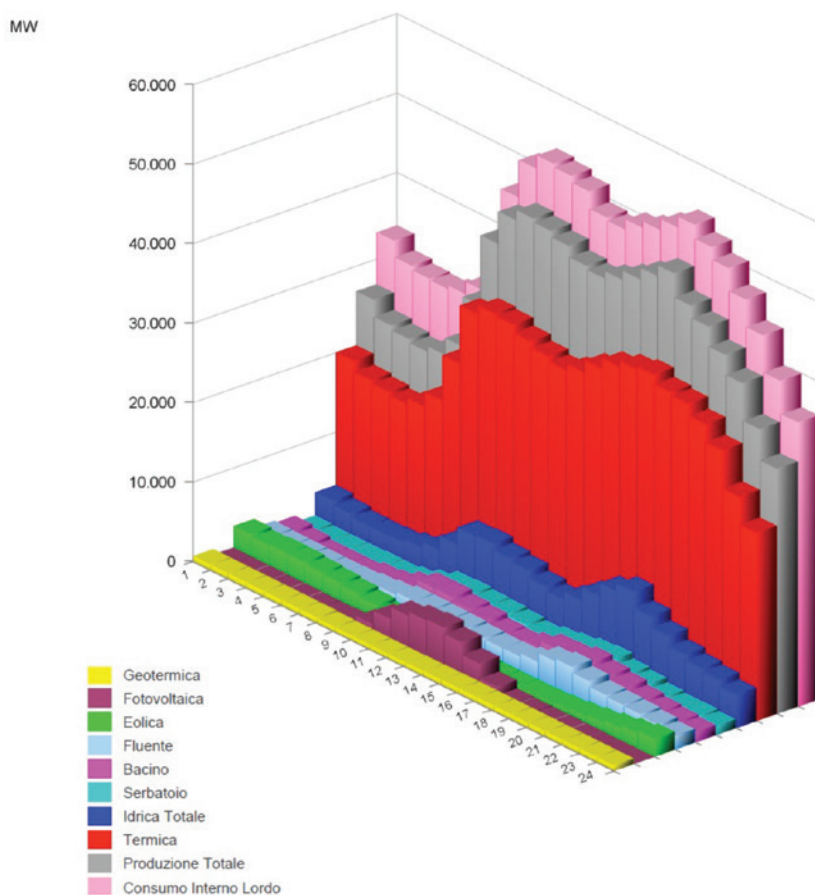
Il diagramma di carico può essere livellato ("load leveling") accumulando energia nei momenti in cui la domanda di energia elettrica nella rete diminuisce (ad esempio durante la notte), e restituendo l'energia accumulata nei periodi di maggiore richiesta (a copertura delle punte o anche della semibase). I sistemi di accumulo attualmente, e da tempo, più utilizzati allo scopo sono gli impianti idraulici di pompaggio, che permettono l'accumulo di energia elettrica sotto forma di energia potenziale geodetica nei momenti di bassa richiesta della rete, durante i quali il costo di acquisto dell'energia è basso, e la trasformazione dell'energia potenziale accumulata in energia elettrica nei periodi di maggiore richiesta, quando peraltro l'energia elettrica ha un prezzo di vendita elevato. Questa soluzione consente di effettuare un efficace livellamento del diagramma di carico giornaliero incrementando il fattore di utilizzazione degli impianti termoelettrici destinati al carico di base, che possono operare a potenza elevata anche durante la notte, quando la richiesta di carico delle utenze convenzionali è minima, grazie al carico non convenzionale originato dagli impianti di pompaggio. Gli impianti idroelettrici di pompaggio sono costituiti da un'unica macchina idraulica e da un'unica macchina elettrica entrambe a funzionamento reversibile. La macchina idraulica, infatti, funziona come pompa durante la fase di accumulo e come turbina durante la fase di generazione; parimenti la macchina elettrica funziona come motore durante la fase di accumulo e come alternatore durante la fase di generazione. La macchina idraulica, dovendo funzionare in modo duale, è realizzata secondo un compromesso progettuale e presenta, nelle due diverse modalità di funzionamento, rendimenti inferiori rispetto a macchine concepite singolarmente come pompe o come turbine. Indicativamente, il rendimento della macchina idraulica nel funzionamento sia come turbina che come pompa è intorno all'80%, o perfino inferiore, pertanto, il rendimento totale dell'intero processo di accumulo e generazione (cosiddetto di "round trip"), a meno del rendimento della macchina elettrica, risulta:  $\eta_{tot} = \eta_t \cdot \eta_p = 0,60 \div 0,65$ . Quindi, l'energia utile, al netto delle perdite di pompaggio, è dell'ordine del 60÷65% dell'energia consumata. Si deve



tuttavia tenere presente il particolare servizio svolto dall'impianto di pompaggio e il diverso valore dell'energia elettrica utilizzata nelle diverse fasi di pompaggio e di generazione e quindi, in definitiva, l'aspetto economico e il contributo alla maggiore sicurezza della rete.

In Sardegna esiste un importante impianto idroelettrico di pompaggio da 240 MW, costituito da tre gruppi da 80 MW ciascuno, che utilizza il dislivello presente tra i laghi di Gusana e Cucchinadorza (Gavoi) sul fiume Taloro.

La figura 2.6.3 riporta la distribuzione oraria e per fonte della potenza relativa al consumo interno lordo di energia elettrica in Italia nel 3° mercoledì del mese di dicembre 2018, tratto dal rapporto TERNA "Dati statistici sull'energia elettrica in Italia - Carichi, 2018".



**Figura 2.6.3.** Potenza oraria relativa al consumo interno lordo di energia elettrica in Italia nel 3° mercoledì del mese di dicembre 2018 (Fonte TERNA).

## 2.7 Costo di produzione dell'energia elettrica

### Costo di produzione dell'energia elettrica (kWh)

Il costo di produzione dell'energia elettrica è dato dal rapporto fra il costo totale annuo  $C_{TA}$  e l'energia prodotta in un anno  $E_A$ :

$$C_{kWh} = \frac{C_{TA}}{E_A} \frac{\frac{\text{€}}{\text{anno}}}{\frac{\text{kWh}}{\text{anno}}} \quad (2.7.1)$$

L'energia prodotta in un anno, espressa in  $\left[\frac{\text{kWh}}{\text{anno}}\right]$ , viene calcolata tramite il prodotto fra il numero di ore/anno di funzionamento equivalenti (numero di ore di funzionamento dell'impianto a potenza nominale continua, tali da produrre l'energia elettrica effettivamente erogata durante l'anno) e la potenza nominale:

$$E_A = n \cdot P_n = 8760 \cdot u \cdot P_n \frac{h}{\text{anno}} \cdot kW \quad (2.7.2)$$

Il costo totale annuo è la somma di costi fissi  $C_F$  e dei costi variabili  $C_V$ :

$$C_{TA} = C_F + C_V \quad (2.7.3)$$

### Costi fissi

I costi fissi  $C_F$  sono quei costi che vengono sostenuti a prescindere dall'entità della produzione di energia elettrica dell'impianto. I costi fissi possono essere espressi, in via semplificata, mediante la seguente somma delle principali voci di costo:

$$C_F = C_A + C_P + C_{MO} \quad (2.7.4)$$

dove:

- $C_A$  è il costo di ammortamento dell'impianto (normalmente 25 anni per impianto a vapore), dato dagli oneri legati alla costruzione dell'impianto; rappresenta la quota maggiore dei costi fissi e include tutti i cosiddetti costi EPC (Engineering, Procurement & Construction) di gestione dell'appalto e, per semplicità, le tasse.
- $C_P$  è il costo del personale, che ovviamente viene sostenuto in misura fissa indipendentemente dalla produzione.
- $C_{MO}$  è il costo della manutenzione ordinaria, ovvero dei regolari interventi di manutenzione dei vari componenti dell'impianto che si effettuano a prescindere dalla produzione.

Essendo il costo di ammortamento il più rilevante, i costi del personale  $C_P$  e della manutenzione ordinaria  $C_{MO}$  possono essere considerati, in prima approssimazione, come proporzionali al costo di ammortamento, vale a dire:

$$C_P = k_P \cdot C_A \quad (2.7.5)$$

$$C_{MO} = k_{MO} \cdot C_A$$

Sostituendo nella equazione (2.7.4) e raggruppando i fattori  $k_P$  e  $k_{MO}$  in una costante  $k_F$ , si ottiene:

$$C_F = C_A \cdot (1 + k_P + k_{MO}) = C_A \cdot (1 + k_F) \quad (2.7.6)$$

Il costo annuo di ammortamento  $C_A$  consiste in una rata che viene pagata alla fine di ogni anno fino allo scadere del periodo dell'ammortamento, quindi è dato dal costo totale dell'impianto  $C_{TI}$  per il fattore di ammortamento  $\alpha$  che dipende dal periodo di ammortamento in anni  $a^{26}$  e dal tasso d'interesse  $i$ . Si ha quindi:

$$C_A = C_{TI} \cdot \alpha(a, i) \quad (2.7.7)$$

essendo:

$$\alpha(a, i) = \frac{(1 + i)^a \cdot i}{(1 + i)^a - 1} \quad (2.7.8)$$

È appena il caso di osservare che esprimendo  $C_{TI}$  in [€] e  $C_A$  in  $[\frac{€}{anno}]$ ,  $\alpha$  sarà espresso in  $[anni^{-1}]$ , cioè il fattore di recupero del capitale  $\alpha$  ha le dimensioni dell'inverso di un tempo, nella fattispecie espresso in anni.

Con altra notazione, l'equazione (2.7.7) può essere espressa nella forma:

$$\alpha(a, i) = (C_A/C_{TI}, i, a) \quad (2.7.9)$$

corrispondente alla notazione:

$$(A/P, i, n) \quad (2.7.10)$$

essendo  $P$  il valore presente,  $A$  il pagamento singolo (annualità),  $i$  il tas-

<sup>26</sup> Generalmente indicato con  $n$ , qui si indica con  $a$  per distinguerlo dal termine  $n$  già utilizzato per indicare il numero di ore annuo di funzionamento dell'impianto.

so di interesse ed  $n$  il periodo di ammortamento in anni. Il costo totale d'impianto  $C_{TI}$  può essere espresso, per convenienza, come prodotto del costo per unità di potenza dell'impianto e della potenza nominale dello stesso:

$$C_{TI} = C_{UI} \cdot P_n \quad (2.7.11)$$

La tabella 2.7.1 che segue riporta alcuni valori indicativi dei costi unitari di impianto per le diverse tipologie di impianto di interesse.

**Tabella 2.7.1.** Valori indicativi dei costi unitari di impianto per diverse tipologie di impianto.

Impianto	$C_{UI} \left( \frac{\text{€}}{kW} \right)$
Impianto a vapore a carbone	1200-1600
Impianto turbina a gas	300-600
Impianto combinato	500-800
Impianto di gassificazione (IGCC)	1800-2200

In definitiva si ha:

$$C_F = C_{UI} \cdot P_n \cdot \alpha(a, i) \cdot (1 + k_F) = \text{costante} = a \quad (2.7.12)$$

È appena il caso di osservare che nella equazione (2.7.12),  $C_{UI}$  e  $P_n$  devono essere espressi in unità di misura coerenti; pertanto,  $P_n$  dovrà essere espresso in  $kW$  se  $C_{UI}$  è espresso in  $\frac{\text{€}}{kW}$ , ovvero,  $C_{UI}$  dovrà essere espresso in  $\frac{\text{€}}{MW}$  se  $P_n$  è espresso in  $MW$ . Come è facile verificare, infine, il costo fisso  $C_F$  risulterà espresso in  $\frac{\text{€}}{\text{anno}}$ .

### Costi variabili

I costi variabili  $C_V$  sono quei costi che dipendono dall'utilizzo dell'impianto e, quindi, dalla produzione dell'energia. I costi variabili possono essere espressi, in via semplificata, mediante la seguente somma delle principali voci di costo:

$$C_V = C_C + C_{AL} + C_{MS} \quad (2.7.13)$$

dove:

$C_C$  è il costo del combustibile e rappresenta la voce di costo variabile più rilevante.

$C_{AL}$  è il costo degli additivi e dei lubrificanti. Su tale voce di costo incidono, in particolare, gli additivi utilizzati, ad esempio, per il trattamento dell'acqua di reintegro da demineralizzare prima di essere inserita nel ciclo, per il trattamento delle acque reflue, per il trattamento dei fumi prima dello scarico al camino, in particolare per la denitrificazione (ammoniaca, urea, ecc.) e per la desolfurazione (solitamente calcare nei processi di desolfurazione a umido).

$C_{MS}$  è il costo della manutenzione straordinaria, considerato variabile per la dipendenza di tale voce dall'esercizio dell'impianto, in relazione, ad esempio, all'usura e al degrado dei vari componenti.

Come per i costi fissi, essendo il costo del combustibile il più rilevante, i costi per additivi e lubrificanti  $C_{AL}$  e della manutenzione straordinaria  $C_{MS}$  possono essere considerati, in prima approssimazione, come proporzionali al costo del combustibile, vale a dire:

$$C_{AL} = k_{AL} \cdot C_C \quad (2.7.14)$$

$$C_{MS} = k_{MS} \cdot C_C$$

Sostituendo nella equazione (2.7.13) e raggruppando i fattori  $k_{AL}$  e  $k_{MS}$  in una costante  $k_V$ , si ottiene:

$$C_V = C_C \cdot (1 + k_{AL} + k_{MS}) = C_C \cdot (1 + k_V) \quad (2.7.15)$$

Il costo del combustibile può essere espresso in funzione del costo unitario del combustibile  $C_{UC}$  e della massa di combustibile utilizzata in un anno  $m_C$ ; quest'ultima può essere espressa in funzione del rendimento globale medio annuo  $\eta_g$  dell'energia prodotta annualmente  $E_A$  e del potere calorifico del combustibile  $H_i$ . Specificamente:

$$C_C = C_{UC} \cdot m_C \quad (2.7.16)$$

$$\eta_g = \frac{E_A}{m_C \cdot H_i} \quad (2.7.17)$$

$$C_C = C_{UC} \frac{E_A}{\eta_g \cdot H_i} \quad (2.7.18)$$

È inoltre possibile esprimere l'energia  $E_A$  come prodotto del numero di ore/anno equivalenti di funzionamento dell'impianto  $n$  e della potenza nominale dell'impianto:

$$E_A = n \cdot P_n \frac{MWh}{anno} \quad (2.7.19)$$

e, convertendo in unità di misura coerenti:

$$E_A = 3600 \cdot n \cdot P_n \frac{MJ}{anno} \quad (2.7.20)$$

Infine, combinando le equazioni (2.7.15), (2.7.18) e (2.7.20), si ottiene l'espressione per i costi variabili:

$$C_V = C_{UC} \frac{3600 \cdot n \cdot P_n}{\eta_g \cdot H_i} \cdot (1 + k_V) \quad (2.7.21)$$

Per coerenza, nell'equazione (2.7.21)  $P_n$  dovrà essere espresso in  $MW$  se  $H_i$  è espresso in  $\frac{MJ}{kg}$ ; il costo unitario del combustibile  $C_{UC}$ , inoltre, dovrà essere espresso in  $\frac{\text{€}}{kg}$  affinché il costo variabile  $C_V$  risulti espresso in  $\frac{\text{€}}{anno}$ .

Introducendo il fattore di utilizzazione  $u$  dell'impianto, ricordando che  $n = 8760 \cdot u$ , si ottiene:

$$C_V = \left[ C_{UC} \frac{P_n}{\eta_g \cdot H_i} \cdot (1 + k_V) \cdot (3600 \cdot 8760) \right] \cdot u = b \cdot u \quad (2.7.22)$$

Nell'equazione (2.7.22) il termine  $b$ , dato dall'espressione tra parentesi quadre, può essere considerato costante, assumendo costanti  $C_{UC}$  ed  $\eta_g$  oltre che, ovviamente,  $H_i$ ,  $P_n$  e  $k_V$ . Di conseguenza, l'equazione (2.7.22) rappresenta una retta senza termine noto con variabile indipendente  $u$  e coefficiente angolare  $b$ , esprimendo così un legame lineare tra i costi variabili e il fattore di utilizzazione dell'impianto.

Nel complesso, quindi, il costo totale annuo espresso dall'equazione (2.7.3), essendo  $C_F$  e  $C_V$  dati dalle equazioni (2.7.12) e (2.7.22), può essere espresso secondo la relazione lineare rispetto al fattore di utilizzazione  $u$ :

$$C_{TA} = C_F + C_V = a + b \cdot u \quad (2.7.23)$$

Nella figura 2.7.1 che segue si riporta una rappresentazione indicativa dei costi totali (somma dei costi fissi e variabili) su un diagramma dei costi annuali in funzione del fattore di utilizzazione riferiti, per confronto, a due diversi impianti con turbina a vapore e con turbina a gas. Dall'esame della figura si possono trarre le seguenti considerazioni:

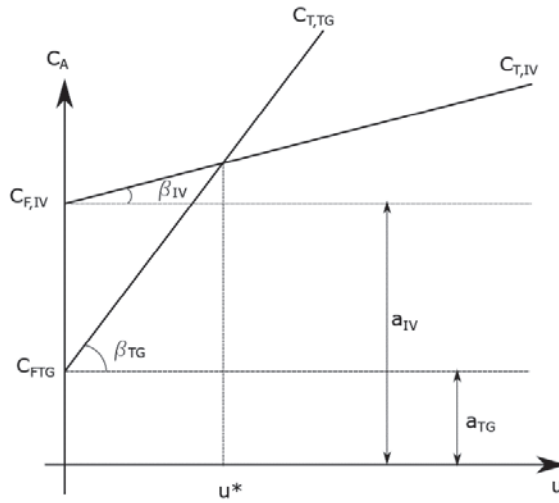
- Il costo fisso totale dell'impianto a vapore è dell'ordine di 3÷4 volte quello dell'impianto turbina a gas (Cfr. tabella 2.7.1). Tale costo

è molto elevato rispetto alle turbine a gas poiché l'impianto a vapore è molto esteso e complesso quindi i costi dei componenti, dei materiali costruttivi, delle manutenzioni ordinarie e del personale, in relazione alla numerosità del personale richiesto, dell'ordine di diverse centinaia a fronte delle poche persone necessarie per gestire un impianto di turbina a gas, peraltro generalmente operante in telecontrollo.

- I costi variabili sono invece maggiori per l'impianto turbina a gas poiché il costo unitario del combustibile per turbine a gas è dell'ordine di 3÷4 volte (e anche oltre a seconda delle contingenze) quello per gli impianti a vapore<sup>27</sup>; per cui la retta dei costi variabili (e totale) della turbina a gas è più ripida rispetto a quella dell'impianto a vapore, essendo caratterizzata da un coefficiente angolare maggiore (Cfr. equazioni (2.7.22) e (2.7.23)).
- Le due rette di costo dell'impianto a vapore e della turbina a gas si intersecano in corrispondenza del valore del fattore di utilizzazione  $u^*$  per il quale il costo per produzione di energia elettrica da impianto turbina a gas o da impianto a vapore è il medesimo, ma è diversa la ripartizione fra costi fissi e costi variabili.
- A seconda dell'utilizzo dell'impianto sarà perciò più conveniente produrre energia elettrica tramite impianto a vapore o impianto di turbina a gas. Più specificamente:
  - **$u < u^*$  è più conveniente la turbina a gas**  
Per un basso fattore di utilizzazione dell'impianto il combustibile, per quanto costoso, ha una minore incidenza e quindi conviene produrre energia elettrica con la turbina a gas che presenta costi fissi (di impianto e di personale in particolare) molto inferiori rispetto all'impianto a vapore. Questo favorisce oltremodo l'impiego della turbina a gas per coprire i picchi del diagramma di carico della rete, anche considerando che durante le poche ore di funzionamento giornaliero (1÷2) per lo svolgimento di questo servizio, l'energia elettrica immessa in rete viene remunerata con prezzi alti.
  - **$u > u^*$  è più conveniente l'impianto a vapore**  
Per un elevato fattore di utilizzazione dell'impianto conviene invece produrre energia elettrica con l'impianto a vapore, che pur presentando elevati costi fissi (di impianto e di personale in particolare) utilizza un combustibile molto meno costoso e quindi con una minore incidenza sugli utilizzi elevati.

---

<sup>27</sup> Si fa specifico riferimento al gas naturale per le turbine a gas e al carbone per gli impianti a vapore.



**Figura 2.7.1.** Confronto qualitativo tra i costi fissi, variabili e totali di due impianti con turbina a vapore e a gas.

### Costo livellato dell'energia (LCOE)

Nella pratica, il costo unitario dell'energia elettrica prodotta (costo del kWh) viene universalmente determinato attraverso il cosiddetto LCOE ("Levelized Cost of Energy" o "Levelized Cost of Electricity"), espresso mediante la relazione:

$$LCOE = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{I_t + M_t + F_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{E_t}{(1+r)^t}} \quad (2.7.24)$$

dove i termini  $I$ ,  $M$ ,  $F$ ,  $E$ , sono definiti, con riferimento all'anno  $t$ , come di seguito specificato:

$I_t$  spese relative ai costi di investimento (inclusi i costi finanziari). Il termine  $I$  tiene pertanto della voce di costo annuo (fisso) di ammortamento dell'impianto;

$M_t$  spese per costi di gestione e manutenzione; la quota parte delle spese per costi di gestione include le spese annue (fisse) per il personale e per additivi e lubrificanti, mentre la quota parte delle spese per costi di manutenzione include le spese annue (fisse e variabili) per manutenzione ordinaria e straordinaria nel complesso;



$F_t$  voce di costo annuo dovuto alle spese per il combustibile;  
 $E_t$  energia elettrica prodotta nel corso dell'anno;

essendo inoltre:

$r$  tasso di sconto;  
 $n$  vita dell'impianto.

Il LCOE è una misura del costo medio unitario attuale netto dell'energia elettrica prodotta da un impianto di generazione (di qualunque tipo) nel corso della sua vita. Diversamente da quanto precedentemente esposto, il LCOE, rappresentando un valore attuale risultante da costi futuri, è determinato sulla base del tasso di sconto invece che del tasso di interesse<sup>28</sup>.

## 2.8 Richiami sui fluidi operativi e loro proprietà

I fluidi operativi che vengono utilizzati nell'impianto a vapore e nell'impianto di turbina a gas sono rispettivamente acqua e aria (gas di combustione).

Ad ogni impianto è associato un ciclo termodinamico composto dall'insieme delle trasformazioni che vengono attuate dai componenti dell'impianto.

### Proprietà del gas ideale

Nel caso del ciclo di turbina a gas, come già discusso, si assume che il fluido termodinamico (aria, gas) si comporti in tutte le sedi (ideale, limite e reale) come un gas perfetto e, quindi, risponda all'equazione di stato  $p v = RT$ <sup>29</sup>. Per la sede ideale si assume inoltre che i calori specifici a pressione e a volume costante  $c_p$  e  $c_v$  siano costanti.

In sede ideale e in sede limite le trasformazioni sono reversibili, pertanto possono essere rappresentate in un piano termodinamico come funzioni continue, poiché le trasformazioni reversibili sono caratterizzate da una successione continua di stati di equilibrio (trasformazioni quasi statiche). In sede reale, al contrario, le trasformazioni sono irre-

---

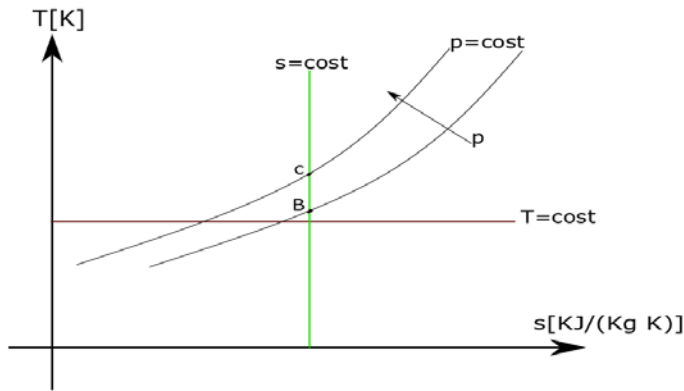
<sup>28</sup> Il tasso di sconto permette di calcolare il valore attuale di un capitale futuro, mentre il tasso di interesse permette di calcolare il valore futuro di un capitale attuale.

<sup>29</sup> Questa formulazione dell'equazione di stato dei gas perfetti differisce da quella riportata nel paragrafo § 2.2 nell'ambito della definizione della sede ideale, essendo espressa, in una forma più conveniente per i sistemi aperti, in funzione del volume specifico  $v$  e della costante particolare del gas  $R$ , data dal rapporto tra la costante universale dei gas  $\mathcal{R}$  e la massa molare  $\mathcal{M}$  del gas in esame.

versibili, e per questo di esse è dato conoscere gli stati iniziale e finale ma non quelli intermedi, perché il fluido non può essere considerato in equilibrio durante la trasformazione. Per questo, le trasformazioni reali verranno rappresentate con linee tratteggiate in quanto il loro effettivo andamento non è noto.

### Trasformazioni nel piano T-s

Con riferimento alla sede ideale, la figura 2.8.1 mostra l'andamento delle trasformazioni di maggiore interesse (isoterma, isoentropica e isobara) sul piano termodinamico T-s (temperatura assoluta-entropia specifica).



**Figura 2.8.1.** Rappresentazione delle trasformazioni isoterma, isoentropica e isobara nel piano T-s.

Le trasformazioni isoterme e isoentropiche sono rappresentate da rette orizzontali e verticali rispettivamente, mentre le trasformazioni isobare sono rappresentate da curve esponenziali che assumono la stessa pendenza  $\frac{dT}{ds}$  alla stessa temperatura T, essendo  $c_p$  costante; quindi se traslate orizzontalmente si sovrappongono. Per la seconda equazione di Gibbs si ha infatti:

$$dh = Tds + vdp \quad (2.8.1)$$

ed essendo per il gas ideale  $dh = c_p dT$ , per una trasformazione isobara ( $dp = 0$ ) risulta:

$$\frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_p} \quad (2.8.2)$$

Considerata una generica isobara, la sua pendenza  $\frac{dT}{ds}$  aumenta all'aumentare della temperatura ma, come detto, non varia al variare della pressione se la temperatura rimane costante, essendo  $c_p = \text{cost}$ .

L'equazione (2.8.2) è un'equazione differenziale a variabili separabili e da essa è possibile ricavare l'equazione della trasformazione isobara sul piano  $T$ - $s$ . Si ha infatti:

$$\frac{dT}{T} = \frac{ds}{c_p} \quad (2.8.3)$$

e integrando:

$$\ln(T) = \frac{s}{c_p} + k'_p \quad (2.8.4)$$

essendo  $k'_p$  una costante di integrazione. Risolvendo il logaritmo si ha:

$$T = e^{\left(\frac{s}{c_p} + k'_p\right)} = k_p e^{\frac{s}{c_p}} \quad (2.8.5)$$

essendo  $k_p = e^{k'_p} = \text{cost}$ . La costante di integrazione  $k'_p$  è una costante che dipende dalla pressione e quindi, come tale, la costante  $k_p$ : due isobare diverse sono caratterizzate da un diverso valore di  $k_p$ .

Dall'equazione (2.8.1), per una la trasformazione isoentropica ( $ds = 0$ ) risulta:

$$\frac{dT}{dp} = \frac{v}{c_p} \quad (2.8.6)$$

per cui, essendo  $v$  e  $c_p$  entrambi positivi, ad un aumento della pressione corrisponde un aumento di temperatura, dovendo essere  $\frac{dT}{dp} > 0$ . Quindi, come mostrato in figura 2.8.1 (es. trasformazione B-C), la pressione aumenta muovendo l'isobara dal basso verso l'alto (ovvero da destra verso sinistra).

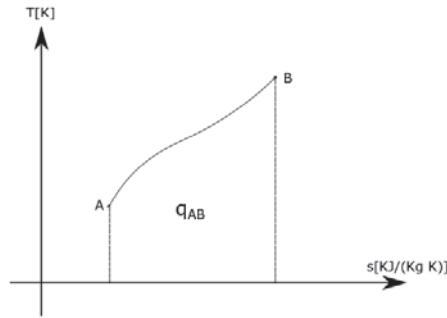
Se la generica trasformazione è reversibile il calore scambiato con l'esterno è rappresentato nel piano  $T$ - $s$  dall'area sottesa dalla trasformazione, qualunque sia la sostanza e la fase, purché il piano riporti in ordinate la temperatura assoluta. Per il teorema di Clausius (2° principio della termodinamica) si ha infatti:

$$\delta q = T ds \quad (2.8.7)$$

e quindi, per una generica trasformazione tra due stati A e B iniziale e finale, risulta:

$$q_{AB} = \int_A^B T ds \quad (2.8.8)$$

che nel piano  $T$ - $s$ , come mostra la figura 2.8.2, è rappresentato, appunto, dall'area sottesa dalla curva A-B.



**Figura 2.8.2.** Rappresentazione del calore scambiato nel piano  $T$ - $s$ .

#### Trasformazioni nel piano $h$ - $s$

Se invece si fa riferimento al piano termodinamico  $h$ - $s$  (entalpia specifica-entropia specifica), mostrato in figura 2.8.3, si possono fare considerazioni analoghe al piano  $T$ - $s$  in quanto, essendo per il gas ideale  $dh = c_p dT$ , le variazioni di entalpia sono proporzionali alle variazioni di temperatura. Anche in questo caso, pertanto, le trasformazioni isoterme del gas ideale sono rappresentate da rette orizzontali, essendo le isoterme anche isoentalpiche, e le trasformazioni isobare, per lo stesso motivo, sono rappresentate anch'esse da curve esponenziali.

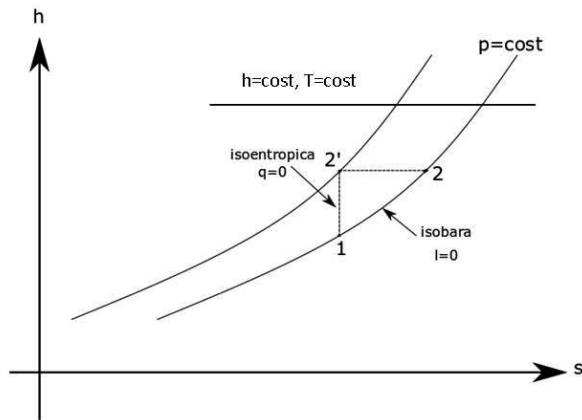
Per una trasformazione isobara, come mostrato in figura 2.8.3, all'aumentare della temperatura aumenta la pendenza, essendo, per l'equazione (2.8.1) di Gibbs:

$$\frac{dh}{ds} = T \quad (2.8.9)$$

Parimenti, essendo per una trasformazione isoentropica:

$$\frac{dh}{dp} = v \quad (2.8.10)$$

ad un aumento della pressione corrisponde un aumento di entalpia specifica essendo  $v > 0$ . Anche nel piano  $h$ - $s$ , quindi, la pressione aumenta muovendo l'isobara dal basso verso l'alto (ovvero da destra verso sinistra) come nel piano  $T$ - $s$ .



**Figura 2.8.3.** Rappresentazione delle trasformazioni isoentalpica, isoterma, isoentropica e isobara nel piano  $h$ - $s$ .

Nell'asse delle ordinate si leggono gli scambi di energia (lavoro o calore) essendo, per il primo principio della termodinamica:

$$dh = \delta q - \delta l \quad (2.8.11)$$

Nei cicli qui di interesse, infatti, le singole trasformazioni sono caratterizzate da scambi di solo calore (trasformazioni isobare di riscaldamento e raffreddamento del fluido) o di solo lavoro (trasformazioni adiabatiche di compressione e di espansione). Con riferimento all'equazione (2.8.11), infatti, in assenza di scambio di lavoro (trasformazioni isobare)<sup>30</sup>,  $\delta l = 0$ , per cui:

$$dh = \delta q \quad (2.8.12)$$

$$q = \Delta h$$

In assenza di scambio di calore (trasformazioni adiabatiche),  $\delta q = 0$ , per cui:

$$dh = -\delta l \quad (2.8.13)$$

$$l = -\Delta h$$

<sup>30</sup> Si ricorda che per una trasformazione reversibile  $\delta l_{rev} = -vdp$ , per cui se la trasformazione è a pressione costante ( $dp = 0$ ) sarà  $\delta l_{rev} = 0$ . Se la trasformazione non è reversibile si avrà  $\delta l = \delta l_{rev} - \delta l_p$  essendo  $\delta l_p$  il lavoro perduto (dissipato) e in ogni caso, se la trasformazione è isobara sarà parimenti  $\delta l = 0$  poiché essendo  $\delta l_{rev} = 0$  non si può avere nemmeno lavoro perduto.

In ogni caso, quindi, l'energia scambiata sotto forma di lavoro o di calore dalla generica trasformazione è sempre data da una differenza di entalpia.

### Richiami sull'equazione di stato dei gas ideali

Nella sua formulazione più generale, l'equazione di stato dei gas ideali si esprime nella forma:

$$pV = n\mathcal{R}T \quad (2.8.14)$$

dove

$p$	pressione assoluta, [Pa]
$V$	volume occupato dal gas, [ $m^3$ ]
$n$	numero di kmoli di gas che occupano il volume $V$ , [kmol]
$\mathcal{R}$	costante universale dei gas, [ $\frac{J}{kmol \cdot K}$ ]
$T$	temperatura assoluta, [K]

Dividendo entrambi i membri della (2.8.14) per  $n$ , indicando con  $\mathcal{V} = \frac{V}{n}$  il volume molare, si ha anche:

$$p\mathcal{V} = \mathcal{R}T \quad (2.8.15)$$

relazione che esprime l'equazione di stato riferita ad una mole di gas. Da questa espressione si evince più chiaramente che la costante  $\mathcal{R}$  non dipende dal gas in quanto, fissati i valori di  $p$  e di  $T$ , il volume  $\mathcal{V}$  occupato da una kmole di gas ideale è sempre lo stesso indipendentemente dalla natura del gas. In particolare, posto  $p = 1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa}$  e  $T = 0 \text{ }^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ , per qualunque gas ideale risulta  $\mathcal{V} = 22,4136 \frac{m^3}{kmol}$ . Si ha quindi:

$$\mathcal{R} = \frac{101325 \cdot 22,4136}{273,15} = 8314,33 \frac{J}{kmol \cdot K} \quad (2.8.16)$$

Altri valori di  $\mathcal{R}$  spesso riscontrabili in letteratura, espressi secondo desuete unità di misura, sono i seguenti:

$$\mathcal{R} = 0,082056 \frac{atm \cdot m^3}{kmol \cdot K} \quad (2.8.17)$$

$$\mathcal{R} = 1,985843 \frac{kcal}{kmol \cdot K}$$

Nelle applicazioni allo studio delle macchine e dei sistemi energetici si ha generalmente a che fare con un numero ristretto di sostanze gassose e con sistemi aperti, per cui risulta scomodo l'utilizzo delle equazioni (2.8.14) e 2.8.15), nelle quali figurano il volume totale e il volume mo-

lare. In queste applicazioni, infatti, si preferisce esprimere l'equazione di stato dei gas ideali attraverso una formulazione particolarizzata con riferimento alla specifica sostanza, introducendo il volume specifico (riferito all'unità di massa) al posto del volume totale o del volume molare. In tal senso, dividendo per  $m$  ambo i membri della (2.8.14) si può scrivere:

$$p \frac{V}{m} = \frac{n}{m} \mathcal{R} T \quad (2.8.18)$$

essendo  $\frac{V}{m} = v$  il volume specifico massico,  $\frac{m}{n} = \mathcal{M}$  la massa molare del gas. L'equazione (2.8.18) può essere quindi scritta nella forma:

$$pv = \frac{p}{\rho} = \mathcal{R} T \quad (2.8.19)$$

essendo:

$$R = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} \quad (2.8.20)$$

La costante  $R$  che compare nella (2.8.20) è una costante particolare del gas poiché essa dipende dalla massa molare  $\mathcal{M}$  e, quindi, dalla specifica sostanza.

Come già ricordato (Cfr. § 2.1), per il gas ideale valgono le relazioni:

$$dh = c_p dT \quad (2.8.21)$$

$$du = c_v dT$$

Essendo per definizione  $h = u + pv$ , sottraendo membro a membro le (2.8.21) si ottiene:

$$dh - du = d(h - u) = d(pv) = d(\mathcal{R}T) = \mathcal{R}dT = (c_p - c_v)dT \quad (2.8.22)$$

da cui l'equazione di Mayer:

$$R = c_p - c_v \quad (2.8.23)$$

Nel caso di gas ideali monoatomici, i calori specifici a pressione e a volume costante  $c_p$  e  $c_v$  sono costanti, mentre nel caso di gas a molecola con due o più atomi dipendono dalla temperatura, ma non dalla pressione. La formulazione della dipendenza del calore specifico dalla temperatura, che discende dalla teoria cinetica dei gas, è piuttosto com-

pressa, per cui, nella pratica, si fa generalmente ricorso a formulazioni semplificate, derivate dalla precedente, basate su relazioni polinomiali valide in specifici intervalli di temperatura. I calori specifici, in tal senso, possono essere espressi mediante relazioni del tipo:

$$\begin{aligned}c_p &= c_1 + c_2 T + c_3 T^2 + \dots \\c_v &= c'_1 + c_2 T + c_3 T^2 + \dots\end{aligned}\tag{2.8.24}$$

essendo, per l'equazione di Mayer,  $c'_1 = c_1 - R$ .

Di norma, dato che l'equazione polinomiale è una equazione empirica ricavata attraverso una regressione basata sui valori teorici del calore specifico che derivano dalla teoria cinetica dei gas, il grado del polinomio non va oltre il terzo o il quarto, ma talvolta, per campi di temperatura non molto estesi, ci si limita al primo o al secondo.

### **Proprietà medie delle miscele di gas ideali**

Negli impianti motori termici a combustione, sia interna che esterna, è spesso necessario valutare le proprietà termodinamiche dei prodotti della combustione, che non sono gas puri ma miscele di gas di diversa natura, composte principalmente da  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$ , ecc., o di combustibili gassosi non convenzionali come i gas di sintesi derivanti, ad esempio, da processi di gassificazione del carbone (o altri combustibili solidi e liquidi) o di reforming di idrocarburi, composti ad esempio da  $H_2$ ,  $CO$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$ , ecc. In questi casi, la miscela di gas può essere trattata come un gas puro di opportune caratteristiche medie per quanto riguarda, e per quanto qui interessa, i valori medi della massa molare, della costante specifica dell'equazione di stato e dei calori specifici.

#### Massa molare media di una miscela di gas

Con riferimento ad una miscela costituita, per semplicità, da due soli gas, di massa  $m_1$  e  $m_2$  numero di moli  $n_1$  e  $n_2$  e massa molare  $\mathcal{M}_1$  e  $\mathcal{M}_2$ , la massa totale della miscela  $m_{mix}$  sarà data dalla relazione:

$$m_{mix} = m_1 + m_2 = n_1 \mathcal{M}_1 + n_2 \mathcal{M}_2 = n_{mix} \mathcal{M}_{mix} = (n_1 + n_2) \mathcal{M}_{mix} \tag{2.8.25}$$

essendo:

$$m_1 = n_1 \mathcal{M}_1$$

$$m_2 = n_2 \mathcal{M}_2$$

$$m_{mix} = n_{mix} \mathcal{M}_{mix}$$

$$n_{mix} = n_1 + n_2$$



Dalla (2.8.25) si ha pertanto:

$$\mathcal{M}_{mix} = \frac{n_1 \mathcal{M}_1 + n_2 \mathcal{M}_2}{n_1 + n_2} = x_1 \mathcal{M}_1 + x_2 \mathcal{M}_2 \quad (2.8.26)$$

essendo  $x_1 = \frac{n_1}{n_{mix}}$  e  $x_2 = \frac{n_2}{n_{mix}}$  le frazioni molari delle singole specie costituenti la miscela di gas.

Più in generale, per una miscela costituita da  $s$  specie componenti, si avrà:

$$\mathcal{M}_{mix} = \frac{\sum_{i=1}^s (n_i \mathcal{M}_i)}{\sum_{i=1}^s n_i} = \sum_{i=1}^s (x_i \mathcal{M}_i) \quad (2.8.27)$$

La relazione (2.8.27) mostra che la massa molare media  $\mathcal{M}_{mix}$  di una miscela di gas è data dalla media ponderale delle masse molari  $\mathcal{M}_i$  delle singole specie costituenti la miscela essendo i "pesi" le frazioni molari  $x_i$  delle specie medesime nella miscela.

Si osserva, inoltre, che la relazione (2.8.27) discende da semplici bilanci di materia (massico e molare) senza nessuna ipotesi sul comportamento volumetrico della miscela di gas e dei suoi costituenti; pertanto essa è valida per qualunque miscela di gas, a comportamento ideale o reale.

#### Costante $R$ media di una miscela di gas

La costante particolare  $R$  di un gas è data, per definizione, dal rapporto tra la costante universale  $\mathcal{R}$  dei gas e la massa molare  $\mathcal{M}$  del gas in oggetto. Con riferimento ad una miscela di gas di massa molare media  $\mathcal{M}_{mix}$  determinata mediante la relazione (2.8.27) a partire dalla sua composizione, la costante particolare  $R_{mix}$  della miscela sarà data semplicemente dalla relazione:

$$R_{mix} = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}_{mix}} \quad (2.8.28)$$

Anche l'equazione (2.8.28), che discende dall'equazione (2.8.27) attraverso  $\mathcal{M}_{mix}$ , è valida per qualunque miscela di gas, a comportamento ideale o reale.

#### Calore specifico medio di una miscela di gas

La determinazione del calore specifico medio di una miscela di gas può essere effettuata operando con un procedimento simile.

Con riferimento ad una miscela costituita, per semplicità, da due soli gas, di massa  $m_1$  e  $m_2$ , numero di moli  $n_1$  e  $n_2$  e calore specifico a pressione costante  $c_{p,1}$  e  $c_{p,2}$ , evolvente secondo una generica trasformazione non isoterma tra gli stati iniziale e finale 1 e 2 rispettivamente, le

variazioni di entalpia totale di ciascuna specie costituente e dell'intera miscela saranno date dalle relazioni:

$$\begin{aligned}\Delta H_1 &= m_1 \int_1^2 c_{p,1} dT \\ \Delta H_2 &= m_2 \int_1^2 c_{p,2} dT\end{aligned}\quad (2.8.29)$$

$$\Delta H_{mix} = m_{mix} \int_1^2 c_{p,mix} dT = (m_1 + m_2) \int_1^2 c_{p,mix} dT$$

D'altra parte, essendo l'entalpia una grandezza additiva, sarà:

$$\Delta H_{mix} = m_{mix} \int_1^2 c_{p,mix} dT = \Delta H_1 + \Delta H_2 = m_1 \int_1^2 c_{p,1} dT + m_2 \int_1^2 c_{p,2} dT \quad (2.8.30)$$

Inoltre, per la proprietà additiva degli integrali si ha anche:

$$\Delta H_{mix} = \int_1^2 m_{mix} c_{p,mix} dT = \int_1^2 (m_1 c_{p,1} + m_2 c_{p,2}) dT \quad (2.8.31)$$

da cui, per l'uguaglianza gli argomenti dei due integrali, risulta:

$$c_{p,mix} = \frac{m_1 c_{p,1} + m_2 c_{p,2}}{m_{mix}} = \frac{m_1 c_{p,1} + m_2 c_{p,2}}{m_1 + m_2} \quad (2.8.32)$$

Più in generale, per una miscela costituita da  $s$  specie componenti, si avrà:

$$c_{p,mix} = \frac{\sum_{i=1}^s (m_i c_{p,i})}{\sum_{i=1}^s m_i} \quad (2.8.33)$$

La relazione (2.8.33) mostra che il calore specifico medio  $c_{p,mix}$  di una miscela di gas è dato dalla media ponderale dei calori specifici  $c_{p,i}$  delle singole specie costituenti la miscela essendo i pesi le frazioni massiche delle specie medesime nella miscela.

Se invece che al calore specifico massico  $c_{p,i}$  si fa riferimento al calore molare  $C_{p,i}$  riferito cioè alla kmole invece che al kg, allora le equazioni (2.8.29) diventano:

$$\begin{aligned}\Delta H_1 &= n_1 \int_1^2 C_{p,1} dT \\ \Delta H_2 &= n_2 \int_1^2 C_{p,2} dT\end{aligned}\quad (2.8.34)$$

$$\Delta H_{mix} = n_{mix} \int_1^2 C_{p,mix} dT = (n_1 + n_2) \int_1^2 C_{p,mix} dT$$

Il prodotto del calore specifico (massico) per la massa  $m \cdot c_p$ , ovvero del calore molare per il numero di kmoli  $n \cdot C_p$ , rappresenta la capacità termica del sistema ed è ovviamente indipendente dall'unità di misura della quantità di sostanza, per cui:

$$\begin{aligned}n \cdot C_p &= m \cdot c_p \\ C_p &= \frac{m}{n} \cdot c_p = \mathcal{M} \cdot c_p\end{aligned}\quad (2.8.35)$$

Procedendo analogamente ai calori specifici, per una miscela costituita da  $s$  specie si trova:

$$C_{p,mix} = \frac{\sum_{i=1}^s (n_i C_{p,i})}{\sum_{i=1}^s n_i} = \sum_{i=1}^s (x_i C_{p,i})\quad (2.8.36)$$

La relazione (2.8.36) mostra che il calore molare medio  $C_{p,mix}$  di una miscela di gas è dato dalla media ponderale dei calori molari  $C_{p,i}$  delle singole specie costituenti la miscela essendo questa volta i pesi le frazioni molari delle specie medesime nella miscela.

Si osserva che le relazioni (2.8.33) e (2.8.36) valgono per qualunque trasformazione solo se il gas è ideale, perché in tal caso il calore specifico dipende solo dalla temperatura o è costante per gas monoatomici.

Per i calori specifico e molare a volume costante, in virtù dell'equazione di Mayer si ha:

$$\begin{aligned}c_{v,mix} &= c_{p,mix} - R_{mix} \\ C_{v,mix} &= \mathcal{M}_{mix} \cdot c_{v,mix} = C_{p,mix} - \mathcal{R}\end{aligned}\quad (2.8.37)$$

Se i calori specifici vengono espressi in funzione della temperatura mediante equazioni polinomiali, le medie pesate di cui alle relazioni

(2.8.33 e (2.8.36) valgono per ciascuno dei coefficienti del polinomio, in virtù della proprietà additiva degli integrali.

### Proprietà medie dell'aria

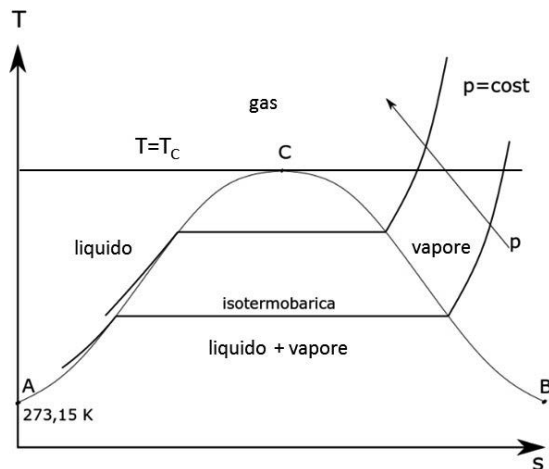
L'aria è una miscela di gas costituita da numerose specie tra cui le principali sono, in ordine di concentrazione, l'azoto,  $N_2$ , l'ossigeno,  $O_2$ , l'argon, Ar, e l'anidride carbonica  $CO_2$  (o, più correttamente, il biossido di carbonio). La tabella 2.8.1 riporta le caratteristiche volumetriche dei singoli componenti e quelle medie dell'aria determinate mediante le relazioni precedentemente discusse.

**Tabella 2.8.1.** Caratteristiche volumetriche dell'aria e delle principali specie costituenti.

Specie	Frazione molare	Massa molare [kg/kmol]	Costante particolare [J/(kg·K)]
$N_2$	0,7808	28,0134	296,798
$O_2$	0,2095	31,9988	259,833
Ar	0,0093	39,9480	208,129
$CO_2$	0,0004	44,00995	188,919
Aria	1,0000	28,9657	287,040

### **Proprietà dell'acqua**

Nel seguito vengono descritte, con riferimento alla figura 2.8.4, le proprietà termodinamiche dell'acqua nel piano  $T$ - $s$  nelle fasi liquida e vapore e nelle condizioni di equilibrio bifase liquido-vapore.



**Figura 2.8.4.** Rappresentazione delle proprietà dell'acqua nel piano  $T$ - $s$ .

Si osserva in figura che le due fasi liquida e vapore sono separate dalla curva di saturazione (curva A-C-B) caratterizzata da una forma a campana. La curva di saturazione interseca l'asse delle ordinate in corrispondenza della temperatura assoluta di 273,15 K, assumendo che in condizioni di riferimento sia  $h = 0$  e  $s = 0$  in condizioni di liquido saturo alla temperatura  $T = 0$  °C).

Il massimo della curva, punto C, si ha in corrispondenza del punto critico, che rappresenta il punto limite di massima temperatura e pressione per le condizioni di saturazione in cui non esistono più differenze tra liquido e vapore.

Il tratto della curva di saturazione compreso tra i punti A e C è chiamato "curva limite inferiore" e rappresenta il luogo dei punti in condizione di liquido saturo, ovvero in incipiente vaporizzazione.

Il tratto della curva di saturazione compreso tra i punti C e B è chiamato "curva limite superiore" e rappresenta il luogo dei punti in condizione di vapore saturo, ovvero in incipiente condensazione.

Nel piano caratteristico dell'acqua è possibile individuare 4 regioni distinte:

1. La regione del liquido compresso o sottoraffreddato, compresa tra l'isoterma critica e la curva limite inferiore;
2. La regione del vapore surriscaldato, compresa tra l'isoterma critica e la curva limite superiore;
3. La regione di equilibrio bifase liquido-vapore, situata al di sotto della curva di saturazione (regione sottesa dalla curva di saturazione);
4. La regione del gas situata al di sopra dell'isoterma critica.

Dal punto di vista dello stato fisico di aggregazione e del comportamento volumetrico non c'è alcuna differenza tra vapore e gas, entrambi sono nella medesima fase gassosa. Si distinguono, tuttavia, per il fatto che il gas si trova sempre a temperatura maggiore di quella critica e non può essere liquefatto per sola compressione, mentre il vapore si trova a temperatura minore di quella critica e può essere liquefatto per sola compressione.

Nelle regioni del vapore surriscaldato e del gas le curve a pressione costante hanno un andamento pseudo-esponenziale e tendono alla forma esponenziale al diminuire della pressione, tendendo il fluido (vapore o gas), sempre più rarefatto, al comportamento volumetrico del gas perfetto. Nella regione del liquido sottoraffreddato, soprattutto alle basse pressioni, le isobare tendono ad essere tutte addossate l'una all'altra e alla curva limite inferiore perché la compressione della fase liquida non determina un apprezzabile aumento della temperatura.

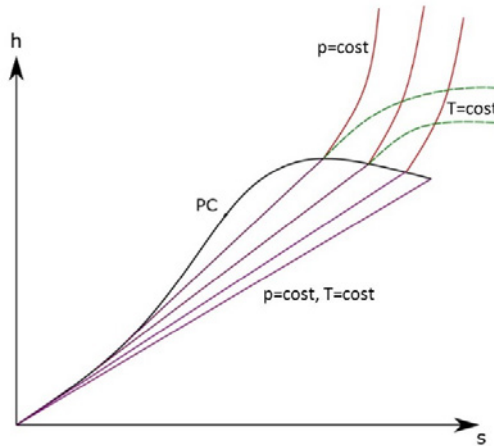
Si può analizzare il comportamento all'equilibrio del sistema mediante la varianza, che rappresenta il numero di proprietà di stato indipendenti, tra pressione, temperatura e composizione, che possono

essere liberamente variate, entro un ampio intervallo, senza modificare l'equilibrio, e che consentono, quindi di definire lo stato termodinamico in un punto. La varianza è definita dalla relazione:

$$V = C - F + 2 \quad (2.8.38)$$

dove  $V$  è la varianza,  $C$  è il numero dei componenti,  $F$  il numero delle fasi.

Nel caso di liquido sottoraffreddato, di vapore o di gas, si ha una sola fase, il componente è uno solo (l'acqua), pertanto:  $V = 1 - 1 + 2 = 2$ ; sono cioè necessarie due proprietà di stato indipendenti (es. pressione-temperatura, ma anche pressione-entalpia, pressione-entropia, ecc.). Nel caso di miscela bifase in equilibrio liquido-vapore di hanno due fasi distinte (liquido e vapore), pertanto:  $V = 1 - 2 + 2 = 1$ ; in tali condizioni pressione e temperatura non sono più indipendenti ma sono intimamente correlate; ad un aumento della pressione di saturazione corrisponde un aumento della temperatura di ebollizione e viceversa.



**Figura 2.8.5.** Rappresentazione delle proprietà dell'acqua nel piano  $h-s$ .

Nel piano  $h-s$  la curva di saturazione presenta l'andamento mostrato in figura 2.8.5; essa passa per l'origine degli assi poiché, come detto, l'entalpia e l'entropia dell'acqua vengono assunte pari a zero (valori di riferimento) in condizioni di liquido saturo alla temperatura  $T_0 = 0$  °C. La curva di saturazione presenta un flesso in corrispondenza del punto critico (PC).

La trasformazione isotermodarica di passaggio di stato liquido-vapore è rappresentata da un segmento di retta con pendenza positiva crescente al crescere della temperatura. Per la seconda equazione di Gibbs si ha infatti:

$$\frac{dh}{ds} = T + v \frac{dp}{ds} \quad (2.8.39)$$

equazione che sul piano  $h$ - $s$  rappresenta il coefficiente angolare di una generica curva (trasformazione). Poiché a saturazione per  $p = \text{cost}$  è anche  $T = \text{cost}$  ed essendo per la trasformazione isobara:

$$\frac{dp}{ds} = 0 \quad (2.8.40)$$

ne segue che:

$$\frac{dh}{ds} = T = \text{cost} \quad (2.8.41)$$

Quindi, come detto, sul piano  $h$ - $s$  la curva isothermobarica è rappresentata da un segmento di retta essendo il suo coefficiente angolare costante e pari alla temperatura di saturazione. All'aumentare della pressione di saturazione, ovvero della temperatura di saturazione, il coefficiente angolare aumenta e quindi aumenta la pendenza dei segmenti di retta in parola.

La curva di saturazione è rappresentata, in termini generici, dall'equazione (2.8.39). A basse pressioni, per la fase liquida risulta:

$$v \frac{dp}{ds} \ll T \quad (2.8.42)$$

per cui:

$$\frac{dh}{ds} \cong T \quad (2.8.43)$$

Ciò significa che in fase liquida e a pressioni non elevate, la curva di saturazione (curva limite inferiore) ha approssimativamente la stessa inclinazione della curva isothermobarica. Graficamente, quindi, in tali condizioni le curve isothermobariche sono pressoché tangenti alla curva limite inferiore. Questa caratteristica decade avvicinandosi al punto critico perché il volume specifico si avvicina sempre più a quello del vapore.

Come nel piano  $T$ - $s$ , nelle regioni del vapore surriscaldato e del gas le isobare hanno un andamento pseudo-esponenziale, mentre nella regione del liquido sottoraffreddato tendono ad essere tutte addossate l'una all'altra e alla curva limite inferiore.

Nelle regioni del vapore surriscaldato e del gas, infine, le curve a temperatura costante tendono ad assumere un andamento orizzonta-

le al diminuire della pressione, quindi diventano anche isoentalpiche, poiché il fluido (vapore o gas), diventando sempre più rarefatto, tende al comportamento volumetrico del gas perfetto.

Esempio

Si valuti la variazione di pressione rispetto alla variazione di entropia, in termini discreti, lungo la curva di saturazione del liquido (curva limite inferiore) tra le pressioni 1 e 1,1 bar.

Dalle tabelle termodinamiche dell'acqua si ha:

p (bar)	v (m <sup>3</sup> /kg)	T (°C)	S (kJ/kg·K)
1,0	0,001044	99,63	1,3022
1,1	0,001046	102,32	1,3324

La derivata della pressione rispetto all'entropia, in termini di differenze finite, risulta:

$$\frac{\Delta p}{\Delta s} = \frac{(1,1 - 1,0) \cdot 10^5}{(1,3324 - 1,3022) \cdot 10^3} = 331,13 \frac{kg \cdot K}{m^3}$$

da cui, posto  $\bar{v} = 0,001045 \frac{m^3}{kg}$ , si ottiene:

$$v \cdot \frac{\Delta p}{\Delta s} = 0,001045 \cdot 331,13 = 0,346 K$$

Nelle condizioni considerate, la temperatura media risulta  $\bar{T} = 100,98$  °C = 374,13 K, per cui il termine  $(v \cdot \frac{\Delta p}{\Delta s})$  risulta minore dello 0,1% della temperatura  $\bar{T}$  (assoluta), rispetto al quale è pertanto trascurabile.



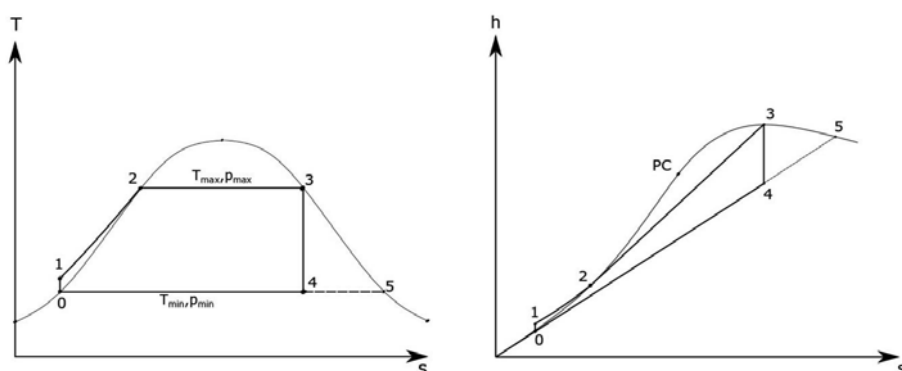
## Capitolo 3

# Impianti motori a vapore

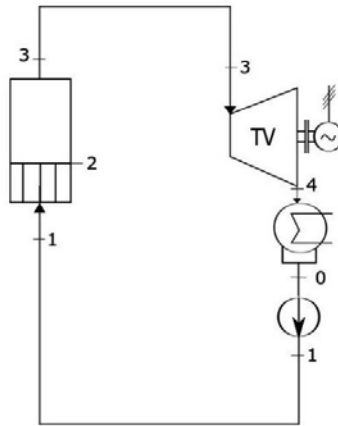
### 3.1 Circuito elementare e cicli termodinamici

Il ciclo di riferimento basilare per gli impianti a vapore è il ciclo termodinamico a vapore saturo di Rankine. La figura 3.1.1 mostra la configurazione del ciclo di Rankine in sede limite nei piani  $T-s$  e  $h-s$ , mentre la figura 3.1.2 mostra il corrispondente schema elementare dell'impianto.

Con riferimento alle figure 3.1.1 e 3.1.2, il ciclo termodinamico è composto da due trasformazioni adiabatiche reversibili, perciò isentropiche, di compressione (0-1) e di espansione (3-4), realizzate dalla pompa e dalla turbina, alternate a due trasformazioni isobare di riscaldamento (1-2-3) e di raffreddamento (4-0) dall'esterno del fluido operativo, realizzate dal generatore di vapore e dal condensatore rispettivamente.



**Figura 3.1.1.** Ciclo termodinamico di Rankine a vapore saturo nei piani  $T-s$ , a sinistra, e  $h-s$ , a destra.



**Figura 3.1.2.** Schema elementare di impianto a vapore basato sul ciclo di Rankine.

### **Analisi del ciclo di Rankine in sede limite**

In quanto segue vengono descritte in dettaglio le trasformazioni del ciclo di Rankine (figure 3.1.1 e 3.1.2) e i relativi scambi energetici con l'esterno con riferimento alla sede limite.

#### Trasformazione 0-1

Il liquido saturo alla pressione minima del ciclo (0) viene compresso fino alla pressione massima (1) mediante una trasformazione di compressione adiabatica reversibile, perciò isoentropica, realizzata per mezzo di una pompa nell'impianto schematizzato nella figura 3.1.2. In realtà i punti 0 e 1 sono praticamente coincidenti perché la temperatura durante la compressione non varia apprezzabilmente. L'analisi energetica della trasformazione può essere effettuata con riferimento all'equazione del 1° principio della termodinamica:

$$dh = \delta q - \delta l \quad (3.1.1)$$

Durante la trasformazione non si ha scambio di calore per cui  $\delta q = 0$ ; inoltre il lavoro è negativo in quanto compiuto dall'esterno sul sistema, per cui integrando l'equazione (3.1.1) tra gli estremi della trasformazione si ha:

$$l_p = -l_{01} = \int_0^1 dh = h_1 - h_0 \quad (3.1.2)$$

essendo  $l_p = -l_{01}$  il lavoro della pompa valutato in termini positivi ( $h_1 > h_0$ ).

### Trasformazione 1-2-3

Il liquido compresso (ovvero sottoraffreddato, rispetto alla temperatura di saturazione alla stessa pressione) (1) viene riscaldato a pressione costante nel generatore di vapore fino a raggiungere la temperatura massima nella condizione di vapore saturo (3). In realtà, questa trasformazione avviene nel generatore di vapore in due fasi distinte, entrambe a pressione costante: la fase 1-2 di preriscaldamento, in cui il liquido compresso viene riscaldato fino a raggiungere la temperatura massima nella condizione di liquido saturo (2), e la fase 2-3 di vaporizzazione, in cui il liquido saturo viene vaporizzato fino a raggiungere, a temperatura costante, la condizione di vapore saturo (3).

Durante la trasformazione viene fornito calore dall'esterno, per cui  $\delta q > 0$ , ma non vi sono organi mobili interni durante la trasformazione, per cui  $\delta l = 0$ . Integrando l'equazione (3.1.1) tra gli estremi della trasformazione si ha pertanto:

$$q_1 = q_{13} = \int_1^2 dh + \int_2^3 dh = (h_2 - h_1) + (h_3 - h_2) = h_3 - h_1 \quad (3.1.3)$$

essendo  $q_1 = q_{13}$  il calore complessivamente fornito dall'esterno, positivo perché entrante nel ciclo ( $h_3 > h_1$ ).

### Trasformazione 3-4

Il vapore saturo (3) subisce una trasformazione isoentropica, realizzata mediante una turbina nell'impianto schematizzato nella figura 3.1.2, fino alla pressione minima del ciclo (4).

Durante la trasformazione non si ha scambio di calore con l'esterno per cui  $\delta q = 0$ ; il lavoro è positivo in quanto compiuto dal sistema sull'esterno, per cui integrando l'equazione (3.1.1) tra gli estremi della trasformazione si ha:

$$l_T = l_{34} = - \int_3^4 dh = h_3 - h_4 \quad (3.1.4)$$

essendo  $l_T = l_{34}$  il lavoro della turbina che, come detto, è positivo ( $h_3 > h_4$ ).

### Trasformazione 4-0

Come si evince dalla rappresentazione del ciclo nei piani  $T-s$  e  $h-s$ , il fluido motore (acqua) a fine espansione si trova in condizioni bifase liquido-vapore e la fase vapore deve essere condensata per riportare l'acqua nelle condizioni iniziali di liquido saturo (0). Il processo di condensazione avviene a temperatura e pressione costanti (varianza uguale a 1) in uno scambiatore di calore denominato condensatore.

La frazione di vapore nella miscela viene caratterizzata termodina-

micamente attraverso il "titolo  $x$ " definito come rapporto tra la massa di vapore presente nella miscela e la massa d'acqua totale, somma delle masse del vapore e del liquido che costituiscono la miscela. Per definizione è  $x = 0$  in fase liquida e  $x = 1$  in fase vapore o gas, mentre è  $0 < x < 1$  in condizioni bifase.

Durante la trasformazione viene sottratto calore ceduto all'esterno, per cui  $\delta q < 0$ , ma non vi sono organi mobili interni durante la trasformazione, per cui  $\delta l = 0$ . Integrando l'equazione (3.1.1) tra gli estremi della trasformazione si ha:

$$q_2 = -q_{40} = - \int_4^0 dh = h_4 - h_0 \quad (3.1.5)$$

essendo  $q_2 = -q_{40}$  il calore ceduto all'esterno valutato in termini positivi ( $h_4 > h_0$ ).

### Approfondimento sul titolo del vapore

Le proprietà termodinamiche estensive di una miscela bifase liquido-vapore sono funzione del titolo e delle medesime proprietà del liquido e del vapore saturo. Data una miscela liquido-vapore costituita da una massa  $m_l$  di liquido saturo e da una massa  $m_v$  di vapore saturo, il titolo è dato dalla relazione:

$$x = \frac{m_v}{m_m} = \frac{m_v}{m_l + m_v} \quad (3.1.6)$$

essendo  $m_m = m_l + m_v$  la massa totale della miscela. Con riferimento al volume, proprietà fisicamente più tangibile, i volumi occupati dalle fasi liquida e vapore e dalla miscela complessivamente, possono essere espressi in funzione del volume specifico mediante la relazione  $V = m \cdot v$ , per cui:

$$V_v = m_v \cdot v_v$$

$$V_l = m_l \cdot v_l \quad (3.1.7)$$

$$V_m = m_m \cdot v_m = V_v + V_l = m_v \cdot v_v + m_l \cdot v_l$$

da cui:

$$v_m = \frac{m_v \cdot v_v + m_l \cdot v_l}{m_l + m_v} = x \cdot v_v + (1 - x) \cdot v_l = v_l + x \cdot (v_v - v_l) \quad (3.1.8)$$

o anche, risolvendo rispetto a  $x$ :

$$x = \frac{v_m - v_l}{v_v - v_l} \quad (3.1.9)$$

Le relazioni espresse dalle equazioni (3.1.8) e (3.1.9) valgono, più in generale, per qualunque proprietà estensiva (energia interna, entalpia, entropia, ecc.).

### Prestazioni del ciclo di Rankine

Il lavoro utile specifico (per unità di massa) prodotto dal ciclo è la differenza fra il lavoro della trasformazione di espansione (prodotto dalla turbina) e della trasformazione di compressione (assorbito dalla pompa) valutato positivamente:

$$l_u = l_T - l_P = (h_3 - h_4) - (h_1 - h_0) = (h_3 - h_1) - (h_4 - h_0) = q_1 - q_2 \quad (3.1.10)$$

Per il ciclo è infatti:

$$\sum l = \sum q \quad (3.1.11)$$

Il rendimento del ciclo limite è dato dal rapporto fra il lavoro utile e il calore fornito dall'esterno:

$$\eta_l = \frac{l_u}{q_1} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_1 - h_0)}{h_3 - h_1} = \frac{(h_3 - h_1) - (h_4 - h_0)}{h_3 - h_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} \quad (3.1.12)$$

Il calcolo delle principali prestazioni del ciclo, lavoro specifico e rendimento, richiede essenzialmente la conoscenza dell'entalpia dell'acqua, nelle diverse fasi, nei punti estremi delle trasformazioni, ovvero nei punti cardinali del ciclo. Ai fini del dimensionamento dei componenti dell'impianto interessati alla trasformazione o al trasferimento del fluido termodinamico è altresì necessaria la conoscenza del suo volume specifico, in modo da poter correlare la portata massica alla portata volumetrica.

### Calcolo delle proprietà termodinamiche nei punti cardinali del ciclo

La valutazione delle prestazioni del ciclo, in termini di lavoro specifico e di rendimento, richiede la conoscenza dell'entalpia del fluido operativo nei punti cardinali del ciclo, ossia nei punti estremi delle trasformazioni. Altre grandezze termodinamiche, come per esempio il volume specifico ovvero la sua densità, sono necessarie per il dimensionamento degli organi dell'impianto<sup>1</sup>. Ai fini del calcolo delle proprietà termodinamiche

<sup>1</sup> In linea di massima si può affermare che le dimensioni dei vari componenti dell'impianto interessati al fluido operativo, dipendono dalla sua portata massica data dalla relazione

nei punti cardinali del ciclo è necessario stabilire preliminarmente i valori minimi e massimi di temperatura  $T_{min}$ ,  $T_{max}$  e di pressione  $p_{min}$ ,  $p_{max}$  del ciclo, che rappresentano i valori di riferimento di progetto e di esercizio. A partire da tali dati di riferimento è quindi possibile caratterizzare completamente lo stato termodinamico dell'acqua (nelle diverse fasi) in tutti i punti del ciclo, procedendo come di seguito specificato.

### Punto 0

Condizioni di liquido saturo - varianza=1.

È assegnata la temperatura minima, ovvero la pressione minima. Le due grandezze sono interdipendenti per cui la conoscenza dell'una implica la conoscenza dell'altra. Preferibilmente si assegna il valore della temperatura poiché questa è stabilita dalle condizioni al condensatore (ad esempio dalla temperatura dell'acqua di mare utilizzata come fluido refrigerante). La pressione risulta nota di conseguenza. Sono quindi noti due parametri:

$$T_0 = T_{min} \text{ (oppure } p_0 = p_{min})$$

$$x_0 = 0 \text{ (liquido saturo)}$$

La conoscenza della coppia  $T-x$  (ovvero della coppia  $p-x$ ) consente di determinare, ad esempio mediante tabelle termodinamiche dell'acqua o mediante specifici codici di calcolo, tutte le altre proprietà di stato, in particolare:

$$h_0 = h_{0l}, s_0 = s_{0l}, v_0 = v_{0l}$$

dove il pedice  $0l$  rappresenta lo stato di liquido saturo nel punto 0.

### Punto 1

Condizioni di liquido compresso (sottoraffreddato) - varianza=2.

È data la pressione massima, inoltre, essendo la trasformazione 0-1 isoentropica, è nota l'entropia, uguale a quella del punto 0. Sono quindi noti due parametri:

$$p_1 = p_{max}$$

$$s_1 = s_0$$

La conoscenza della coppia  $p-s$  consente di determinare, in termini concettuali, tutte le altre proprietà di stato, in particolare  $h_1$  e  $v_1$ .

In alternativa si può procedere al calcolo diretto dell'entalpia  $h_1$  determinando il lavoro della pompa mediante la relazione:

$$l_p = h_1 - h_0 = \int_0^1 v dp \cong v \cdot (p_1 - p_0) \quad (3.1.13)$$

---

$\dot{m} = \rho \Omega c$ , essendo  $\rho$  la densità del fluido (inverso del volume specifico),  $\Omega$  la sezione peculiare di un condotto, che può essere considerata come grandezza di riferimento per caratterizzare le dimensioni del componente,  $c$  la velocità del fluido nella sezione considerata.

assumendo con buona approssimazione il volume specifico costante ( $v_1 = v_0 = v$ ), ipotesi che presuppone l'incomprimibilità del liquido.

### Punto 2

Condizione di liquido saturo - varianza=1.

Si procede come per il punto 1, in questo caso è data la temperatura massima, ovvero la pressione massima. Sono quindi noti due parametri:

$$T_2 = T_{max} \text{ (oppure } p_2 = p_{max})$$

$$x_2 = 0 \text{ (liquido saturo)}$$

La conoscenza della coppia  $T-x$  (ovvero della coppia  $p-x$ ) consente perciò di determinare tutte le altre proprietà di stato, in particolare:

$$h_2 = h_{2l}, s_2 = s_{2l}, v_2 = v_{2l}$$

dove il pedice  $2l$  rappresenta lo stato di liquido saturo nel punto 2.

### Punto 3

Condizione di vapore saturo - varianza=1.

Si procede come per il punto 2 ma con riferimento allo stato di vapore saturo ( $x_3 = 1$ ). Anche in questo caso è perciò data la temperatura massima, ovvero la pressione massima. Sono quindi noti due parametri:

$$T_3 = T_{max} \text{ (oppure } p_3 = p_{max})$$

$$x_3 = 1 \text{ (vapore saturo)}$$

Analogamente al punto precedente, la conoscenza della coppia  $T-x$  (ovvero della coppia  $p-x$ ) consente di determinare tutte le altre proprietà di stato, in particolare:

$$h_3 = h_{3v}, s_3 = s_{3v}, v_3 = v_{3v}$$

dove il pedice  $3v$  rappresenta lo stato di vapore saturo nel punto 3.

### Punto 4

Miscela satura liquido-vapore - varianza=1.

È data la pressione minima, inoltre, essendo la trasformazione 3-4 isoentropica, è nota l'entropia, uguale a quella del punto 3. Sono quindi noti due parametri:

$$p_4 = p_{min}$$

$$s_4 = s_3$$

La conoscenza della coppia  $p-s$  consente di determinare, in termini concettuali, tutte le altre proprietà di stato, in particolare  $h_4$  e  $v_4$ .

Operativamente, si può procedere al calcolo di  $h_4$  e di  $v_4$  determinando preliminarmente il titolo  $x_4$  e procedendo come segue.

$$x_4 = \frac{s_4 - s_{l,p_4}}{s_{v,p_4} - s_{l,p_4}} = \frac{s_4 - s_0}{s_5 - s_0} \quad (3.1.14)$$

Poiché la stessa relazione vale per l'entalpia e il volume specifico si ha:

$$h_4 = h_0 + x_4 \cdot (h_5 - h_0) \quad (3.1.15)$$

$$v_4 = v_0 + x_4 \cdot (v_5 - v_0) \quad (3.1.16)$$

Nella pratica, il ciclo Rankine non si utilizza negli impianti a vapore per produzione di energia elettrica perché le sue prestazioni sono limitate e inoltre, alimentando la turbina con vapore saturo si ottiene allo scarico una eccessiva quantità di fase liquida che, come si approfondirà nel seguito, è causa di erosione meccanica delle palettature e di sensibili perdite fluidodinamiche che rendono inaccettabile il rendimento della turbina.

Per questo motivo, negli impianti reali il vapore viene surriscaldato aumentando la sua temperatura a valori sensibilmente maggiori della temperatura di saturazione. Il ciclo termodinamico a vapore surriscaldato è denominato ciclo di Hirn.

### Ciclo di Hirn a vapore surriscaldato

La figura 3.1.3 mostra la configurazione in sede limite e in sede reale del ciclo di Hirn nei piani  $T-s$  e  $h-s$ , mentre la figura 3.1.4 mostra il corrispondente schema elementare dell'impianto.

Nel ciclo Hirn, come detto, il vapore viene surriscaldato prima di essere inviato in turbina. Ciò produce effetti benefici sia per il rendimento limite, perché aumenta la temperatura massima del ciclo, sia per il rendimento interno, perché a parità di pressioni massima e minima aumenta il titolo allo scarico della turbina rispetto al ciclo Rankine.

Il surriscaldamento fa inoltre aumentare il lavoro utile rispetto al ciclo Rankine perché, a parità di pressioni massima e minima, il lavoro della pompa rimane lo stesso ma aumenta il lavoro di espansione in turbina (aumenta l'entalpia del punto 3). Ciò significa che parità di potenza prodotta  $P_e$ , data dall'equazione (3.1.17):

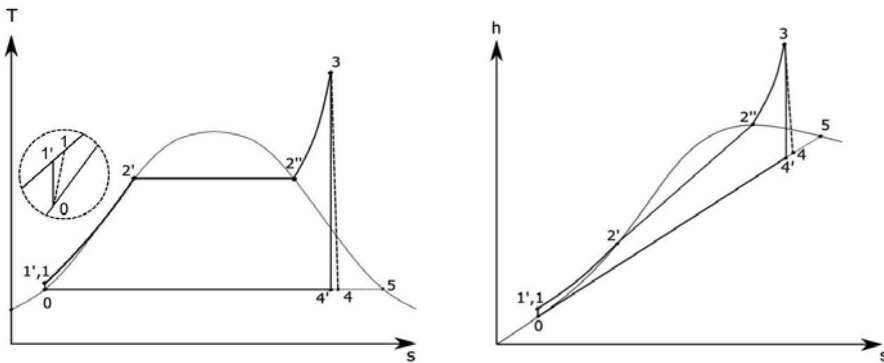
$$P_e = \dot{m}_v \cdot l_e = \dot{m}_v \cdot l_u \cdot \eta_o \quad (3.1.17)$$

all'aumentare del lavoro utile diminuisce la portata di vapore richiesta per produrla, e quindi, diminuiscono le dimensioni di tutti i componenti dell'impianto la cui geometria dipende dalla portata volumetrica (e quindi dalla portata massica) di fluido termodinamico.

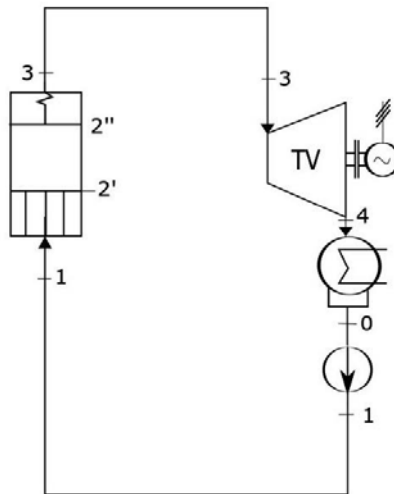
Nella figura 3.1.3, il ciclo di Hirn è rappresentato sia in sede limite che in sede reale. Passando dalla sede limite alla sede reale si suppone che le perdite siano concentrate nelle macchine, turbina e pompa, mentre si trascurano, per semplicità, le perdite di carico (cadute di pressione) nei condotti e le perdite di calore per scambio termico con



l'esterno. Nella rappresentazione del ciclo le prime, se considerate, si tradurrebbero, in una deformazione delle trasformazioni isobare in pseudo-isobare, caratterizzate da pressioni decrescenti in modo coerente con le cadute di pressione. Le seconde, invece non avrebbero nessuna influenza sulla configurazione del ciclo, essendo perdite di impianto alle quali si sopperisce semplicemente somministrando all'impianto una maggiore quantità di combustibile. Nel piano  $T-s$  in figura 3.1.3 è rappresentato un dettaglio della compressione che vale anche per la compressione nel piano  $h-s$ .



**Figura 3.1.3.** Ciclo termodinamico di Harn a vapore surriscaldato in sede limite e reale nei piani  $T-s$ , a sinistra, e  $h-s$ , a destra.



**Figura 3.1.4.** Schema elementare di impianto a vapore basato sul ciclo di Harn.

Nella rappresentazione del ciclo in sede reale, coerentemente con lo schema di impianto illustrato in figura 3.1.4, i punti 1 e 4 rappresentano rispettivamente lo stato termodinamico reale del liquido a fine compressione e del vapore a fine espansione. Queste trasformazioni sono ancora adiabatiche ma non isoentropiche, poiché le irreversibilità determinano un aumento dell'entropia<sup>2</sup>. La condizione di adiabaticità delle trasformazioni reali di espansione e di compressione è giustificata con ottima approssimazione, in quanto nelle turbomacchine il flusso è molto veloce<sup>3</sup>, quindi con tempi di permanenza del fluido evolvente nelle macchine molto brevi<sup>4</sup>, tali da rendere pressoché trascurabile lo scambio termico con l'esterno. I corrispondenti punti di fine compressione e di fine espansione isoentropiche di riferimento (relativi alle trasformazioni in sede limite) sono indicati rispettivamente con la notazione 1' e 4'. Pertanto, per le trasformazioni di espansione e di compressione sarà:

$$l_{T,r} = h_3 - h_4 < l_{T,l} = h_3 - h_{4'} \quad (3.1.18)$$

$$l_{P,r} = h_1 - h_0 > l_{P,l} = h_{1'} - h_0 \quad (3.1.19)$$

essendo  $l_{T,r}$  ed  $l_{P,r}$  i lavori reali della turbina e della pompa,  $l_{T,l}$  ed  $l_{P,l}$  i corrispondenti lavori limite. Si tiene conto delle irreversibilità delle trasformazioni di espansione e di compressione introducendo il rendimento adiabatico (o rendimento isoentropico) della turbina e della pompa, definiti mediante la generica relazione:

$$\eta = \frac{l_{minore}}{l_{maggiore}} \quad (3.1.20)$$

Pertanto, per la turbina sarà:

$$\eta_T = \frac{l_{T,r}}{l_{T,l}} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4'}} \quad (3.1.21)$$

mentre per la pompa sarà:

$$\eta_P = \frac{l_{P,l}}{l_{P,r}} = \frac{h_{1'} - h_0}{h_1 - h_0} \quad (3.1.22)$$

<sup>2</sup> Come si ricorderà, il teorema di Clausius viene espresso in termini differenziali mediante l'equazione  $ds = \frac{\delta q}{T} + \delta\sigma$ . Nel caso di trasformazioni adiabatiche ma non reversibili, come l'espansione e la compressione reali,  $\delta q = 0$  mentre  $\delta\sigma > 0$  a causa delle irreversibilità, pertanto  $ds > 0$ .

<sup>3</sup> Nelle turbine, specie negli stadi di bassa pressione il flusso può essere perfino supersonico.

<sup>4</sup> Dell'ordine dei centesimi o perfino dei millesimi di secondo per metro.

È appena il caso di osservare che le perdite di cui tengono conto i rendimenti delle macchine sono di natura termofluidodinamica, come le perdite determinate dalla viscosità del fluido, le perdite per ventilazione, per trafiletti tra i giochi e per ricircolo, per urto delle particelle in fase liquida nel caso di vapore umido, ecc. Esse non riguardano, invece, le dissipazioni di energia meccanica per attrito degli organi in moto relativo, che non attengono al ciclo e di cui tiene conto il rendimento organico.

### **Calcolo delle proprietà termodinamiche del ciclo reale**

Gran parte dei punti, specificamente quelli relativi alle condizioni di liquido e di vapore saturo e quelli relativi alle condizioni finali delle trasformazioni reversibili di riferimento di compressione e di espansione si ricavano con le stesse modalità già discusse per il ciclo di Rankine. Di seguito viene riproposta l'intera sequenza di calcolo delle proprietà termodinamiche di tutti i punti cardinali del ciclo reale.

#### Punto 0

Condizioni di liquido saturo - varianza=1.

È data temperatura minima, ovvero la pressione minima. Sono quindi noti due parametri:

$$T_0 = T_{min} \text{ (oppure } p_0 = p_{min})$$

$$x_0 = 0 \text{ (liquido saturo)}$$

La conoscenza della coppia  $T-x$  (ovvero della coppia  $p-x$ ) consente di determinare, ad esempio mediante tabelle termodinamiche dell'acqua o mediante specifici codici di calcolo, tutte le altre proprietà di stato, in particolare:

$$h_0 = h_{0l}, s_0 = s_{0l}, v_0 = v_{0l}$$

dove il pedice  $0l$  rappresenta lo stato di liquido saturo nel punto 0.

#### Punto 1'

Condizioni di liquido compresso a fine compressione isoentropica - varianza=2.

È data la pressione massima, inoltre, essendo la trasformazione 0-1' isoentropica, è nota l'entropia, uguale a quella del punto 0. Sono quindi noti due parametri:

$$p_{1'} = p_{max}$$

$$s_{1'} = s_0$$

La conoscenza della coppia  $p-s$  consente di determinare, in termini concettuali, tutte le altre proprietà di stato, in particolare  $h_{1'}$  e  $v_{1'}$ .

In alternativa, come nel caso del ciclo di Rankine, si può procedere al calcolo diretto dell'entalpia  $h_{1'}$  determinando il lavoro limite della pompa mediante la relazione:

$$l_p = h_{1'} - h_0 = \int_0^{1'} v dp \cong v \cdot (p_{1'} - p_0) \quad (3.1.23)$$

avendo posto ( $v_{1'} = v_0 = v$ ) sotto l'ipotesi di incomprimibilità del liquido.

### Punto 1

Condizioni di liquido compresso a fine compressione reale - varianza=2.

È data la pressione massima, inoltre, mediante l'equazione (3.1.22) si può determinare l'entalpia essendo noto il rendimento della pompa. Sono quindi noti due parametri:

$$p_1 = p_{max}$$

$$h_1 = h_0 + \frac{h_{1'} - h_0}{\eta_P}$$

La conoscenza della coppia  $p-h$  consente di determinare, in termini concettuali, tutte le altre proprietà di stato, in particolare  $v_1$ .

In alternativa, procedendo analogamente al punto 1', si può procedere al calcolo diretto dell'entalpia  $h_1$  determinando il lavoro reale della pompa mediante la relazione:

$$l_p = h_1 - h_0 = \frac{1}{\eta_P} \cdot \int_0^1 v dp \cong \frac{1}{\eta_P} \cdot v \cdot (p_1 - p_0) \quad (3.1.24)$$

avendo posto ( $v_1 = v_0 = v$ ) sotto l'ipotesi di incomprimibilità del liquido.

### Punto 2'

Condizione di liquido saturo - varianza=1.

Si procede come per il punto 0, in questo caso è data la pressione massima. Sono quindi noti due parametri:

$$p_{2'} = p_{max} \text{ (oppure la corrispondente temperatura di saturazione } T_{sat, p_{max}})$$

$$x_{2'} = 0 \text{ (liquido saturo)}$$

La conoscenza della coppia  $p-x$  (ovvero della corrispondente coppia  $T-x$ ) consente perciò di determinare tutte le altre proprietà di stato, in particolare:

$$h_{2'} = h_{2'l}, s_{2'} = s_{2'l}, v_{2'} = v_{2'l}$$

dove il pedice 2'l rappresenta lo stato di liquido saturo nel punto 2'.

### Punto 2''

Condizione di vapore saturo - varianza=1.

Si procede come per il punto 2' ma con riferimento allo stato di vapore saturo ( $x_{2''} = 1$ ). Anche in questo caso è perciò data la pressione massima. Sono quindi noti due parametri:

$$p_{2''} = p_{max} \text{ (oppure la corrispondente temperatura di saturazione } T_{sat, p_{max}})$$

$$x_{2''} = 1 \text{ (vapore saturo)}$$

Analogamente al punto precedente, la conoscenza della coppia  $p-x$  (ovvero della corrispondente coppia  $T-x$ ) consente di determinare tutte le altre proprietà di stato, in particolare:

$$h_{2''} = h_{2''v}, \quad s_{2''} = s_{2''v}, \quad v_{2''} = v_{2''v}$$

dove il pedice  $2''v$  rappresenta lo stato di vapore saturo nel punto  $2''$ .

### Punto 3

Condizione di vapore surriscaldato - varianza=2.

Sono date la pressione e la temperatura massime del ciclo. Sono quindi noti due parametri:

$$p_3 = p_{max}$$

$$T_3 = T_{max}$$

La conoscenza della coppia  $p-T$  consente perciò di determinare tutte le altre proprietà di stato, in particolare:

$$h_3, s_3, v_3$$

### Punto 4'

Mentre nel caso del ciclo di Rankine il punto 4 si trova sicuramente al di sotto della curva di saturazione (Cfr. figura 3.1.1), nel caso del ciclo di Hirn non si può avere questa certezza a priori, in quanto la posizione del punto  $4'$  di fine espansione isoentropica dipende dalla temperatura  $T_3$ . Sarà però sufficiente confrontare l'entropia  $s_{4'}$ , nota essendo  $s_{4'} = s_3$ , con l'entropia del vapore saturo alla pressione minima  $s_{v,p_{min}} = s_5$ . Se risulta  $s_{4'} < s_5$  significa che il punto  $4'$  si trova all'interno della curva di saturazione e, quindi, a fine espansione si ha vapore umido. Viceversa, se risulta  $s_{4'} > s_5$  significa che il punto  $4'$  si trova all'esterno della curva di saturazione e, quindi, a fine espansione si ha vapore surriscaldato. Normalmente si verifica la prima condizione per cui la determinazione dello stato termodinamico del vapore a fine espansione avviene come per il ciclo di Rankine, vale a dire:

Miscela saturo liquido-vapore - varianza=1.

È data la pressione minima, inoltre, essendo la trasformazione 3-4' isoentropica, è nota l'entropia, uguale a quella del punto 3. Sono quindi noti due parametri:

$$p_{4'} = p_{min}$$

$$s_{4'} = s_3$$

La conoscenza della coppia  $p-s$  consente di determinare, in termini concettuali, tutte le altre proprietà di stato, in particolare  $h_{4'}$  e  $v_{4'}$ .

Operativamente, si può procedere al calcolo di  $h_{4'}$  e di  $v_{4'}$  mediante le relazioni:

$$h_{4'} = h_{l,p_4} + x_{4'} \cdot (h_{v,p_4} - h_{l,p_4}) = h_0 + x_{4'} \cdot (h_5 - h_0) \quad (3.1.25)$$

$$v_{4'} = v_{l,p_4} + x_{4'} \cdot (v_{v,p_4} - v_{l,p_4}) = v_0 + x_{4'} \cdot (v_5 - v_0) \quad (3.1.26)$$

dopo avere determinato il titolo  $x_{4'}$  mediante la relazione:

$$x_{4'} = \frac{s_{4'} - s_{l,p_4}}{s_{v,p_4} - s_{l,p_4}} = \frac{s_{4'} - s_0}{s_5 - s_0} \quad (3.1.27)$$

Se il punto 4' dovesse cadere all'esterno della curva di saturazione, nella regione del vapore surriscaldato il calcolo del corrispondente stato termodinamico sarebbe molto più semplice e immediato:

Condizione di vapore surriscaldato - varianza=2.

Sono date la pressione minima e l'entropia, uguale a quella del punto 3.

Sono quindi noti due parametri:

$$p_{4'} = p_{min}$$

$$s_{4'} = s_3$$

La conoscenza della coppia  $p$ - $s$  consente perciò di determinare, in termini concettuali, tutte le altre proprietà di stato, in particolare:

$$h_{4'}, v_{4'}$$

#### Punto 4

Come il punto 4', il punto 4 può trovarsi in condizioni di vapore saturo umido se ricade all'interno della curva di saturazione, o di vapore surriscaldato se ricade all'esterno.

In ogni caso è data la pressione minima, inoltre, mediante l'equazione (3.1.21) si può determinare l'entalpia essendo noto il rendimento della turbina. Sono quindi noti due parametri:

$$p_4 = p_{min}$$

$$h_4 = h_3 - \eta_T \cdot (h_3 - h_{4'})$$

Una volta determinata l'entalpia del punto 4 si può verificare se esso ricade all'interno o all'esterno della curva di saturazione. Procedendo come per il punto 4' con il confronto sull'entropia, in questo caso sarà sufficiente confrontare l'entalpia  $h_{4'}$  testé determinata, con l'entalpia del vapore saturo alla pressione minima  $h_{v,p_{min}} = h_5$ . Se risulta  $h_4 < h_5$  vuol dire che il punto 4 si trova all'interno della curva di saturazione e, quindi, a fine espansione si ha vapore umido. Viceversa, se risulta  $h_4 > h_5$  vuol dire che il punto 4 si trova all'esterno della curva di saturazione e, quindi, a fine espansione si ha vapore surriscaldato.

Nel primo caso, riepilogando, si ha:

Miscela saturo liquido-vapore - varianza=1.

Nota l'entalpia si può determinare il titolo  $x_4$  mediante la relazione:

$$x_4 = \frac{h_4 - h_{l,p_4}}{h_{v,p_4} - h_{l,p_4}} = \frac{h_4 - h_0}{h_5 - h_0} \quad (3.1.28)$$

e quindi il volume specifico  $v_4$  e l'entropia specifica  $s_4$  mediante le relazioni:

$$v_4 = v_{l,p_4} + x_4 \cdot (v_{v,p_4} - v_{l,p_4}) = v_0 + x_4 \cdot (v_5 - v_0) \quad (3.1.29)$$

$$s_4 = s_{l,p_4} + x_4 \cdot (s_{v,p_4} - s_{l,p_4}) = s_0 + x_4 \cdot (s_5 - s_0) \quad (3.1.30)$$

Nel secondo caso si ha:

Condizione di vapore surriscaldato - varianza=2.

Sono date la pressione minima e l'entalpia già determinata precedentemente. Sono quindi noti due parametri.

La conoscenza della coppia  $p-h$  consente perciò di determinare tutte le altre proprietà di stato, in particolare:

$v_4, s_4$

### **Prestazioni del ciclo di Hirn in sede limite e reale**

Il lavoro utile specifico limite prodotto dal ciclo è la differenza fra il lavoro della trasformazione di espansione (prodotto dalla turbina) e della trasformazione di compressione (assorbito dalla pompa) valutato positivamente:

$$l_{u,l} = l_{T,l} - l_{p,l} = (h_3 - h_{4'}) - (h_{1'} - h_0) = (h_3 - h_{1'}) - (h_{4'} - h_0) = q_{1,l} - q_{2,l} \quad (3.1.31)$$

essendo:

$$q_{1,l} = (h_3 - h_{1'}) \quad (3.1.32)$$

$$q_{2,l} = (h_{4'} - h_0)$$

Il rendimento limite del ciclo dato è dato dal rapporto fra il lavoro utile limite  $l_{u,l}$  e il calore  $q_{1,l}$  fornito dall'esterno:

$$\eta_l = \frac{l_{u,l}}{q_{1,l}} = \frac{(h_3 - h_{4'}) - (h_{1'} - h_0)}{(h_3 - h_{1'})} = \frac{(h_3 - h_{1'}) - (h_{4'} - h_0)}{(h_3 - h_{1'})} = 1 - \frac{q_{2,l}}{q_{1,l}} \quad (3.1.33)$$

Analogamente, in sede reale sarà:

$$l_{u,r} = l_{T,r} - l_{p,r} = (h_3 - h_4) - (h_1 - h_0) = (h_3 - h_1) - (h_4 - h_0) = q_{1,r} - q_{2,r} \quad (3.1.34)$$

$$q_{1,r} = (h_3 - h_1) \quad (3.1.35)$$

$$q_{2,r} = (h_4 - h_0)$$

$$\eta_r = \frac{l_{u,r}}{q_{1,r}} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_1 - h_0)}{(h_3 - h_1)} = \frac{(h_3 - h_1) - (h_4 - h_0)}{(h_3 - h_1)} = 1 - \frac{q_{2,r}}{q_{1,r}} \quad (3.1.36)$$

Il rendimento interno del ciclo è dato dal rapporto fra il rendimento reale e il rendimento limite:

$$\eta_i = \frac{\eta_r}{\eta_l} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_1 - h_0)}{h_3 - h_1} \cdot \frac{h_3 - h_{1'}}{(h_3 - h_{4'}) - (h_{1'} - h_0)} \quad (3.1.37)$$

Ricordando che il lavoro è direttamente proporzionale al volume specifico (in sede limite, in termini differenziali, è infatti  $\delta l = -v dp$ ), si osserva che a parità di differenza di pressione il volume specifico del liquido che evolve nella pompa è molto più piccolo di quello del vapore che espande in turbina, quindi il lavoro della pompa si può, in prima approssimazione, trascurare rispetto a quello della turbina. In altri termini si possono considerare trascurabili i lavori delle pompe ponendo:

$$h_1 \cong h_{1'} \cong h_0 \quad (3.1.38)$$

per cui:

$$\eta_i \cong \frac{(h_3 - h_4)}{(h_3 - h_{4'})} = \eta_T \quad (3.1.39)$$

Pertanto, il rendimento interno del ciclo di Hirn è pressoché coincidente con il rendimento della turbina. Ciò d'altra parte è un risultato atteso poiché, in relazione alle ipotesi semplificative assunte (perdite di carico trascurabili e lavoro della pompa trascurabile, quindi assenza di perdite nella pompa), le uniche perdite presenti nel ciclo sono quelle della turbina.

Nel caso in cui si tenga conto del lavoro della pompa, esprimendo l'equazione (3.1.37) nella forma:

$$\eta_i = \frac{(h_3 - h_4) - (h_1 - h_0)}{(h_3 - h_{4'}) - (h_{1'} - h_0)} \cdot \frac{(h_3 - h_{1'})}{(h_3 - h_1)} \quad (3.1.40)$$

e considerando inoltre che le perdite nella pompa sono di un ordine di grandezza inferiori rispetto al lavoro assorbito, posto perciò:

$$h_1 \cong h_{1'} \quad (3.1.41)$$

l'equazione (3.1.40) diventa:

$$\eta_i = \frac{(h_3 - h_4) - (h_1 - h_0)}{(h_3 - h_{4'}) - (h_1 - h_0)} < \eta_T \quad (3.1.42)$$



Rispetto all'equazione (3.1.39), la (3.1.42) presenta il sottraendo  $(h_1 - h_0)$  positivo al numeratore e al denominatore per cui, essendo il secondo membro della (3.1.42) una frazione propria il suo valore diminuisce, risultando perciò minore del rendimento della turbina.

Anche questo risultato è atteso poiché rispetto alla precedente espressione semplificata data dall'equazione (3.1.39), la (3.1.42) tiene anche conto delle perdite nella pompa. Come detto, tuttavia, il lavoro della pompa è molto piccolo rispetto a quello della turbina e tale relazione si riflette sulle rispettive perdite, per cui si può comunque affermare che il rendimento interno del ciclo di Hirn è praticamente coincidente con il rendimento della turbina.

### 3.2 Metodi per aumentare il rendimento del ciclo

Prima di illustrare i metodi adottati per aumentare il rendimento del ciclo a vapore è opportuno richiamare alcuni aspetti teorici sulle proprietà del ciclo<sup>5</sup> facendo riferimento alla figura 3.2.1.

Per semplicità di ragionamento si trascura il lavoro della pompa e si suppone che la trasformazione isobara di preriscaldamento dell'acqua in fase liquida (1-2) coincida con la curva limite inferiore.

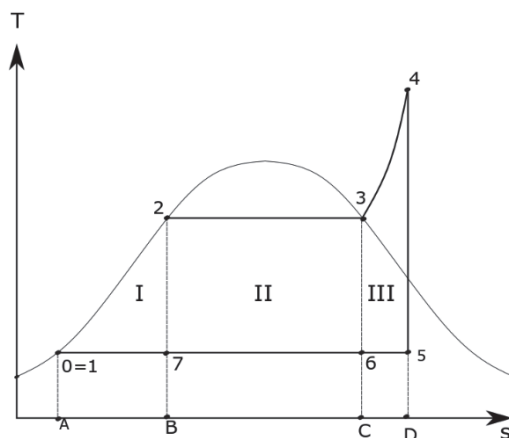


Figura 3.2.1. Scomposizione del ciclo in tre cicli parziali.

<sup>5</sup> Le considerazioni che seguono, svolte con riferimento al ciclo di Hirn, hanno valenza generale e si possono essere estese a qualsiasi ciclo termodinamico.

L'intero ciclo può essere considerato come risultante dalla composizione di 3 cicli parziali. Il primo ciclo è composto da tre trasformazioni con punti estremi 1-2-7, il secondo ciclo corrisponde a un ciclo di Carnot con punti estremi 7-2-3-6, il terzo ciclo è composto da 4 trasformazioni che hanno come estremi i punti 6-3-4-5.

Le trasformazioni interne si compensano a vicenda per cui sono ininfluenti. Infatti, la trasformazione 2-7 di espansione del ciclo I è compensata dalla trasformazione inversa 7-2 di compressione del ciclo II, così come la trasformazione 3-6 di espansione del ciclo II è compensata dalla trasformazione inversa 6-3 di compressione del ciclo III.

Nei tre cicli parziali entrano rispettivamente le seguenti quantità di calore fornite dall'esterno:

- $q_1^I$  calore di preriscaldamento fornito al ciclo durante la trasformazione 1-2; graficamente corrisponde all'area (A12B) sottesa dalla trasformazione 1-2;
- $q_1^{II}$  calore di vaporizzazione fornito al ciclo durante la trasformazione 2-3; graficamente corrisponde all'area (B23C) sottesa dalla trasformazione 2-3;
- $q_1^{III}$  calore di surriscaldamento fornito al ciclo durante la trasformazione 3-4; graficamente corrisponde all'area (C34D) sottesa dalla trasformazione 3-4.

Il calore complessivamente fornito al ciclo, rappresentato graficamente dall'intera area (A1234D) sottesa dalla trasformazione complessiva 1-2-3-4, risulta:

$$q_1 = q_1^I + q_1^{II} + q_1^{III} \quad (3.2.1)$$

Parimenti i tre cicli parziali producono le seguenti quantità di lavoro utile  $l_u$ :

- $l_u^I$  lavoro utile prodotto dal ciclo I; graficamente corrisponde all'area del poligono (1271);
- $l_u^{II}$  lavoro utile prodotto dal ciclo II; graficamente corrisponde all'area del poligono (72367);
- $l_u^{III}$  lavoro utile prodotto dal ciclo III; graficamente corrisponde all'area del poligono (63456).

Il lavoro utile complessivamente prodotto dal ciclo, rappresentato graficamente dall'intera area del poligono (12345671), risulta:

$$l_u = l_u^I + l_u^{II} + l_u^{III} \quad (3.2.2)$$

I tre cicli, inoltre, hanno i seguenti rendimenti:

$$\eta^I = \frac{l_u^I}{q_1^I}$$

$$\eta^{II} = \frac{l_u^{II}}{q_1^{II}}$$

$$\eta^{III} = \frac{l_u^{III}}{q_1^{III}}$$

Il rendimento complessivo risulta infine:

$$\eta = \frac{l_u}{q_1} = \frac{\eta^I \cdot q_1^I + \eta^{II} \cdot q_1^{II} + \eta^{III} \cdot q_1^{III}}{q_1^I + q_1^{II} + q_1^{III}} \quad (3.2.3)$$

Esso corrisponde, matematicamente, alla media ponderale dei rendimenti dei cicli parziali in cui è stato scomposto l'intero ciclo, dove i pesi sono le frazioni di calore entranti in ciascun ciclo parziale rispetto al calore totale introdotto nel ciclo.

La somma dei pesi di ciascun ciclo parziale è per definizione unitaria, risulta pertanto:

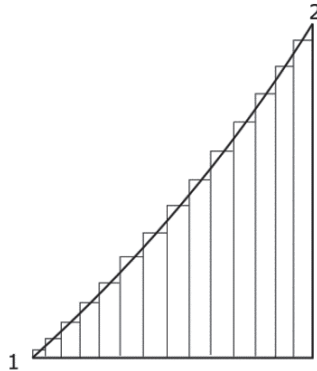
$$\frac{q_1^I}{q_1} + \frac{q_1^{II}}{q_1} + \frac{q_1^{III}}{q_1} = \frac{q_1^I + q_1^{II} + q_1^{III}}{q_1} = 1 \quad (3.2.4)$$

Dall'esame del ciclo composto si osserva quanto segue:

- Tutti i cicli parziali lavorano alla stessa temperatura minima  $T_{min}$ .
- Il ciclo II è un ciclo di Carnot operante tra le due temperature di saturazione corrispondenti alle pressioni massima e minima.
- Il rendimento del ciclo I è minore del rendimento del ciclo II di Carnot. Infatti, se si scompone il ciclo I in una serie di cicli di Carnot come mostrato nella figura 3.2.2, al limite in infiniti cicli di estensione infinitesima, si osserva che ciascuno di questi cicli è caratterizzato da temperatura massima crescente e, di conseguenza, da un rendimento crescente, essendo la temperatura minima la stessa per tutti i cicli. In altri termini, è come se il ciclo I fosse alimentato da una "molteplicità di sorgenti" termiche (al limite infinite) caratterizzate da temperatura variabile tra i due valori minimo e massimo corrispondenti ai punti 1 e 2. Per quanto sopra, il rendimento complessivo del ciclo I è dato dalla media pesata dei rendimenti dei singoli cicli parziali, che hanno tutti rendimento inferiore a quello dell'ultimo ciclo operante tra le temperature estreme, e pertanto, come detto, è minore del rendimento del ciclo II.
- Per la stessa ragione, il rendimento del ciclo III è maggiore del rendimento del ciclo II di Carnot, essendo scomponibile in un numero di-

scroto, al limite infinito, di cicli parziali di Carnot tutti caratterizzati questa volta da rendimento maggiore. Si ha pertanto:

$$\eta^{III} > \eta^{II} > \eta^I \quad (3.2.5)$$



**Figura 3.2.2.** Discretizzazione del ciclo I in cicli di Carnot.

L'equazione (3.2.3), insieme alla (3.2.5), suggerisce le azioni che possono essere adottate per aumentare il rendimento del ciclo complessivo. Separando gli effetti, si può infatti constatare quanto segue:

- a parità di rendimento dei cicli parziali, il rendimento complessivo aumenta all'aumentare del peso dei cicli parziali a rendimento maggiore e al diminuire del peso dei cicli parziali a rendimento minore; i due effetti non sono indipendenti perché la somma dei pesi è invariante ed è pari all'unità (Cfr. equazione 3.2.4) per cui l'aumento di un peso determina la diminuzione della somma degli altri due;
- a parità di pesi, il rendimento complessivo aumenta all'aumentare del rendimento di tutti i cicli parziali.

Per aumentare il rendimento del ciclo a vapore si utilizzano essenzialmente 5 metodi differenti:

1. aumento della temperatura massima del ciclo;
2. surriscaldamenti ripetuti;
3. aumento della pressione massima del ciclo;
4. diminuzione della pressione minima del ciclo;
5. rigenerazione termodinamica.

Questi metodi, analizzati e discussi in dettaglio nel seguito, trovano piena giustificazione nelle precedenti considerazioni; ove possibile si applicano tutti quanti insieme e non sono alternativi tra loro.

### 1. Aumento della temperatura massima del ciclo

Si aumenta la temperatura massima del ciclo mantenendo costanti, ai fini dell'analisi termodinamica, la pressione minima (e quindi la temperatura minima) e la pressione massima. L'effetto dell'aumento della temperatura massima del ciclo è mostrato nella figura 3.2.3, da cui si evince quanto segue:

- Il rendimento del ciclo III aumenta perché aumenta la sua temperatura massima (e quindi la temperatura media della sorgente superiore);
- Il peso del ciclo III aumenta perché aumenta la quantità di calore fornita dall'esterno in ragione dell'aumento di temperatura e di conseguenza aumenta, in eguale misura, la quantità di calore complessivamente ceduta all'intero ciclo; infatti, se con riferimento all'equazione (3.2.4) si considera il peso del ciclo III, si osserva che aggiungendo a numeratore e a denominatore la stessa quantità di calore introdotta in aggiunta per aumentare la temperatura, il valore della frazione aumenta.
- I cicli I e II rimangono inalterati, quindi rimangono inalterati i loro rendimenti, mentre il peso di ciascuno di essi diminuisce; infatti, sempre con riferimento all'equazione (3.2.4), i termini  $q_1^I$  e  $q_1^{II}$ , a numeratore dei rispettivi pesi, rimangono costanti (poiché aumenta solo  $q_1^{III}$ ), mentre aumenta il termine  $q_1$  a denominatore.
- In sostanza, tutto avviene come se si aggiungesse un ulteriore ciclo parziale (ciclo IV) a temperatura media maggiore della temperatura massima del ciclo III, quindi con rendimento maggiore.

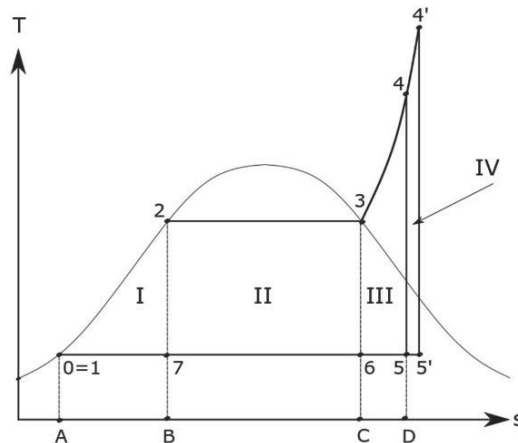


Figura 3.2.3. Effetto dell'aumento della temperatura massima del ciclo.

Nel complesso, si ha un aumento del rendimento del ciclo III a più alto rendimento e del suo peso, mentre diminuiscono i pesi dei cicli I e II a

più basso rendimento, rimanendo però inalterati i loro rendimenti. In altri termini, come detto, è come se si aggiungesse un ulteriore ciclo IV a rendimento ancora maggiore. L'effetto totale dell'aumento della temperatura massima del ciclo è, in definitiva, un aumento del rendimento globale.

L'aumento della temperatura massima del ciclo comporta anche altri benefici, specificamente:

- aumento del lavoro utile specifico perché aumentando la temperatura massima del vapore aumenta la sua entalpia e, quindi, il salto entalpico in turbina; questo beneficio si rileva graficamente dall'aumento dell'area del ciclo rappresentato sul piano  $T-s$  in figura 3.2.3;
- aumento del titolo del vapore allo scarico della turbina che determina l'aumento del rendimento della turbina in conseguenza alla diminuzione dell'umidità.

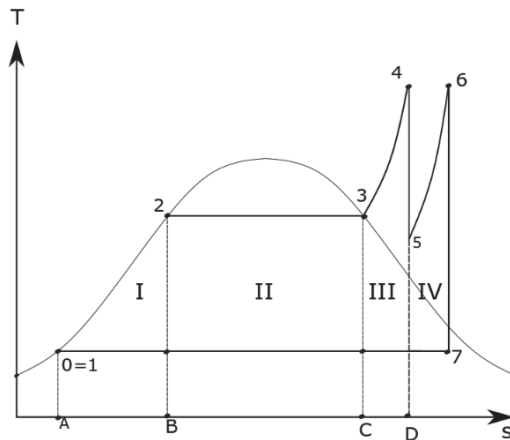
Negli impianti a vapore subcritici convenzionali di grande potenza, in esercizio nella maggior parte delle centrali termoelettriche in Italia e nel mondo, la temperatura massima del ciclo è generalmente di 540 °C a causa di limiti di ordine tecnologico ed economico concernenti essenzialmente i materiali utilizzati per i surriscaldatori, per i condotti di adduzione del vapore e per le palettature della turbina di alta pressione (acciai al carbonio o debolmente legati). L'aumento della temperatura massima oltre il limite suindicato comporta l'impiego di materiali più pregiati (acciai fortemente legati e leghe speciali) e più costosi. In realtà, gli impianti a vapore di più moderna concezione (gli impianti supercritici, SC, e ultra-supercritici, USC), caratterizzati da pressioni massime di esercizio dell'ordine di 300÷350 bar, molto maggiori della temperatura del punto critico dell'acqua<sup>6</sup>, operano a temperature più elevate, dell'ordine di 600÷620 °C e oltre.

## **2. Surriscaldamenti ripetuti**

Il metodo consiste nel realizzare più surriscaldamenti ripetuti dopo una parziale espansione, in modo da sopperire ai vincoli tecnologici che limitano l'aumento della temperatura, mantenendo ancora una volta costanti, ai fini dell'analisi termodinamica, la pressione minima (e quindi la temperatura minima) e la pressione massima. Generalmente, ed è la norma negli impianti subcritici, si effettuano due surriscaldamenti (un surriscaldamento e un risurriscaldamento), mentre nel caso dei più moderni impianti USC si realizzano, talvolta, tre surriscaldamenti (un surriscaldamento e due risurriscaldamenti). L'effetto dei surriscaldamenti ripetuti è mostrato nella figura 3.2.4, da cui si evince quanto segue:

---

<sup>6</sup> La pressione e la temperatura critica dell'acqua sono rispettivamente uguali a e 220,64 bar e 373, 946 °C (647,096 K).



**Figura 3.2.4.** Effetto dei surriscaldamenti ripetuti.

- A partire dalle condizioni del punto 4 (temperatura e pressione massime del ciclo), il vapore subisce una prima espansione nella turbina di alta pressione, con un rapporto di espansione dell'ordine di  $4 \div 5$  (pressione di fine espansione dell'ordine di  $\frac{1}{5} \div \frac{1}{4}$  della pressione massima iniziale). Quindi ritorna al generatore di vapore dove viene nuovamente surriscaldato, di norma fino alla stessa temperatura massima del vapore surriscaldato, per poi proseguire l'espansione nelle turbine di media e bassa pressione<sup>7</sup>.
- Il punto 5 alla fine dell'espansione nella turbina di alta pressione (all'inizio del risurriscaldamento) si trova sempre nella regione del vapore surriscaldato (la curva di espansione della turbina di alta pressione non attraversa mai la curva di saturazione); la temperatura del vapore in questo punto (punto 5) può essere maggiore o minore della temperatura iniziale del primo surriscaldamento (punto 3), in ragione della pressione del risurriscaldamento (alla fine dell'espansione nella turbina di alta pressione).
- La presenza del risurriscaldamento porta a suddividere il ciclo complessivo in 4 cicli parziali. Il ciclo IV, determinato dalla presenza del risurriscaldamento, ha caratteristiche molto simili a quelle del ciclo III e differisce da questo solo in ragione della temperatura iniziale del risurriscaldamento (punto 5) rispetto alla temperatura iniziale del surriscaldamento (punto 3), giacché la temperatura finale dei due cicli parziali è, di norma, la stessa.
- I cicli I, II e III rimangono inalterati, quindi rimangono inalterati

<sup>7</sup> Di norma le turbine di grande potenza sono costituite da più sezioni, di alta, media e bassa pressione, calettate sullo stesso albero.

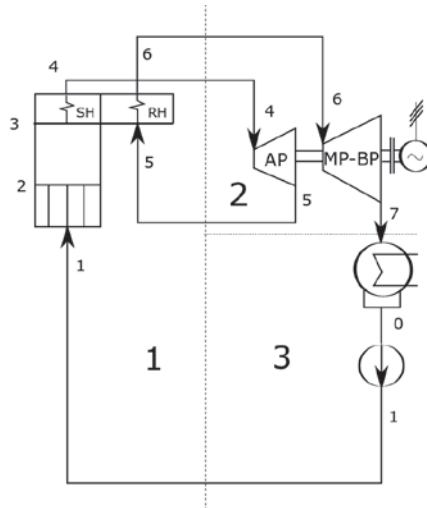
i loro rendimenti, mentre il peso di ciascuno di essi diminuisce in quanto il calore fornito dall'esterno a ciascuno di essi non cambia mentre aumenta il calore complessivamente fornito all'intero ciclo per l'aggiunta del ciclo IV.

Nel complesso, L'aggiunta del ciclo IV, equiparabile al ciclo III, determina un aumento del peso dei cicli a rendimento maggiore, a scapito del peso dei cicli a rendimento minore. L'effetto totale dell'aumento del numero di surriscaldamenti è, anche in questo caso, un sensibile aumento del rendimento globale.

Anche in questo caso, si hanno gli stessi ulteriori benefici determinati dall'aumento della temperatura massima del ciclo, specificamente:

- aumento del lavoro utile specifico, perché riportando il vapore ad alta temperatura durante la sua espansione se ne aumenta l'entalpia e, quindi, il salto entalpico complessivo in turbina; questo beneficio, si rileva graficamente dall'aumento dell'area del ciclo, corrispondente all'area del ciclo IV, rappresentato sul piano  $T-s$  in figura 3.2.4;
- aumento del titolo del vapore allo scarico della turbina rispetto al caso di un solo surriscaldamento, con conseguente aumento del rendimento della turbina.

Come detto, negli impianti a vapore subcritici e nella maggior parte degli impianti a vapore supercritici o ultra-supercritici, si eseguono due soli surriscaldamenti principalmente per motivi di ingombro e di complessità impiantistica, e quindi di costi. La maggiore complessità impiantistica, in particolare, è evidenziata dalla figura 3.2.5, che illustra lo schema semplificato di un impianto a vapore con due surriscaldamenti del vapore.



**Figura 3.2.5.** Impianto a vapore con doppio surriscaldamento del vapore.



Le zone rappresentate in figura come 2 e 3 contengono tutte le macchine e i componenti del ciclo che nell'impianto sono fisicamente situati in sala macchine.

La sala macchine è un edificio chiuso, generalmente strutturato in due piani: nel piano inferiore trovano alloggio condensatore, pompe di estrazione del condensato e di alimento, scambiatori di calore rigenerativi e altri sistemi ausiliari e accessori (dissalatori, impianto di demineralizzazione dell'acqua di reintegro, ecc.), mentre nel piano superiore è installato il gruppo turbina-alternatore con relativi ausiliari.

La zona indicata nella figura come zona 1 è all'esterno e include il generatore di vapore con relativi sistemi ausiliari e accessori, tra cui, in particolare, gli impianti di abbattimento degli inquinanti. Il generatore di vapore è una struttura di notevoli dimensioni, che negli impianti di grande potenza può avere lati di oltre 30x50 m e altezza di oltre 50 m (si immagini un edificio di 15-20 piani). L'adozione di due surriscaldamenti, come indicato nella figura 3.2.5, comporta il collegamento tra generatore di vapore e sala macchine mediante 4 linee di tubazioni:

1. l'acqua di alimento alla pressione massima inviata dalla pompa di alimento al generatore di vapore;
2. il vapore surriscaldato alla pressione massima inviato dal generatore di vapore alla turbina di alta pressione;
3. il vapore alla pressione intermedia scaricato dalla turbina di alta pressione e inviato al generatore di vapore per il risurriscaldamento;
4. il vapore risurriscaldato alla pressione intermedia inviato dal generatore di vapore alla turbina di media pressione.

Queste linee, che possono avere lunghezza notevole (dell'ordine anche del centinaio di metri), sono fortemente sollecitate meccanicamente e termicamente per via delle alte pressioni e temperature dei fluidi che trasportano. Ciò in particolare, per quanto riguarda il vapore surriscaldato e il vapore risurriscaldato diretti in turbina; infatti, sebbene il vapore risurriscaldato sia caratterizzato da pressioni inferiori rispetto al vapore surriscaldato (in rapporto  $0,2 \div 0,25$ , come già osservato), il maggiore volume specifico, pressoché inversamente proporzionale alla pressione, comporta una maggiore sezione, e quindi un maggiore diametro, delle tubazioni. Introdurre un ulteriore surriscaldamento del vapore comporterebbe, oltre che una maggiore complessità del generatore di vapore, l'introduzione di altre due linee di trasmissione, in andata e ritorno, di vapore caratterizzato da pressioni ancora minori e, quindi da volumi specifici maggiori, con una incidenza maggiore sul diametro delle tubazioni.

### 3. Aumento della pressione massima del ciclo

Si aumenta la pressione massima del ciclo mantenendo costanti, ai fini dell'analisi termodinamica, la pressione minima (e quindi la temperatura minima) e la temperatura massima. Si considera inoltre un solo surriscaldamento del vapore. L'effetto dell'aumento della pressione massima del ciclo è mostrato nella figura 3.2.6, da cui si evince quanto segue:

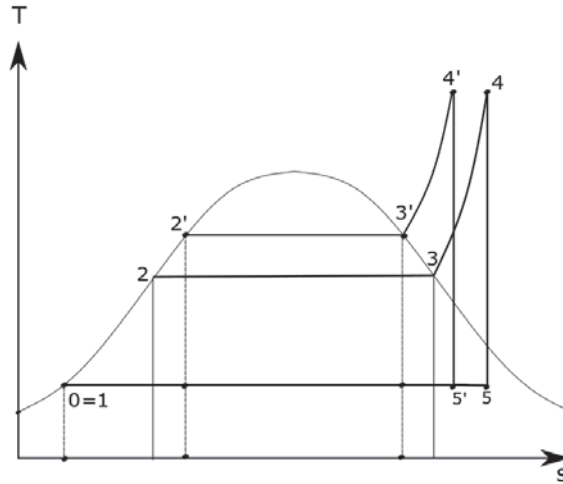


Figura 3.2.6. Effetto dell'aumento della pressione massima del ciclo.

- Il rendimento del ciclo I aumenta perché aumenta la temperatura finale del preriscaldamento e, quindi, la temperatura media di trasferimento di calore  $q_1^I$  al ciclo. Per questa ragione aumenta anche la quantità di calore  $q_1^I$  entrante nel ciclo I.
- Il rendimento del ciclo II aumenta perché aumenta la temperatura massima del ciclo (di Carnot). La quantità di calore di vaporizzazione  $q_1^{II}$  diminuisce perché il calore di vaporizzazione diminuisce all'aumentare della pressione, annullandosi al punto critico<sup>8</sup>.
- Il rendimento del ciclo III aumenta perché aumenta la temperatura massima di inizio surriscaldamento del vapore e, quindi, la temperatura media del trasferimento di calore  $q_1^{III}$  al ciclo. La quantità di calore  $q_1^{III}$  fornito dall'esterno diminuisce perché la fase di surriscaldamento inizia a temperatura più alta.

Supponendo, in prima istanza, che il calore totale  $q_1$  complessivamente fornito al ciclo rimanga costante al variare della pressione massima, il peso del ciclo I a più basso rendimento aumenta mentre il peso di entrambi i cicli II e III diminuisce.

<sup>8</sup> Ciò è sancito, analiticamente, dall'equazione di Clapeyron.

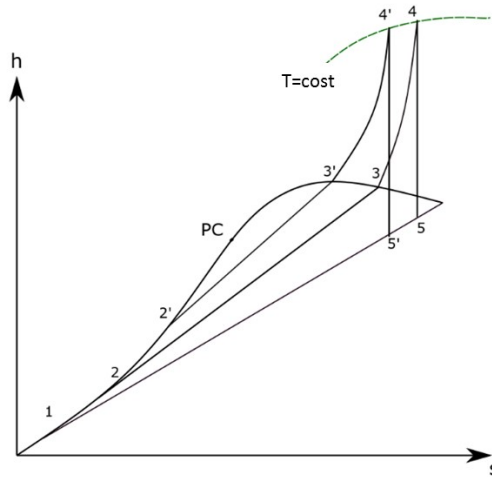
In sintesi, l'aumento della pressione massima del ciclo determina un aumento del rendimento di tutti i cicli parziali, ma allo stesso tempo aumenta il peso del ciclo a minore rendimento mentre diminuisce il peso dei cicli con rendimenti maggiore e intermedio. Non è pertanto possibile dedurre, con la sola osservazione dell'evoluzione del ciclo sul piano  $T-s$  rappresentata nella figura 3.2.6, quale sia l'effetto complessivo della pressione massima del ciclo sul suo rendimento.

In realtà, all'aumentare della pressione massima del ciclo la quantità di calore  $q_1$  non rimane costante ma, invece, diminuisce. Infatti, dall'esame del ciclo sul piano  $h-s$  mostrato nella figura 3.2.7 si evince che a causa dell'andamento crescente delle isoterme nella regione del vapore, ove si ha comportamento volumetrico di gas reale, l'entalpia del vapore diminuisce all'aumentare della pressione a parità di temperatura massima, mentre l'entalpia del punto iniziale della fase di riscaldamento (punto 1) rimane pressoché inalterata essendo la temperatura del liquido poco influenzata dall'aumento di pressione. Di conseguenza si ha:

$$q_1 = h_4 - h_1$$

$$q'_1 = h_{4'} - h_1$$

$$q'_1 < q_1$$

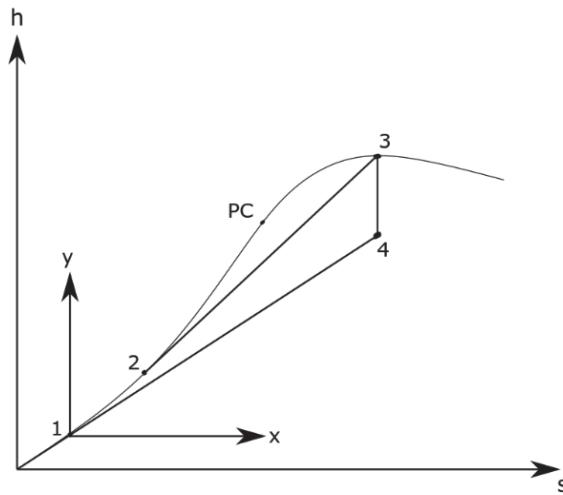


**Figura 3.2.7.** Variazione dello stato del vapore surriscaldato all'aumentare della pressione a temperatura costante.

Per valutare l'effetto della pressione massima sul rendimento del ciclo occorre pertanto procedere per altra via ricorrendo a valutazioni anali-

tiche più specifiche. Questa analisi può essere condotta in modo estremamente semplice per il ciclo di Rankine (a vapore saturo) facendo riferimento al piano  $h-s$  indicato nella figura 3.2.8, ove si trascuri il lavoro di compressione in fase liquida. Aumentando la pressione il punto 3 si sposta a sinistra verso il punto critico.

Sempre con riferimento alla figura 3.2.8, si consideri un piano cartesiano ausiliario  $y-x$ , ad assi traslati rispetto al piano  $h-s$ , con origine nel punto 1. Il ricorso al piano ausiliario  $y-x$  consente di valutare in modo semplice e rapido le condizioni per cui si ottengono i valori massimi della quantità di calore  $q_1$  fornita dall'esterno, del lavoro utile  $l_u$  e del rendimento del ciclo  $\eta$ .



**Figura 3.2.8.** Piani  $h-s$  naturale e  $y-x$  ausiliario per la valutazione degli effetti della pressione massima sul rendimento del ciclo di Rankine.

Condizioni di massimo calore entrante nel ciclo

Nei due piani  $h-s$  e  $y-x$ , il  $q_1$  è dato dalle relazioni:

$$q_1 = h_3 - h_1 = y_3 - y_1 = y_3(x_3) \quad (3.2.6)$$

dove  $x_3$  e  $y_3$  sono l'ascissa e l'ordinata del punto 3 che si muove sulla curva di saturazione del vapore (curva limite superiore). Per determinare il massimo della funzione  $y_3(x_3)$ , ovvero il massimo di  $q_1$ , si uguaglia a zero la sua derivata:

$$\frac{dq_1}{dx} = y'_3 = 0 \quad (3.2.7)$$

Quindi il massimo calore entrante  $q_1$  si ha quando il punto 3 si trova nel punto in cui la tangente alla curva di saturazione è orizzontale. Indipendentemente da tutti gli altri parametri del ciclo questa condizione si ha intorno a valori di pressione e temperatura di circa 30 bar e 235 °C rispettivamente.

Condizioni di massimo lavoro utile

Procedendo analogamente:

$$l_u = h_3 - h_4 = y_3 - y_4 = y_3 - tg(\alpha_{p_{min}}) \cdot x_4 \quad (3.2.8)$$

essendo  $tg(\alpha_{p_{min}})$  il coefficiente angolare del segmento di retta corrispondente all'isotermobarica a pressione (temperatura) minima. D'altra parte, per la seconda equazione di Gibbs:

$$tg(\alpha_{p_{min}}) = \frac{dh}{ds} = T_{min} \quad (3.2.9)$$

per cui, considerando che  $x_4 = x_3$ :

$$l_u = y_3 - T_{min} \cdot x_3 \quad (3.2.10)$$

Derivando e uguagliando a zero:

$$\frac{dl_u}{dx} = y'_3 - T_{min} = 0 \quad (3.2.11)$$

da cui:

$$y'_3 = T_{min} \quad (3.2.12)$$

Quindi il massimo lavoro utile  $l_u$  si ha quando il punto 3 si trova nel punto in cui la tangente alla curva di saturazione è uguale alla temperatura minima  $T_{min} = tg(\alpha)$ , quindi quando la tangente alla curva di saturazione è parallela all'isotermobarica 1-4. Diversamente dal caso precedente, questa condizione dipende dal valore della pressione minima (da cui dipende il valore della temperatura minima): per  $p_{min} = 0,05 \text{ bar}$  (5 kPa), ad esempio, essa si verifica intorno a valori di pressione e temperatura di circa 125 bar e 325 °C rispettivamente.

Si sottolinea che questa condizione è interessante perché operare in condizioni di massimo lavoro utile, per un prefissato valore della potenza, significa operare con la minima portata di fluido motore e, quindi, minimizzare le dimensioni dell'impianto.

### Condizioni di massimo rendimento

Procedendo analogamente ai casi precedenti:

$$\eta = \frac{l_u}{q_1} = \frac{y_3 - T_{min} \cdot x_3}{y_3} = 1 - T_{min} \frac{x_3}{y_3} \quad (3.2.13)$$

Derivando e uguagliando a zero:

$$\frac{d\eta}{dx} = -T_{min} \frac{y_3 - x_3 \cdot y_3'}{y_3^2} = 0 \quad (3.2.14)$$

da cui:

$$y_3' = \frac{y_3}{x_3} \quad (3.2.15)$$

L'equazione (3.2.15) è l'equazione di una retta ( $y_3 = y_3' \cdot x_3$ ) passante per l'origine degli assi x-y, quindi il massimo rendimento  $\eta$  si ha quando il punto 3 si trova nel punto in cui la tangente alla curva di saturazione passa per l'origine degli assi. Anche questa condizione dipende dal valore della pressione minima: per  $p_{min} = 0,05 \text{ bar}$ , ad esempio, essa si verifica intorno a valori di pressione e temperatura di circa 186 bar e 360 °C, prossime a quelle del punto critico (220,64 bar e 373, 946 °C).

All'aumentare della pressione, però, il titolo allo scarico diminuisce sensibilmente e pressioni così elevate non sono tollerabili in un ciclo di Rankine; pertanto, si può affermare che il rendimento aumenta all'aumentare nella pressione, dovendo necessariamente operare a pressioni sensibilmente inferiori a quella di massimo rendimento.

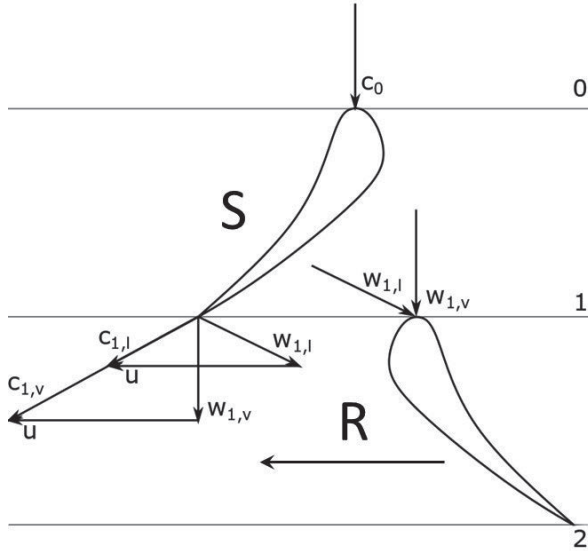
Considerazioni simili possono essere sviluppate per il ciclo di Hirn, ma con una maggiore complessità di trattazione teorica, essendo presente un ulteriore grado di libertà, poiché in questo caso pressione e temperatura massime sono indipendenti. Si perviene così a risultati analoghi, nel senso che il rendimento presenta anche in questo caso un massimo che però si ottiene per pressioni maggiori di quella critica; pertanto, anche nel caso del ciclo di Hirn si può affermare che negli impianti subcritici il rendimento aumenta all'aumentare della pressione, dovendo necessariamente operare a pressioni inferiori a quella critica.

### Considerazioni sul titolo allo scarico

Nei punti precedenti si è fatto ripetutamente riferimento al problema del titolo allo scarico affermando che un basso valore del titolo è causa di perdite fluidodinamiche e di erosione meccanica delle palettature.

Si consideri, per approfondire il problema, la figura 3.2.9, che mostra una schematizzazione, ad esempio, di una sezione circonferenziale del-

le palette statorica e rotorica dell'ultimo stadio di una turbina di bassa pressione, dove si ha formazione di vapore umido.



**Figura 3.2.9.** Flusso all'ingresso del rotore di uno stadio di turbina di bassa pressione in presenza di fase liquida all'uscita dello statore.

Tenendo presente che nello statore (sezioni 0-1) non si ha scambio di lavoro con l'esterno (trattandosi di un organo fisso), che l'espansione del fluido è praticamente adiabatica e che non si hanno variazioni di energia potenziale gravitazionale, integrando tra le condizioni di ingresso e di uscita la forma differenziale dell'equazione dell'energia in termini meccanici, si ha:

$$c \, dc + g \, dz + dh = \delta q - \delta l \quad (3.2.16)$$

$$\frac{c_1^2 - c_0^2}{2} = h_0 - h_1 \quad (3.2.17)$$

da cui:

$$c_{1,v} = \sqrt{2(h_0 - h_{1,v}) + c_0^2} \quad (3.2.18)$$

dove  $c_{1,v}$  e  $h_{1,v}$  rappresentano la velocità e l'entalpia statica della fase vapore all'uscita dello statore. Per la fase liquida, costituita da una dif-

fusione di particelle liquide di piccole dimensioni, si ottiene una espressione analoga ma poiché l'entalpia del liquido non varia apprezzabilmente al variare della pressione durante l'espansione si ha:

$$h_{1,l} \cong h_0 \quad (3.2.19)$$

per cui<sup>9</sup>:

$$c_{1,l} < c_{1,v} \quad (3.2.20)$$

Pertanto, come evidenziato dalla figura 3.2.9, all'uscita dello statore la velocità relativa della fase liquida  $w_{1,l}$  non è congruente con le palettature rotoriche a valle, come quella della fase vapore  $w_{1,v}$ , ma è diretta contro l'estradosso della palettatura, cosicché il moto delle particelle di liquido oppone resistenza al rotore, introducendo perdite fluidodinamiche che determinano una diminuzione del rendimento della macchina. Sperimentalmente si è notato che il rendimento diminuisce di circa un punto percentuale per ogni punto di diminuzione del titolo. Le particelle di fase liquida, inoltre, urtando la palettatura rotorica ad alta velocità (come mostra la figura 3.2.9 la velocità relativa è elevata per effetto della velocità di trascinamento) inducono una progressiva erosione. Per questo motivo, il bordo di ingresso della palettatura viene solitamente rivestito, sul lato dell'estradosso, con un riporto di materiale ad alta resistenza meccanica all'usura e all'erosione per urti (ad esempio stellite, una superlega a base di cobalto e cromo). Per quanto sopra si considerano accettabili, di norma, valori del titolo non inferiori a 0,85.

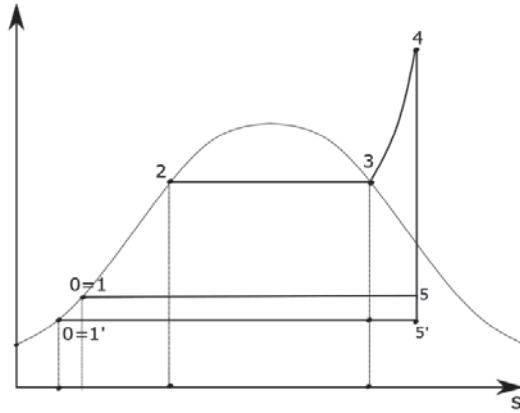
#### 4. Diminuzione della pressione minima del ciclo

Si diminuisce la pressione massima del ciclo mantenendo costanti, ai fini dell'analisi termodinamica, la pressione massima e la temperatura massima. Si considera inoltre un solo surriscaldamento del vapore. Al diminuire della pressione minima diminuisce la temperatura minima ad essa correlata, vigendo alla pressione minima condizioni di saturazione. L'effetto sul ciclo termodinamico è mostrato nella figura 3.2.10, da cui si evince quanto segue.

---

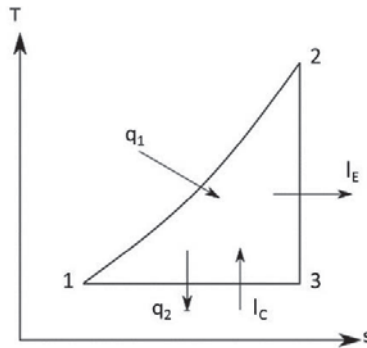
<sup>9</sup> In realtà la fase liquida aumenta la sua velocità a causa degli scambi di quantità di moto con la fase vapore, per cui la sua velocità a fine espansione  $c_{1,l}$  è comunque sensibilmente maggiore della velocità iniziale  $c_0$ .





**Figura 3.2.10.** Effetto della diminuzione della pressione minima del ciclo.

Al diminuire della temperatura minima del ciclo, i rendimenti dei cicli II e III aumentano poiché nulla cambia alla sorgente termica superiore. Per quanto riguarda invece il ciclo I, si ha un contemporaneo aumento del calore  $q_1^I$  fornito dall'esterno, poiché il processo di riscaldamento dell'acqua inizia a partire da una temperatura inferiore, e del lavoro utile  $l_w^I$  come è facile anche rilevare dalla variazione delle aree corrispondenti nel piano  $T$ - $s$  in figura 3.2.10. Il contemporaneo aumento di  $q_1^I$  e di  $l_w^I$  non consente di stabilire, a priori, il segno della variazione del rendimento  $\eta^I$ . Si può però dimostrare che esso aumenta al diminuire della temperatura minima approssimando tale ciclo con il ciclo di Lorentz illustrato nella figura 3.2.11.



**Figura 3.2.11.** Ciclo di Lorentz equivalente al ciclo I.

Il ciclo di Lorentz, riferito al gas perfetto, è costituito da una trasformazione isobara di riscaldamento (1-2), una trasformazione isoentropica di espansione (2-3) e una trasformazione isoterma di compressione e di ces-

sione di calore all'esterno (3-1). Nel caso specifico esso approssima il ciclo I con ottima approssimazione considerando l'isobara di riscaldamento (1-2) aderente alla curva limite inferiore (lavoro di compressione trascurabile) e la trasformazione (3-1) di sola cessione di calore all'esterno.

Le quantità di calore  $q_1$  e  $q_2$  scambiate con l'esterno possono essere espresse mediante le relazioni:

$$q_1 = \int_1^2 T ds = T_{med} \cdot (s_2 - s_1) \quad (3.2.21)$$

$$|q_2| = \left| \int_3^1 T ds \right| = T_1 \cdot (s_3 - s_1) = T_1 \cdot (s_2 - s_1) \quad (3.2.22)$$

essendo  $T_{med}$  una opportuna temperatura media della sorgente termica superiore tra le temperature  $T_1$  e  $T_2^{10}$ . Il rendimento del ciclo di Lorentz risulta quindi:

$$\eta = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{T_1}{T_{med}} \quad (3.2.23)$$

Diminuendo la temperatura minima  $T_1$  diminuisce anche la temperatura media  $T_{med}$  per cui, variando la temperatura minima rispetto a un valore di riferimento  $T_1$  si può porre:

$$\eta = 1 - \frac{T_1 - \Delta T_1}{T_{med} - \Delta T_{med}} \quad (3.2.24)$$

ove  $\Delta T_1 > 0$  denota una diminuzione della temperatura della sorgente termica inferiore. Se  $\Delta T_{med}$  fosse uguale a  $\Delta T_1$  la frazione a secondo membro dell'equazione (3.2.24) diminuirebbe, poiché si sottrae a numeratore e a denominatore la stessa quantità positiva, e quindi il rendimento aumenterebbe di conseguenza. In realtà,  $\Delta T_{med} < \Delta T_1$  poiché la temperatura media  $T_{med}$  diminuisce meno della temperatura  $T_1^{11}$ ,

<sup>10</sup> In realtà, per definizione è proprio  $T_{med} = \frac{\int_1^2 T ds}{(s_2 - s_1)}$ .

<sup>11</sup> La temperatura media può essere considerata equivalente ad una generica media pesata tra le temperature  $T_1$  e  $T_2$  secondo la relazione:

$$T_{med} = X_1 \cdot T_1 + X_2 \cdot T_2$$

essendo  $X_1$  e  $X_2$ , con  $X_1 + X_2 = 1$ , due pesi che, opportunamente bilanciati, possono simulare qualunque tipo di media; per  $X_1 = X_2 = 0,5$  si ricade nella media aritmetica. Posto  $T_1 < T_2$ , supponendo di diminuire il valore di  $T_1$  di una quantità  $\Delta T_1 > 0$ , cui corrisponde una diminuzione  $\Delta T_{med}$  della temperatura media  $T_{med}$ , si può scrivere:

$$T_{med} - \Delta T_{med} = X_1 \cdot (T_1 - \Delta T_1) + X_2 \cdot T_2 = (X_1 \cdot T_1 + X_2 \cdot T_2) - X_1 \cdot \Delta T_1$$

da cui:

$$\Delta T_{med} = X_1 \cdot \Delta T_1$$

Essendo  $X_1 < 1$  risulta quindi  $\Delta T_{med} < \Delta T_1$ .

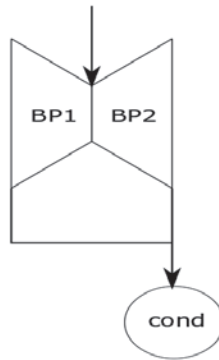
quindi la frazione a secondo membro dell'equazione (3.2.24) diminuisce a maggior ragione, e a maggior ragione aumenta il rendimento del ciclo.

In definitiva, la diminuzione della temperatura minima del ciclo determina un aumento del rendimento di tutti i cicli parziali. Per quanto sopra, inoltre, il calore  $q_1$  complessivamente fornito dall'esterno aumenta, poiché il processo di riscaldamento dell'acqua inizia a partire da una temperatura inferiore; inoltre, poiché le quantità di calore  $q_1^{II}$  e  $q_1^{III}$  entranti nei cicli parziali II e III rimangono inalterate il loro peso diminuisce, mentre aumenta di conseguenza il peso del ciclo I. Tuttavia, l'effetto di variazione dei pesi è molto limitato per cui l'aumento del rendimento di tutti i cicli parziali, ancorché con un lieve aumento del peso del ciclo a minore rendimento, determina un sensibile aumento del rendimento complessivo.

Si ha inoltre un aumento del lavoro utile di tutti i cicli parziali, come risulta evidente dall'aumento della loro area nel piano  $T$ - $s$ , pertanto aumenta il lavoro utile complessivo dell'intero ciclo. L'aumento di lavoro specifico utile è notevole poiché esso dipende dal volume specifico del vapore ( $l = -\int v dp$  in sede limite) che aumenta in modo pressoché inversamente proporzionale alla diminuzione della pressione. Si evidenzia, ad esempio, che l'ultimo stadio della turbina di bassa pressione può da solo produrre anche il 10% del lavoro totale.

Proprio per questo motivo, per consentire la massima espansione del vapore nella turbina di bassa pressione, allo scarico è situato il condensatore in cui vige una pressione di 0,05 bar (quasi il vuoto assoluto), a cui corrisponde una temperatura di saturazione di circa 33 °C.

Solitamente, la turbina di bassa pressione è una turbina a doppio flusso, schematizzata come indicato nella figura 3.2.12 che segue. Si tratta, in pratica, di due turbine a flussi contrapposti congiunte in parallelo al fine di raddoppiare la sezione di passaggio e di favorire lo smaltimento delle grandi portate volumetriche che si hanno a causa della bassa densità del vapore a fine espansione. La realizzazione secondo lo schema a doppio flusso favorisce inoltre il bilanciamento delle spinte assiali dovute alle differenze di pressione tra le sezioni di ingresso e di uscita.

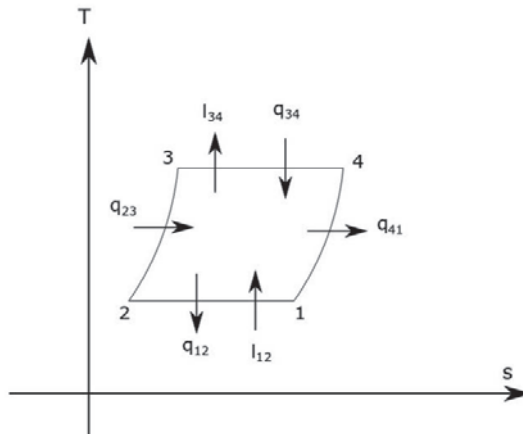


**Figura 3.2.12.** Schema di turbina a doppio flusso.

### 5. *Rigenerazione termodinamica*

In termini generali, la rigenerazione termodinamica consiste nel riutilizzare nel ciclo termodinamico parte dell'energia termica non trasformata in lavoro. Essa consiste cioè in un parziale riciclo, con beneficio per il rendimento, della frazione di calore non utilizzata.

Ai fini di un'analisi preliminare a livello concettuale, si consideri il ciclo illustrato nella figura 3.2.13, costituito da due trasformazioni isoterme e due "isodiabatiche" (trasformazioni laterali 2-3 e 4-1), cioè due trasformazioni generiche ottenute nel piano  $T$ - $s$  per traslazione orizzontale l'una rispetto all'altra. Esse sottendono, per definizione, la stessa area e sono caratterizzate da uno scambio di calore identico per quantità e qualità. Sono trasformazioni isodiabatiche, ad esempio, le isobare, le isocore e le isoentropiche (in questo caso lo scambio di calore è nullo).



**Figura 3.2.13.** Rappresentazione degli scambi energetici di un ciclo costituito da due trasformazioni isoterme e da due trasformazioni isodiabatiche.

In relazione al tipo delle trasformazioni isodiabatiche, il ciclo potrebbe essere:

- ciclo di Stirling: 2 isoterme e 2 isocore;
- ciclo di Ericsson: 2 isoterme e 2 isobare;
- ciclo Carnot: 2 isoterme e 2 isoentropiche.

Si faccia riferimento, ad esempio, ad un ciclo di Ericsson e si supponga, per semplicità, che il fluido operativo sia un gas perfetto. L'analisi del ciclo evidenzia quanto segue:

trasformazione 1 – 2 compressione isoterma:  $dh = 0$ , quindi  $\delta q = \delta l$ ,  $q_{12} = l_{12}$ ; si fornisce il lavoro di compressione  $l_{12}$  dall'esterno e per fare in modo che questo non generi un aumento di temperatura del sistema si sottrae il calore  $q_{12}$ .

trasformazione 2 – 3 riscaldamento isobaro: il fluido viene riscaldato fornendo il calore  $q_{23}$ .

trasformazione 3 – 4 espansione isoterma:  $dh = 0$ , quindi  $\delta q = \delta l$ ,  $q_{34} = l_{34}$ ; il sistema produce il lavoro di espansione  $l_{34}$  e per fare in modo che questo non generi una diminuzione della temperatura del sistema si fornisce il calore  $q_{34}$ .

trasformazione 4 – 1 raffreddamento isobaro: il fluido viene raffreddato sottraendo il calore  $q_{41}$ .

Il rendimento del ciclo, espresso in forma indiretta, è dato dalla relazione:

$$\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_{12} + q_{41}}{q_{34} + q_{23}} \quad (3.2.25)$$

Essendo le trasformazioni 2-3 e 4-1 isodiabatiche è evidente che  $q_{41} = q_{23}$ . Si immagini ora che le quantità di calore  $q_{41}$  e  $q_{23}$  non vengano scambiate con l'esterno ma che, invece, la quantità di calore uscente  $q_{41}$  venga riciclata e utilizzata per riscaldare il fluido evolvente nel ciclo, al posto della quantità di calore  $q_{23}$ , mediante uno scambiatore di calore ideale (cioè con differenze di temperatura tra i due fluidi infinitesime). In questo modo il rendimento cambia, dato che le quantità di calore  $q_{41}$  e  $q_{23}$  non sono più scambiate con l'esterno, e si ha:

$$\eta_{rig} = 1 - \frac{q_{12}}{q_{34}} \quad (3.2.26)$$

Poiché le quantità  $q_{41}$  e  $q_{23}$  sono uguali ed essendo la frazione di calore non utilizzato a secondo membro dell'equazione (3.2.25) una frazione

propria, togliendo al numeratore e al denominatore la stessa quantità  $q_{41} = q_{23}$  la frazione diminuisce, quindi il rendimento del ciclo rigenerato è maggiore del rendimento del ciclo non rigenerato.

Generalizzando, qualunque ciclo rigenerato costituito da due isoterme e due isodiabatiche scambia calore con l'esterno solo lungo trasformazioni isoterme, pertanto si ha anche:

$$q_{12} = \int_1^2 T_{12} ds = T_{12} \cdot (s_2 - s_1) < 0 \quad (3.2.27)$$

$$|q_{12}| = T_{min} \cdot (s_1 - s_2)$$

$$q_{34} = \int_3^4 T_{34} ds = T_{34} \cdot (s_4 - s_3) > 0 \quad (3.2.28)$$

$$q_{34} = T_{max} \cdot (s_4 - s_3)$$

Essendo le trasformazioni isodiabatiche (le isobare si ottengono per traslazione orizzontale) sarà  $(s_1 - s_2) = (s_4 - s_3)$ , quindi:

$$\eta_{rig} = 1 - \frac{|q_{12}|}{q_{34}} = 1 - \frac{T_{min}(s_1 - s_2)}{T_{max}(s_4 - s_3)} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} \quad (3.2.29)$$

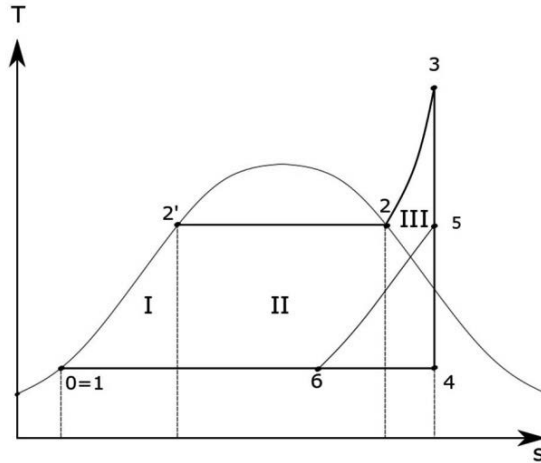
In sede limite, il rendimento di qualunque ciclo rigenerato costituito da due isoterme e due isodiabatiche coincide con il rendimento del ciclo di Carnot poiché, come detto, si ha scambio di calore con l'esterno solo lungo le trasformazioni isoterme.

Nel paragrafo che segue verranno descritti e discussi i criteri che si adottano in pratica, per effettuare la rigenerazione termodinamica dei cicli a vapore d'acqua.

### 3.3 Rigenerazione con spillamenti di vapore.

Con riferimento alla figura 3.3.1, l'obiettivo della rigenerazione del ciclo a vapore è quello di diminuire il peso del ciclo I a minore rendimento, eliminando, o riducendo quanto più possibile, la quantità di calore  $q_1^I$ . Teoricamente, ciò potrebbe essere effettuato realizzando una trasformazione 5-6 che sottrae calore del ciclo durante la fase di espansione per alimentare il ciclo I. In tal senso, le trasformazioni 5-6 e 1-2' si intendono isodiabatiche e sottendono perciò la stessa quantità di calore.

Il problema principale di questa soluzione concettuale è determinato dall'impossibilità pratica della sua realizzazione, oltre che da un titolo inaccettabile, perché troppo basso, a fine espansione.

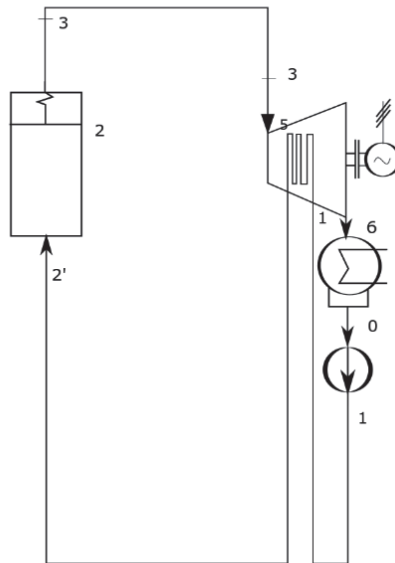


**Figura 3.3.1.** Rappresentazione schematica nel piano  $T$ - $s$  del processo di rigenerazione teorico del ciclo a vapore d'acqua.

In figura 3.3.2 è mostrato un ipotetico schema realizzativo dell'impianto basato sul ciclo rigenerato mostrato in figura 3.3.1. L'acqua di alimento uscente dalla pompa non viene preriscaldata nel generatore di vapore ma inviata in turbina e, ad esempio, fatta circolare in cavità realizzate all'interno delle palettature in modo da scambiare calore con il vapore che le lambisce dall'esterno.

Una soluzione di questo genere richiede che l'acqua di alimento scambi calore utilizzando le pale della turbina come superfici di scambio termico (come accade nella turbina a gas, dove viene inviata aria dal compressore per raffreddare le pale). Tale soluzione, tuttavia, risulta irrealizzabile perché richiederebbe superfici di scambio termico molto vaste all'interno della turbina e ciò è in contrasto con le caratteristiche di compattezza delle turbomacchine.

Nella realtà si estrae vapore da diversi punti in turbina e lo si invia in scambiatori di calore, che costituiscono la linea rigenerativa in cui viene scaldata l'acqua di alimento. Ad ogni estrazione, o spillamento, di vapore corrisponde un'apparecchiatura di scambio termico. Il vapore estratto, o spillato, dai diversi punti ha pressioni e temperature differenti.



**Figura 3.3.2.** Schema impiantistico concettuale conforme al processo rigenerativo teorico di cui in figura 3.3.1.

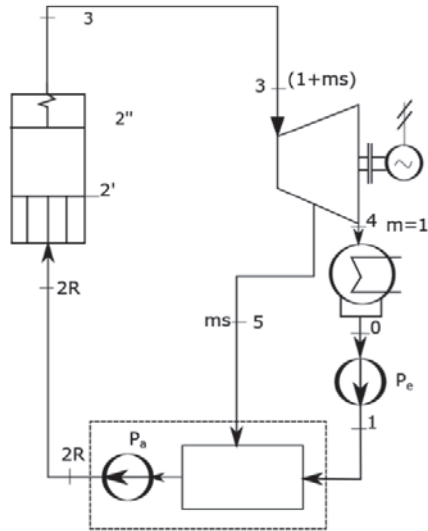
La figura 3.3.3 mostra lo schema semplificato di un impianto a vapore con 1 solo spillamento, mentre la figura 3.3.4 mostra il corrispondente ciclo termodinamico. L'unico scambiatore presente è in questo caso uno scambiatore a miscela in cui il vapore spillato dalla turbina condensa cedendo il calore di condensazione all'acqua di alimento<sup>12</sup>.

La pressione vigente nello scambiatore a miscela è uguale, a meno delle perdite di carico, a quella del vapore spillato in turbina. La pompa di estrazione porta il condensato dalla pressione vigente nel condensatore (pressione minima) a quella presente nello scambiatore a miscela. La pompa di alimento, posizionata di seguito allo scambiatore a miscela, porta l'acqua fino alla pressione massima del ciclo.

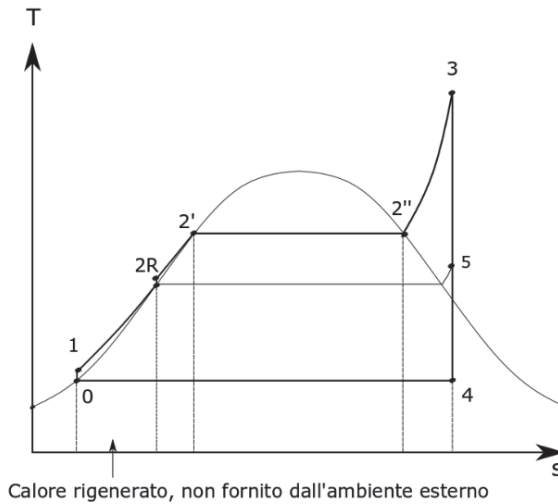
Facendo riferimento alla figura 3.3.4 è possibile notare come l'area sottesa dalla trasformazione 1-2R rappresenti il calore fornito mediante la rigenerazione e non dall'esterno. È altresì possibile notare come la parte finale del preriscaldamento dell'acqua di alimento, rappresentato dalla trasformazione 2R-2', debba essere comunque effettuata nel generatore di vapore fornendo quindi calore dall'esterno.

<sup>12</sup> Si vedrà nel seguito il motivo per cui, in questo caso, si ricorre ad uno scambiatore a miscela.





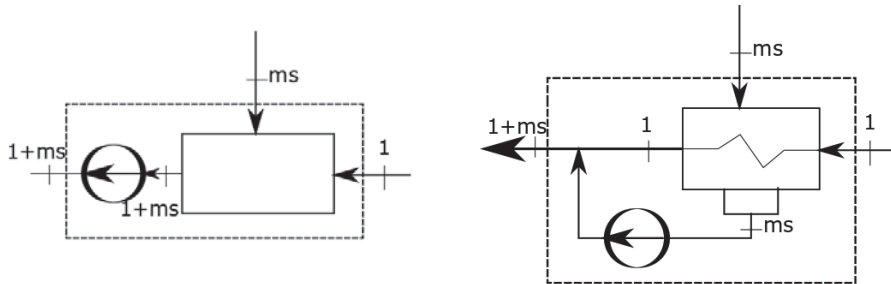
**Figura 3.3.3.** Soluzione impiantistica realizzata in pratica per effettuare la rigenerazione termodinamica del ciclo a vapore.



**Figura 3.3.4.** Ciclo termodinamico corrispondente alla soluzione impiantistica di cui in figura 3.3.3.

Se la linea rigenerativa è costituita da 1 solo scambiatore di calore (1 solo spillamento di vapore dalla turbina) questo è sempre uno scambiatore a miscela<sup>13</sup>. Se invece sono presenti più scambiatori rigenerativi (più spillamenti di vapore), uno di essi è sempre del tipo a miscela mentre gli altri sono scambiatori a superficie del tipo a “tubi e mantello”.

La figura 3.3.5 mostra gli schemi di due scambiatori rigenerativi a miscela e a superficie nella loro configurazione più generale.



**Figura 3.3.5.** Scambiatori rigenerativi a miscela (a sinistra), con pompa di alimento a valle, e a superficie (a destra), con pompa di ripresa del condensato.

Negli scambiatori a miscela i due fluidi (liquido e vapore) si mescolano, mentre negli scambiatori a superficie i due flussi sono separati da superfici fisiche di scambio termico attraverso le quali avviene il trasferimento di calore da un fluido all’altro. Come si evince dai flussi di materia al contorno del volume di controllo (linea tratteggiata), dal punto di vista dei bilanci di massa e di energia le due soluzioni sono perfettamente equivalenti, ma sono completamente differenti dal punto di vista costruttivo e funzionale. Infatti, lo scambiatore a miscela richiede una pompa di alimento a valle che agisce su tutta la massa d’acqua e vapore ( $1 + m_s$ ) mentre lo scambiatore a superficie può richiedere l’utilizzo di una pompa che agisce sul solo condensato ( $m_s$ ) del vapore. Di norma il liquido uscente dallo scambiatore a miscela si trova in condizioni di liquido saturo e all’interno dello scambiatore vigono condizioni di equilibrio bifase liquido-vapore.

Come detto, tutti gli impianti a vapore hanno uno scambiatore a miscela perché esso, oltre a partecipare al preriscaldamento rigenerativo dell’acqua di alimento svolge anche la fondamentale funzione di dega-

<sup>13</sup> Soluzione tipica di impianti di piccola potenza, generalmente fino a 15÷20 MW, come per esempio gli impianti di termovalorizzazione dei rifiuti e a biomasse.

samento dell'acqua di alimento. In alcune parti del ciclo in cui la pressione è minore di quella atmosferica (condensatore, tenute della turbina di bassa pressione) si hanno dei trafiletti di aria in ingresso al ciclo che si discioglie nel liquido. In seno al fluido evolvente vi sono perciò gas disciolti come ossigeno o anidride carbonica che rendono il fluido ossidante e corrosivo specie alle alte temperature vigenti nel generatore di vapore. Ulteriori gas disciolti nella fase liquida sono introdotti nel ciclo dall'acqua di reintegro. I gas disciolti vengono estratti in parte dal condensatore mediante opportuni estrattori denominati "eiettori"; ciò però non è sufficiente e i gas ancora presenti vengono ulteriormente estratti (non completamente) nello scambiatore rigenerativo a miscela, denominato perciò degasatore, mediante un processo di separazione spontanea che avviene a più alta temperatura in condizioni di saturazione, ed espulsi grazie alla pressione vigente nel suo interno, maggiore di quella atmosferica.

### **Valutazione dei benefici della rigenerazione in un impianto con 1 spillamento**

Nel seguito viene analizzato un impianto a vapore con un solo spillamento per mostrare, con riferimento ad una configurazione molto semplice, i benefici che derivano dall'introduzione della rigenerazione termodinamica. Allo scopo si fa riferimento agli schemi impiantistico e del ciclo termodinamico rappresentati nelle precedenti figure (3.3.3) e (3.3.4).

L'analisi viene effettuata attraverso il confronto in sede limite dei rendimenti dei cicli rigenerato e non. Si suppone unitaria la massa di vapore umido allo scarico della turbina e si indica con  $m_s$  la massa di vapore spillato; inoltre si trascurano per semplicità i lavori delle pompe.

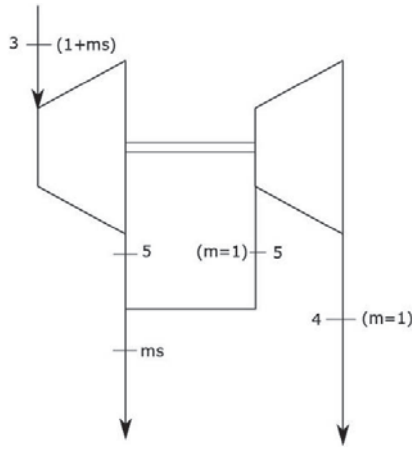
#### Rendimento del ciclo non rigenerato

Se non è presente la rigenerazione l'acqua di alimento entra nel generatore di vapore nelle condizioni del punto 1, pertanto il rendimento del ciclo non rigenerato sarà dato dalla relazione:

$$\eta = \frac{l_u}{q_1} = \frac{l_T}{q_1} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} \quad (3.3.1)$$

#### Rendimento del ciclo rigenerato

Per determinare il rendimento del ciclo rigenerato, si immagina che il lavoro della turbina sia prodotto da due distinte turbine disposte in serie e divise nella sezione dello spillamento come mostrato in figura 3.3.6.



**Figura 3.3.6.** Flussi in turbina a monte e a valle dello spillamento rigenerativo.

Nella prima turbina espande la massa totale  $(1+m_s)$  di vapore, mentre nella seconda espande la massa unitaria rimanente dopo lo spillamento. Si ha pertanto:

$$l_{T,R} = (1 + m_s) \cdot (h_3 - h_5) + 1 \cdot (h_5 - h_4) = (h_3 - h_4) + m_s \cdot (h_3 - h_5) \quad (3.3.2)$$

La seconda espressione a secondo membro dell'equazione (3.3.2) equivale a considerare due turbine disposte in parallelo invece che in serie, di cui una realizza l'espansione della massa unitaria di vapore dalle condizioni iniziali (punto 3) fino alle condizioni di scarico al condensatore (punto 4), l'altra realizza l'espansione della massa  $m_s$  del vapore spillato dalle condizioni iniziali comuni alle due turbine (punto 3) fino alle condizioni vigenti nel punto di spillamento (punto 5).

Per quanto riguarda il calore  $q_{1,R}$  fornito dall'esterno si ha:

$$q_{1,R} = (1 + m_s) \cdot (h_3 - h_{2R}) \quad (3.3.3)$$

e quindi il rendimento risulta:

$$\eta_R = \frac{(h_3 - h_4) + m_s(h_3 - h_5)}{(1 + m_s)(h_3 - h_{2R})} \quad (3.3.4)$$

Da un confronto preliminare tra le due relazioni (3.3.1) e (3.3.4), che esprimono rispettivamente i rendimenti dei cicli non rigenerato e rigenerato, si osserva che l'espressione a numeratore del secondo contiene lo stesso termine  $(h_3 - h_4)$  presente nel primo, con l'aggiunta del termine  $m_s(h_3 - h_5)$  dovuto alla presenza dello spillamento rigenerativo.

Per poter effettuare un confronto decisivo tra i due rendimenti appare pertanto opportuno rielaborare il denominatore della (3.3.4) al fine di sostituire l'entalpia  $h_{2R}$  con termini più direttamente confrontabili. Eseguendo a tal fine il bilancio energetico dello scambiatore rigenerativo si ha, in breve:

$$1 \cdot h_1 + m_s \cdot h_5 = (1 + m_s) \cdot h_{2R} \quad (3.3.5)$$

in cui, a secondo membro, compare il termine  $(1 + m_s) \cdot h_{2R}$  presente anche nella (3.3.4). Sostituendo nella (3.3.4) si ha pertanto:

$$\eta_R = \frac{(h_3 - h_4) + m_s \cdot (h_3 - h_5)}{(1 + m_s) \cdot h_3 - (1 \cdot h_1 + m_s \cdot h_5)} \quad (3.3.6)$$

da cui

$$\eta_R = \frac{(h_3 - h_4) + m_s \cdot (h_3 - h_5)}{(h_3 - h_1) + m_s \cdot (h_3 - h_5)} \quad (3.3.7)$$

Richiamando qui di seguito l'espressione del rendimento del ciclo non rigenerato:

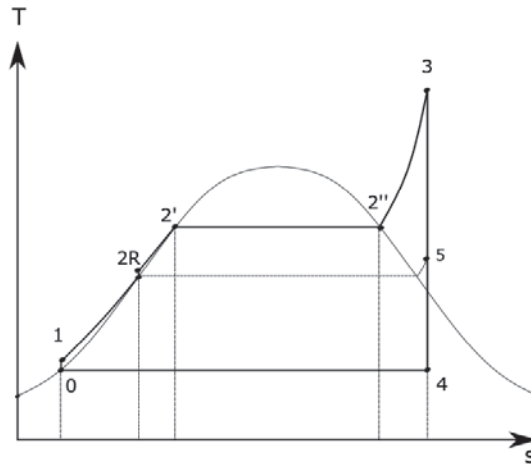
$$\eta = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_1} \quad (3.3.8)$$

si osserva che il rendimento del ciclo rigenerato differisce da quello del ciclo non rigenerato per il termine  $m_s(h_3 - h_5)$  che compare a numeratore e a denominatore. Pertanto, se tale termine non è nullo, il rendimento del ciclo rigenerato risulta maggiore del rendimento del ciclo non rigenerato in quanto, per le ben note proprietà delle frazioni, aggiungendo una uguale quantità positiva al numeratore e al denominatore di una frazione propria (cioè il cui valore è minore di 1) il valore della frazione aumenta. Quindi, se  $m_s > 0$  e  $h_3 > h_5$  il rendimento del ciclo rigenerato è sempre maggiore di quello del ciclo semplice. Risulta invece  $\eta = \eta_R$  se  $m_s = 0$  oppure  $h_5 = h_3$ .

Per quanto riguarda la prima condizione,  $m_s = 0$ , si possono verificare due casi, entrambi banali sul piano concettuale e insignificanti sul piano pratico. Il primo corrisponde ad assenza di spillamento (spillamento chiuso), il secondo a spillamento effettuato allo scarico della turbina. Risolvendo il bilancio energetico espresso dall'equazione (3.3.5) rispetto a  $m_s$ , si ha infatti:

$$m_s = \frac{h_{2R} - h_1}{h_5 - h_{2R}} \quad (3.3.9)$$

Un eventuale spillamento a valle della turbina non porterebbe nessun beneficio poiché non sarebbe in grado di innalzare la temperatura dell'acqua di alimento, dato che il vapore allo scarico della turbina si trova alla stessa temperatura dell'acqua di alimento ( $T_1 = T_0$  per ipotesi) o perfino inferiore (in realtà è  $T_1 > T_0$  in conseguenza del lavoro di compressione), per cui si avrebbe  $T_{2R} = T_1$ , quindi  $h_{2R} = h_1$  e, per la (3.3.9),  $m_s = 0$  (nel senso che lo spillamento è vano se non produce effetto utile).



**Figura 3.3.7.** Ciclo rigenerato con 1 spillamento sul piano  $T$ - $s$ .

È significativo, invece, il caso in cui si abbia  $h_5 = h_3$ . Come si evince dalla figura 3.3.7, muovendo il punto 5 lungo la linea di espansione fra i punti 4 e 3, il punto 2R si muove di conseguenza fra i punti 1 e 2'. Ne risultano due casi limite, quanto il punto 5 va a coincidere con i punti 4 o 3 rispettivamente, e un terzo caso, generico, quando il punto 5 si trova in una posizione intermedia tra i punti 3 e 4 lungo la curva di espansione.

1. Se il punto 5 va a coincidere con il punto 3, il punto 2R va a coincidere con il punto 2'. In questo caso si elimina il peso del primo ciclo parziale perché il calore di preriscaldamento viene fornito completamente attraverso la rigenerazione. Tuttavia, lo spillamento si trova in testa alla turbina, il vapore spillato non compie lavoro all'interno della turbina e non si ha alcun beneficio sul rendimento, essendo  $h_5 = h_3$ . Ciò significa che la rigenerazione mediante spillamento porta benefici al rendimento solo se la massa di vapore spillata ha compiuto lavoro in turbina prima di essere spillata.
2. Se il punto 5 va a coincidere con il punto 4, il punto 2R va a coincidere con il punto 1. Si tratta del caso già precedentemente esaminato,

con spillamento effettuato in coda alla turbina, per cui  $m_s = 0$  in virtù dell'equazione (3.3.9).

3. Solo se il vapore viene spillato in un punto intermedio fra 3 e 4 si ottengono benefici dal punto di vista del rendimento essendo  $m_s(h_3 - h_5) > 0$ .

Per sintetizzare questi concetti si introduce un indice denominato "grado di rigenerazione" e indicato  $R$ . Il grado di rigenerazione è definito come il rapporto fra la quantità di calore effettivamente trasferito all'acqua con la rigenerazione ( $q_R$ ) e la massima quantità di calore trasferibile con la rigenerazione ( $q_{R,max}$ ):

$$R = \frac{q_R}{q_{R,max}} = \frac{h_{2R} - h_1}{h_{2'} - h_1} \quad (3.3.10)$$

Il grado di rigenerazione  $R$  è un indice normalizzato della rigenerazione compreso fra 0 e 1. Si ha infatti:

- $R = 0$  per  $h_{2R} = h_1$  In questo caso, come già discusso,  $\eta_R = \eta$ ;
- $R = 1$  per  $h_{2R} = h_{2'}$  Anche in questo caso, come già discusso,  $\eta_R = \eta^{14}$ ;
- $0 < R < 1$  per  $h_1 < h_{2R} < h_{2'}$  In questo caso  $\eta_R > \eta$ .

Il fatto che  $(\eta_R - \eta) = 0$  per  $R = 0$  e per  $R = 1$  e che  $(\eta_R - \eta) > 0$  per  $0 < R < 1$  sancisce, per il teorema di Rolle, la presenza di un massimo del rendimento del ciclo rigenerato nell'intervallo  $0 < R < 1$ .

La figura 3.3.8 mostra la variazione dell'incremento relativo del rendimento del ciclo rigenerato rispetto al grado di rigenerazione  $R$ , all'aumentare del numero degli spillamenti  $n$ . Con riferimento alla figura 3.3.8 si osserva quanto segue.

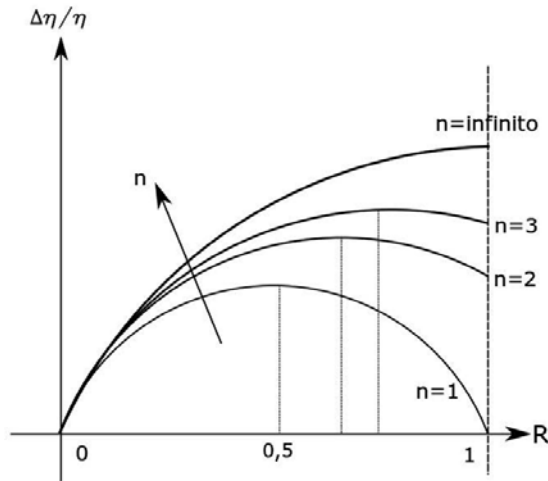
Con un solo spillamento l'incremento massimo di rendimento si ottiene per un grado di rigenerazione  $R \cong 0,5$ , ossia quando la temperatura dell'acqua di alimento alla fine del preriscaldamento rigenerativo è media tra le due temperature di saturazione alle pressioni massima e minima.

All'aumentare del numero degli spillamenti l'incremento di rendimento massimo si ha per un grado di reazione via via crescente. Tuttavia, il grado di rigenerazione unitario (azzeramento del peso del ciclo parziale a minore rendimento) non può essere mai raggiunto perché ciò significherebbe effettuare il primo spillamento in testa alla turbina per qualsivoglia numero finito di spillamenti. Teoricamente, il grado di rigenerazione unitario può essere ottenuto solo con un numero infinito

<sup>14</sup> Ciò però vale solo nel caso di impianto con un solo spillamento; nel caso di impianti con più di uno spillamento è comunque  $\eta_R > \eta$  risultando ininfluenza, ai fini del rendimento, solo lo spillamento che rende  $R = 1$  effettuato in testa alla turbina.

di spillamenti, poiché il primo, sebbene effettuato di testa alla turbina, è influente essendo infinitesimo; ovvero, in altri termini, con un numero infinito di spillamenti effettuati lungo la curva di espansione, ma nessuno in testa alla turbina, il grado di rigenerazione raggiungerebbe il valore unitario a meno di una quantità infinitesima.

All'aumentare del numero degli spillamenti l'incremento relativo del rendimento si riduce. Aggiungere uno spillamento significa ottenere una riduzione del consumo specifico e, quindi, una riduzione della spesa per il combustibile (costo variabile), a fronte però di una maggiore complessità impiantistica e, quindi di un maggiore costo di impianto (costo fisso). Il numero di spillamenti ottimale deriva quindi da un processo di ottimizzazione tecnico-economica poiché ci sarà un numero  $n$  di spillamenti in corrispondenza dei quali il costo d'impianto non viene più coperto dalla diminuzione dei costi di gestione. Per impianti di piccola taglia, indicativamente fino a 10÷15 MW, si effettuano 1-2 spillamenti, per impianti di grande taglia, oltre 100-150 MW, si effettuano 6-8 spillamenti, mentre negli impianti ultra-supercritici fino a 10 spillamenti.



**Figura 3.3.8.** Variazione dell'incremento relativo rendimento del ciclo rigenerato rispetto al grado di rigenerazione  $R$ , all'aumentare del numero degli spillamenti  $n$ .



### Impianto a vapore con 5 spillamenti rigenerativi

Nella figura 3.3.9 che segue è rappresentato lo schema semplificato di un impianto a vapore con 5 spillamenti rigenerativi dell'acqua di alimento, secondo una configurazione che consente di descrivere esaurientemente qualunque impianto con un qualsivoglia numero di spillamenti.

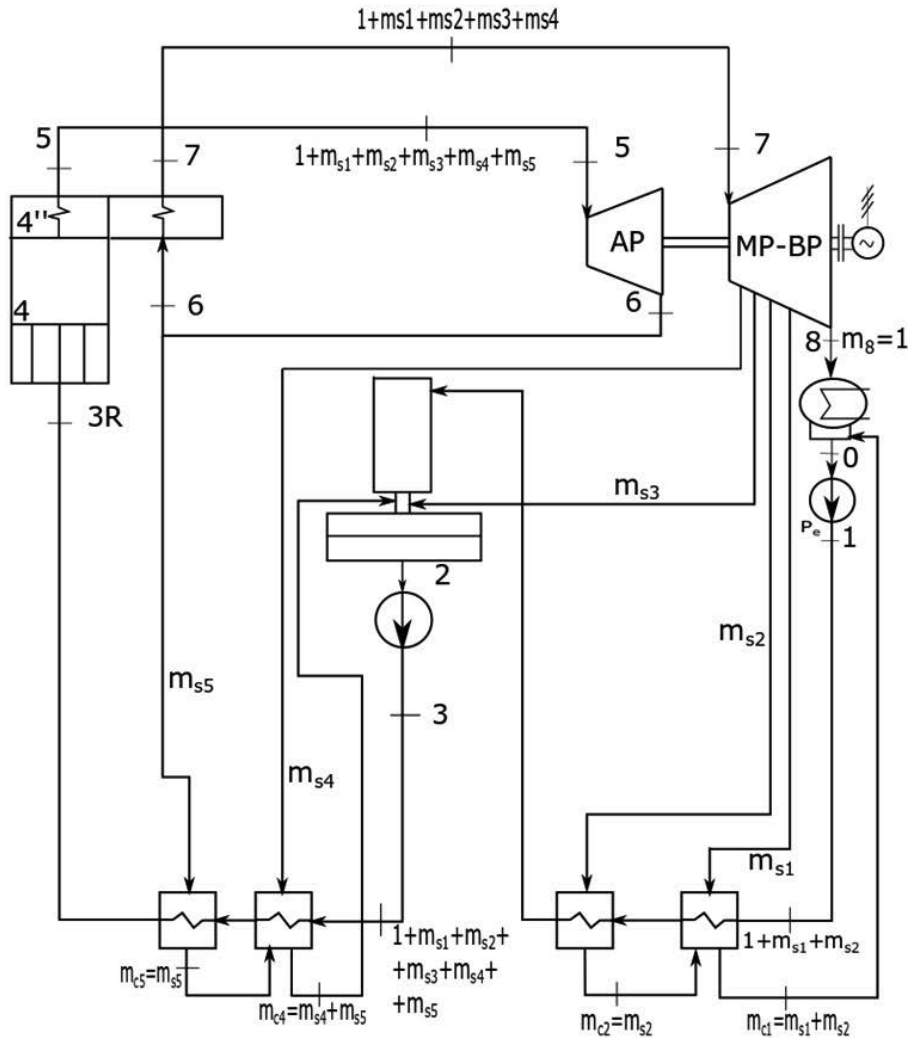


Figura 3.3.9. Schema impianto a 5 spillamenti rigenerativi.

Nello schema di figura 3.3.9 sono presenti 5 scambiatori rigenerativi dell'acqua di alimento, 4 dei quali del tipo a superficie e uno, il degasatore, a miscela, posto in una posizione intermedia rispetto agli scambiatori a superficie. Il degasatore, ove vigono condizioni di equilibrio bifase liquido-vapore, è seguito dalla pompa di alimento che comprime l'acqua alla pressione massima del ciclo. La pompa di alimento è necessariamente posizionata subito a valle del degasatore in quanto il liquido saturo all'uscita non può essere inviato direttamente agli scambiatori successivi, ove acquisendo calore vaporizzerebbe.

In questa figura l'ordine degli spillamenti è stabilito con riferimento al percorso dell'acqua di alimento e non del vapore evolvente in turbina. Pertanto, il primo spillamento è quello a pressione (e temperatura) minore, l'ultimo lungo la curva di espansione, mentre l'ultimo spillamento è quello a pressione (e temperatura) maggiore, il primo lungo la curva di espansione.

È chiamata linea rigenerativa, o circuito rigenerativo, la parte di impianto in cui avviene l'intero processo rigenerativo, che include tutti i componenti che vanno dalla pompa di estrazione all'ultimo scambiatore rigenerativo. Con riferimento alla pressione dell'acqua di alimento la linea rigenerativa si suddivide in due sezioni distinte:

- linea rigenerativa di bassa pressione, che va dalla pompa di estrazione al degasatore compreso. La pressione è imposta dalla pompa di estrazione. Contiene gli scambiatori rigenerativi di bassa pressione;
- linea rigenerativa di alta pressione, che va dalla pompa di alimento fino all'ingresso del generatore di vapore. La pressione è imposta dalla pompa di alimento. Contiene gli scambiatori di alta pressione.

Nella linea rigenerativa vige una temperatura crescente lungo il percorso dell'acqua di alimento nei 5 scambiatori rigenerativi. Compatibilmente con la discretizzazione della curva di espansione secondo gli stadi della turbina a vapore, gli incrementi di temperatura dell'acqua di alimento negli scambiatori devono essere il più possibile uniformi per minimizzare le irreversibilità dovute alle differenze di temperatura tra fluidi caldi (valore spillato alle diverse pressioni) e fluidi freddi (acqua di alimento) negli scambiatori.

L'ultimo spillamento (ovvero il primo lungo la curva di espansione) viene solitamente effettuato allo scarico della turbina di alta pressione poiché spillare vapore dalla turbina di alta pressione con pareti molto spesse e stadi molto compatti, in ordine all'elevata pressione del vapore comporterebbe difficoltà tecnologiche dal punto di vista costruttivo. Si tratta tuttavia di una soluzione tecnologica determinata da scelte del costruttore e talvolta la turbina di alta pressione presenta anche uno spillamento intermedio.

Il condensato del vapore negli scambiatori a superficie viene mandato allo scambiatore precedente; il trasferimento avviene spontaneamente, senza l'ausilio di una pompa, per effetto della differenza di pressione vigente tra i due scambiatori. La condensa del penultimo scambiatore (il primo della linea rigenerativa di alta pressione) viene inviata alla base della torretta del degasatore. La condensa del primo scambiatore (il primo della linea rigenerativa di bassa pressione) viene inviata al pozzo caldo del condensatore.

Il condensato uscente dagli scambiatori a superficie si trova in condizioni di liquido sottoraffreddato ma, come risulterà più evidente nel seguito dalla descrizione delle caratteristiche funzionali degli scambiatori, sempre a temperatura maggiore della temperatura di saturazione dello scambiatore precedente. Di conseguenza, entrando nello scambiatore precedente, dove vige una pressione inferiore, il condensato subisce una parziale vaporizzazione (processo denominato di "flash" in quanto l'evaporazione avviene repentinamente) per portarsi in equilibrio liquido-vapore alla pressione inferiore. Il vapore prodotto contribuisce al processo rigenerativo e viene condensato alla pressione inferiore nel processo di scambio termico con l'acqua di alimento.

Il processo di flash interessa anche la condensa uscente dal primo scambiatore della linea rigenerativa di bassa pressione inviata al pozzo caldo del condensatore. Il condensatore, tuttavia, non fa parte del processo rigenerativo e il vapore prodotto dal processo di flash viene condensato, insieme al vapore scaricato dalla turbina, dal fluido refrigerante utilizzato nel condensatore (es., acqua di mare). Il calore di condensazione del vapore di flash costituisce pertanto una ulteriore perdita al condensatore. Per evitare tale perdita, come sarà discusso più approfonditamente nel seguito, la condensa del primo scambiatore può essere ripresa mediante una pompa e reintrodotta nel circuito principale dell'acqua di alimento adottando una soluzione come quella rappresentata nello schema a destra in figura 3.3.5.

### **Bilancio di materia**

Si indicano le masse di vapore spillato con  $m_{s,i}$  e le condense con  $m_{c,i}$  utilizzando l'indice " $i$ " per designare lo spillamento  $i$ -esimo, e si suppone che la massa uscente dalla turbina nel punto 8 del ciclo sia unitaria ( $m_8 = 1$ ). Nei vari rami di circuito dell'impianto a vapore si verifica la situazione qui di seguito descritta.

- Nella linea rigenerativa di bassa pressione fluisce la massa d'acqua di alimento data dal condensato del vapore scaricato dalla turbina (di massa unitaria) a cui si aggiunge la condensa inviata al pozzo caldo del condensatore dal primo scambiatore rigenerativo di bassa

pressione, data dalla somma delle masse di condensa dei primi due spillamenti di vapore.

Nella linea rigenerativa di bassa pressione fluisce pertanto la massa:  $(1 + m_{s,1} + m_{s,2})$ .

- Nel primo scambiatore rigenerativo di bassa pressione si avrà la sola massa unitaria del condensato del vapore scaricato dalla turbina se la condensa del primo scambiatore viene ripresa da una pompa per essere reintrodotta nel circuito principale dell'acqua di alimento. In questo caso, poiché il punto di iniezione è situato tra il primo e il secondo scambiatore, quest'ultimo sarà ancora interessato alla massa  $(1 + m_{s,1} + m_{s,2})$ .
- Nella linea rigenerativa di alta pressione fluisce la massa d'acqua di alimento proveniente dalla linea rigenerativa di bassa pressione a cui si aggiungono la massa di vapore che alimenta il degasatore e la condensa inviata al degasatore dal primo scambiatore rigenerativo di alta pressione, data dalla somma delle masse di condensa degli ultimi due spillamenti di vapore.

Nella linea rigenerativa di alta pressione fluisce pertanto la massa:  $(1 + \sum_1^5 m_{s,i})$ .

Questa è la massa totale di fluido operativo che evolve nel generatore di vapore e, nella fattispecie, in tutta la turbina di alta pressione.

- Allo scarico della turbina di alta pressione si ha il prelievo del vapore destinato all'ultimo scambiatore rigenerativo di alta pressione per cui nel risurriscaldatore del generatore di vapore e all'ingresso della turbina di media pressione si ha la massa:  $(1 + \sum_1^4 m_{s,i})$ .

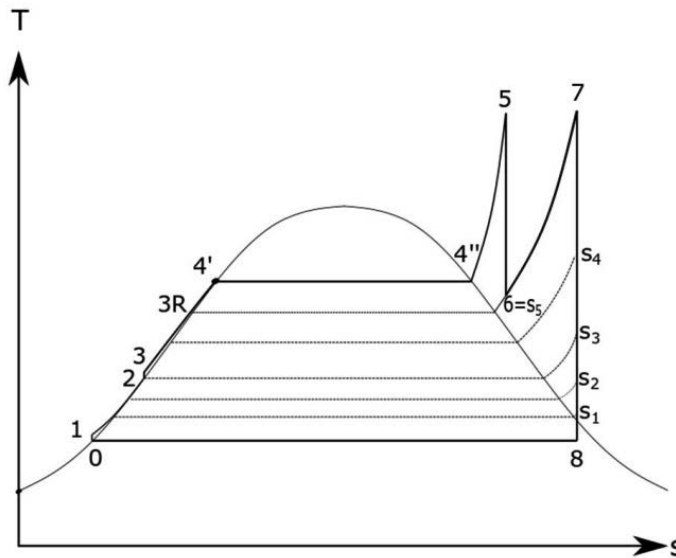
### **Ciclo termodinamico dell'impianto a vapore con 5 spillamenti rigenerativi**

La figura 3.3.10 mostra la rappresentazione sul piano  $T-s$  del ciclo rigenerato con 5 spillamenti.

Nella figura sono rappresentate le seguenti trasformazioni:

- 0-1 compressione adiabatica eseguita dalla pompa di estrazione che porta il fluido evolvente dalla pressione minima vigente nel condensatore alla pressione vigente nel degasatore;
- 1-2 preriscaldamento isobaro (in sede limite) in 3 stadi mediante il calore ceduto dal vapore spillato nei due scambiatori rigenerativi di bassa pressione e nel degasatore;
- 2-3 compressione adiabatica eseguita dalla pompa di alimento che porta il fluido evolvente dalla pressione vigente nel degasatore alla pressione massima del ciclo;
- 3-3R proseguimento del preriscaldamento isobaro in 2 stadi mediante il calore ceduto dal vapore spillato nei due scambiatori di alta pressione;

- 3R-4' completamento del preriscaldamento isobaro nel generatore di vapore, dove il fluido evolvente aumenta la sua temperatura fino alle condizioni di liquido saturo;
- 4'-4'' vaporizzazione isothermobarica nel generatore di vapore;
- 4''-5 surriscaldamento isobaro del vapore fino alla temperatura massima del ciclo;
- 5-6 espansione adiabatca nella turbina di alta pressione;
- 6-7 risurriscaldamento isobaro a pressione intermedia del vapore uscente dalla turbina di alta pressione fino alla temperatura massima del ciclo;
- 7-8 espansione adiabatca nella turbina di media e bassa pressione fino alla pressione vigente nel condensatore;
- 8-0 condensazione del vapore esausto uscente dalla turbina per sottrazione di calore nel condensatore.



**Figura 3.3.10.** Rappresentazione sul piano  $T$ - $s$  del ciclo rigenerato con 5 spillamenti.

Oltre alle trasformazioni sopracitate, nel ciclo illustrato in figura 3.3.10 è rappresentata anche l'evoluzione dei cinque spillamenti di vapore. Nel rappresentare l'evoluzione degli spillamenti nel ciclo termodinamico si deve osservare quanto segue:

- È nota la pressione dell'ultimo spillamento di alta pressione (primo spillamento lungo la curva di espansione allo scarico della turbina di alta pressione) in quanto coincidente con la pressione del risurriscaldamento. L'evoluzione di questo spillamento è perciò univoca-

mente rappresentata dall'isobara passante per il punto 6 ( $s_5$ ) fino al punto 3R<sup>15</sup>.

- È nota la pressione del terzo spillamento in quanto coincidente (a meno delle perdite di carico in sede reale) con la pressione vigente nel degasatore. L'evoluzione di questo spillamento è perciò univocamente rappresentata dall'isobara passante per il punto 2 fino al punto  $s_3$  sulla curva di espansione.
- Una volta rappresentati questi due spillamenti, che possono essere considerati di riferimento, si possono rappresentare (ma non in modo univoco) i tre spillamenti rimanenti nelle posizioni intermedie.

La massa del vapore complessivamente spillata dalla turbina è dell'ordine del 30÷40% della massa totale di vapore surriscaldato prodotto dal generatore di vapore, ne risulta una portata al condensatore dell'ordine del 60÷70% di quest'ultima. In sostanza, con la rigenerazione il rendimento aumenta perché si riduce sensibilmente la quantità di calore  $Q_2$  ceduta all'ambiente esterno attraverso il condensatore.

### 3.4 Analisi dei componenti dell'impianto a vapore.

Qui di seguito vengono approfondite le caratteristiche funzionali dei principali componenti dell'impianto, specificamente: condensatore, scambiatori rigenerativi a superficie, degasatore, pompe, turbine, generatore di vapore.

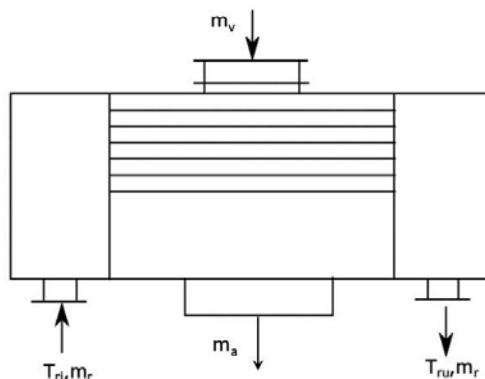
#### Condensatore

Il condensatore, schematizzato nella figura 3.4.1, è uno scambiatore di calore a superficie con costruzione a tubi e mantello di forma prismatica di notevoli dimensioni. Esso è situato in prossimità della turbina, generalmente al di sotto, ed è collegato ad essa attraverso un breve condotto di grande diametro dotato di un giunto di dilatazione a soffietto. In condizioni nominali di progetto, alle latitudini medio-basse, la pressione vigente nel condensatore è pari a 0,05 bar a cui corrisponde una temperatura di saturazione di circa 33 °C. Il posizionamento in prossimità della turbina si rende necessario in ordine alle notevoli portate volumetriche dovute alla bassa pressione e, quindi, all'elevato volume specifico del vapore scaricato dalla turbina. Nella parte inferiore del condensatore,

---

<sup>15</sup> In realtà il punto 3R si trova sull'isobara a pressione massima dell'acqua di alimento, mentre la pressione dello spillamento è minore. Si vedrà nel seguito, approfondendo le caratteristiche funzionali degli scambiatori rigenerativi, dove è situato esattamente il punto rappresentativo dello stato finale della condensa del vapore spillato.

chiamata “pozzo caldo”, si raccoglie la condensa dell’acqua di alimento, in condizioni di liquido saturo alla pressione minima del ciclo.



**Figura 3.4.1.** Rappresentazione schematica del condensatore.

Ai lati sono presenti due casse d’acqua in cui si accumula l’acqua di raffreddamento per la condensazione del vapore<sup>16</sup> in ingresso e in uscita dai fasci tubieri. Le due casse d’acqua sono separate dalla zona centrale di scambio termico da due piastre in cui sono incastonati i tubi nei quali fluisce l’acqua di raffreddamento. I fasci tubieri sono costituiti anche da migliaia di tubi disposti in parallelo che realizzano nell’insieme una grandissima superficie di scambio termico. Il vapore lambisce i tubi dall’esterno cosicché l’acqua di raffreddamento, durante il suo percorso all’interno dei fasci tubieri, si riscalda sottraendo calore al vapore, che condensa e si riversa nel pozzo caldo. La temperatura d’ingresso dell’acqua di raffreddamento, in media durante l’anno, è di circa 20 °C (nei nostri mari), mentre la temperatura in uscita non può superare, per ragioni normative, il valore di 35 °C.

La pressione di 0,05 bar si instaura intrinsecamente in virtù dell’equilibrio termodinamico a saturazione che si realizza alla temperatura di condensazione del vapore di 33 °C; all’aumentare di questa temperatura (in relazione alle condizioni climatiche), aumenta il corrispondente valore della pressione. La temperatura di condensazione del vapore e le temperature iniziale e finale dell’acqua di raffreddamento (all’ingresso e all’uscita del condensatore), impongono la superficie di scambio termico necessaria per la condensazione dell’unità di massa vapore e quindi, per una data potenza dell’impianto, la dimensione fisica del condensatore.

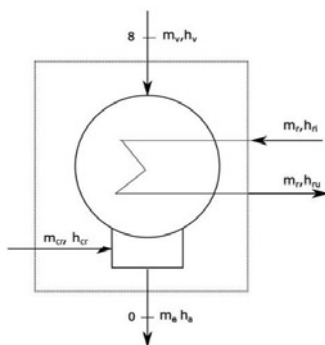
<sup>16</sup> Solitamente acqua di mare nelle centrali termoelettriche situate in prossimità delle coste, acqua ricircolata in torri evaporative nelle centrali termoelettriche situate nell’entroterra.

Nel condensatore sono presenti dei dispositivi, chiamati eiettori<sup>17</sup>, preposti all'estrazione dei gas incondensabili<sup>18</sup> al fine di mantenere le condizioni di vuoto. Questi gas devono essere continuamente estratti perché il loro accumulo nel condensatore causerebbe un aumento della pressione totale in esso vigente, data dalla somma della pressione parziale del vapore e di gas complessivamente presenti:  $p_{cond} = p_v + p_g$ . L'aumento della pressione al condensatore conseguente alla presenza dei gas disciolti causerebbe, di conseguenza, una diminuzione del salto entalpico del vapore in turbina e, quindi, del lavoro prodotto.

#### Bilancio energetico del condensatore

Il bilancio energetico del condensatore può essere formulato facendo riferimento alla figura 3.4.2. Nella figura sono indicate con  $m_a$  la massa d'acqua di alimento uscente dal condensatore, con  $m_v$  la massa di vapore uscente dalla turbina ed entrante nel condensatore, con  $m_{c,r}$  la massa di condensa di ritorno proveniente, eventualmente, dal primo scambiatore rigenerativo di bassa pressione e con  $m_r$  la massa di acqua di raffreddamento (acqua di mare o ricircolata). Si trascura il contributo dei gas incondensabili estratti dagli eiettori. Risulta ovviamente:

$$m_a = m_v + m_{c,r} \quad (3.4.1)$$



**Figura 3.4.2.** Schema del condensatore ai fini del bilancio energetico

<sup>17</sup> Si tratta, in breve, di una batteria di tubi di venturi disposti in serie in cui il "fluido motore" (acqua o, più comunemente, vapore), accelerando nei condotti convergenti, determina una diminuzione della pressione fino a valori inferiori a quelli vigenti nel condensatore, tale da indurre l'aspirazione dei gas incondensabili.

<sup>18</sup> Principalmente aria e altri gas presenti nel vapore scaricato dalla turbina introdotti nell'impianto come gas disciolti nell'acqua di reintegro, che non possono essere completamente estratti dal degasatore, trafileamenti di aria attraverso le tenute a labirinto della turbina di bassa pressione, sul lato in depressione, ed eventualmente aria dovuta a trafileamenti dall'esterno all'interno del condensatore a causa della non perfetta tenuta degli elementi sigillanti.



Con riferimento all'espressione generale del bilancio energetico si ha:

$$H_2 - H_1 + \Delta E_{chim} = Q - L \quad (3.4.2)$$

In assenza di reazioni chimiche, di scambio termico con l'esterno<sup>19</sup> e di lavoro scambiato con l'esterno<sup>20</sup>, l'equazione (3.4.2) si riduce all'espressione:  $H_2 = H_1$ , per cui:

$$m_a h_a + m_r h_{r,u} = m_v h_v + m_{c,r} h_{c,r} + m_r h_{r,i} \quad (3.4.3)$$

essendo, come detto,  $m_r$  la massa dell'acqua di raffreddamento,  $h_{r,i}$  e  $h_{r,u}$  le rispettive entalpie all'ingresso e all'uscita del condensatore. Combinando la (3.4.3) con la (3.4.1) e raggruppando opportunamente i vari termini mettendo in evidenza l'effetto utile, ossia il riscaldamento dell'acqua di raffreddamento, corrispondente al calore  $Q_2$  restituito dal ciclo all'ambiente esterno, si ottiene:

$$m_r \cdot (h_{r,u} - h_{r,i}) = m_v \cdot (h_v - h_a) + m_{c,r} \cdot (h_{c,r} - h_a) \quad (3.4.4)$$

Il termine  $m_r \cdot (h_{r,u} - h_{r,i})$  a primo membro della (3.4.4) rappresenta proprio il calore  $Q_2$  restituito dal ciclo all'ambiente esterno attraverso la variazione di entalpia dell'acqua di raffreddamento. Nel secondo membro, il primo termine  $m_v \cdot (h_v - h_a)$  è il calore di condensazione del vapore, mentre il secondo termine  $m_{c,r} \cdot (h_{c,r} - h_a)$  è la perdita dovuta al raffreddamento della condensa di ritorno dalla linea rigenerativa di bassa pressione, molto piccola, in ogni caso, rispetto al calore di condensazione del vapore.

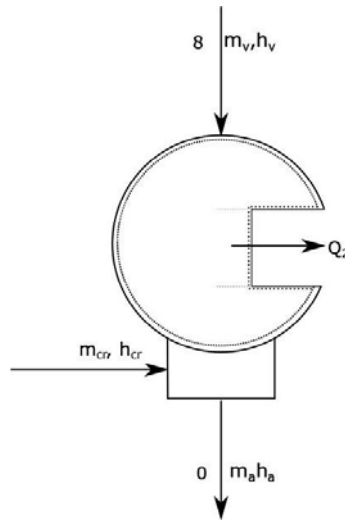
Il bilancio energetico del condensatore testé descritto è formulato considerando il volume di controllo dal punto di vista di un osservatore posto all'esterno del condensatore che osserva solo flussi di energia trasportata da flussi di materia, sotto forma di entalpie del vapore e della condensa di ritorno in ingresso, del condensato complessivo in uscita, dell'acqua di raffreddamento entrante e uscente. Il bilancio energetico può essere formulato anche dal punto di vista di un osservatore posto all'interno del condensatore sul lato mantello (all'esterno dei fasci tubieri) che osserva solo i flussi delle fasi vapore e liquida appartenenti al ciclo termodinamico ma "non vede" il fluido

<sup>19</sup> La temperatura interna e la temperatura esterna sono pressoché le stesse e non ci sono perciò perdite per scambio termico con l'esterno, non essendo neppure necessaria la coibentazione del condensatore.

<sup>20</sup> Non ci sono organi mobili, il condensatore è un'apparecchiatura di solo scambio di calore con l'esterno.

refrigerante (che scorre dentro i tubi), rilevando però una quantità di calore scambiata con l'esterno (rispetto alla sua posizione) attraverso la superficie dei tubi.

La figura 3.4.3 rappresenta lo schema alternativo del condensatore basato sul punto di vista di un osservatore interno. Nella figura è rappresentato lo scambio termico con l'esterno corrispondente al  $Q_2$  mentre non sono rappresentati i flussi di energia e materia corrispondenti al fluido refrigerante, invisibili all'osservatore interno perché situato dalla parte opposta.



**Figura 3.4.3.** Schema alternativo del condensatore ai fini del bilancio energetico.

In questo caso, con riferimento al bilancio energetico generale di cui all'equazione (3.4.2), si ha:

$$H_2 - H_1 = Q \quad (3.4.5)$$

da cui, posto  $Q = -Q_2$  essendo il calore  $Q_2$  ceduto dal sistema all'esterno, si ottiene:

$$(m_v + m_{c,r}) \cdot h_a - (m_v h_v + m_{c,r} h_{c,r}) = -Q_2 \quad (3.4.6)$$

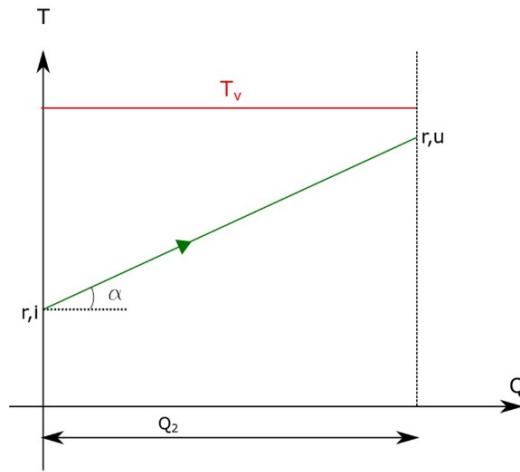
e infine:

$$Q_2 = m_v \cdot (h_v - h_a) + m_{c,r} \cdot (h_{c,r} - h_a) \quad (3.4.7)$$

Dal confronto della (3.4.7) con la (3.4.4) si trova, come atteso:

$$Q_2 = m_r \cdot (h_{r,u} - h_{r,i}) \quad (3.4.8)$$

In figura 3.4.4 è rappresentata la curva caratteristica del condensatore in cui preliminarmente, per semplicità, si prescinde dalla presenza della condensa di ritorno. In ascisse si legge la quantità di calore scambiata nel condensatore dai due fluidi (vapore e refrigerante) secondo l'equazione (3.4.4), ovvero il calore di condensazione ceduto dal vapore, curva orizzontale a temperatura costante, poiché relativa al processo isotermodarico di condensazione, e acquisito dall'acqua di raffreddamento, curva a temperatura crescente.



**Figura 3.4.4.** Curva caratteristica del condensatore senza condensa di ritorno.

L'incremento di temperatura dell'acqua di raffreddamento è dato dalla relazione:

$$Q_2 = m_r \cdot (h_{r,u} - h_{r,i}) = m_r \cdot c_r \cdot (T_{r,u} - T_{r,i}) \quad (3.4.9)$$

essendo  $c_r$  il calore specifico dell'acqua di raffreddamento. Dalla figura 3.4.4 si evince che la pendenza della curva di riscaldamento dell'acqua di refrigerazione è data dalla relazione:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\Delta T}{Q} = \frac{T_{r,u} - T_{r,i}}{Q_2} = \frac{T_{r,u} - T_{r,i}}{m_r \cdot c_r \cdot (T_{r,u} - T_{r,i})} = \frac{1}{m_r \cdot c_r} = \frac{1}{C_r} \quad (3.4.10)$$

La pendenza della curva di riscaldamento è inversamente proporzionale alla capacità termica  $C_r = m_r \cdot c_r$  dell'acqua di raffreddamento, perciò

essa diminuisce all'aumentare della capacità termica  $C_r$ , ovvero, all'aumentare della massa  $m_r$ , essendo il calore specifico  $c_r$  costante.

La pendenza della curva di condensazione del vapore è nulla, ne segue che la capacità termica è infinita è quindi è infinito il calore specifico. Ciò non deve stupire poiché durante il processo di condensazione il vapore cede calore senza variare la sua temperatura essendo questo il senso del calore specifico infinito.

### Esempio

Supponendo che la temperatura di condensazione del vapore (che coincide con la temperatura  $T_a$  della condensa uscente) sia  $T_v = 33$  °C ( $p_v = 0,05$  bar) e che per l'acqua di raffreddamento sia  $T_{r,i} = 20$  °C e  $T_{r,u} = 28$  °C, il condensatore è caratterizzato dalle differenze terminali di temperatura all'ingresso (lato acqua di raffreddamento) e all'uscita date dalle seguenti relazioni:

$$\Delta T_1 = T_v - T_{r,i} = 33 - 20 = 13 \text{ °C} \quad (3.4.11)$$

$$\Delta T_2 = T_v - T_{r,u} = 33 - 28 = 5 \text{ °C}$$

La quantità di calore scambiata è data dalla relazione:

$$Q = U \cdot S \cdot \Delta T_{m,l} \quad (3.4.12)$$

dove  $U$ ,  $S$ ,  $\Delta T_{m,l}$  sono rispettivamente il coefficiente di scambio termico globale tra i due fluidi, la superficie di scambio termico del condensatore e la differenza media logaritmica tra i due fluidi, data dalla relazione:

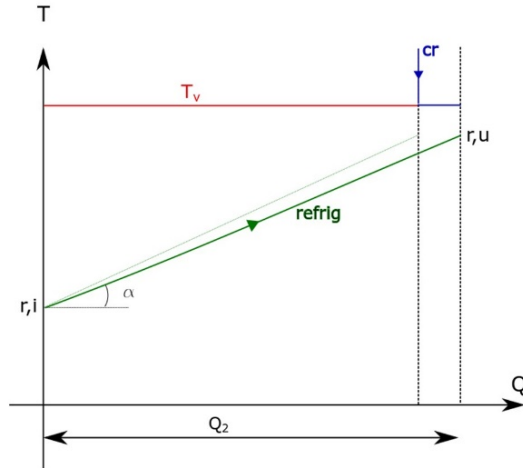
$$\Delta T_{m,l} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\left[ \ln \left( \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right) \right]} \quad (3.4.13)$$

Si osserva che invertendo gli indici 1 e 2 il risultato non cambia perché cambiano entrambi i segni del numeratore e del denominatore. Nella fattispecie risulta:

$$\Delta T_{m,l} = \frac{13 - 5}{\ln \left( \frac{13}{5} \right)} = 8,37 \text{ °C}$$

La relazione (3.4.12) consente di determinare la superficie di scambio termico del condensatore date le differenze terminali di temperatura, che costituiscono specifiche di progetto, e noto il coefficiente di scambio termico globale determinabile mediante complessi procedimenti in funzione di numerosi parametri tra cui, in particolare, la geometria del

condensatore (lunghezza, diametro e numero dei tubi), coefficiente di conducibilità termica del materiale costitutivo, proprietà termofisiche dei fluidi (viscosità, calore specifico, conducibilità termica), fattore di sporcamento (fouling) lato tubi, distribuzione (uniformità) del flusso.



**Figura 3.4.5.** Curva caratteristica del condensatore con condensa di ritorno.

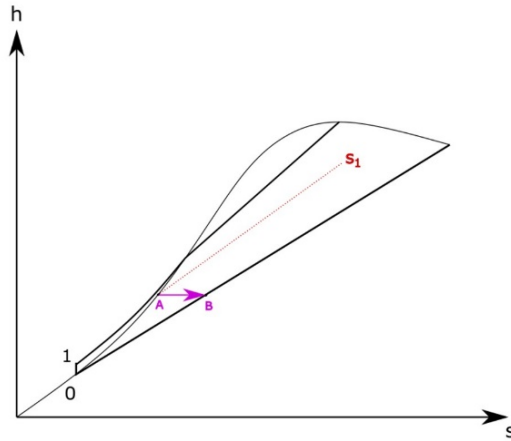
In figura 3.4.5 è rappresentata la curva caratteristica del condensatore includendo la condensa di ritorno, tenendo quindi conto anche del secondo termine al secondo membro dell'equazione (3.4.4).

Supponendo che la condensa di ritorno sia in fase liquida all'ingresso nel condensatore, sarà necessario sottrarre calore per raffreddarla dalla temperatura iniziale  $T_{c,r}$  posseduta all'uscita del primo scambiatore rigenerativo (subito a valle della pompa di estrazione) fino alla temperatura  $T_a$  relativa alle condizioni di uscita del condensatore (coincidente con la temperatura di saturazione  $T_v$ ).

La curva di scambio termico dell'acqua di raffreddamento diminuisce la sua pendenza perché al calore di condensazione del vapore scaricato dalla turbina si aggiunge quello di raffreddamento della condensa, perciò è necessaria una maggiore massa di acqua refrigerante per raffreddare anche la condensa di ritorno. Come indicato dalla (3.4.10), ciò comporta, un aumento della massa di acqua di raffreddamento, ossia della sua capacità termica, che si traduce in una diminuzione della pendenza della relativa curva di scambio termico.

È appena il caso di osservare che la condensa di ritorno, in realtà, non si raffredda secondo una graduale diminuzione della temperatura ma, entrando nel condensatore, ove vige una pressione inferiore rispetto a quella vigente nello scambiatore rigenerativo di

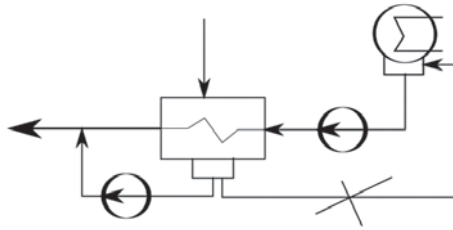
provenienza, si porta repentinamente in equilibrio termodinamico di pressione e temperatura. La repentina diminuzione di pressione che subisce entrando nel condensatore, infatti, determina una vaporizzazione parziale pressoché istantanea (processo di flash) con una repentina diminuzione di temperatura fino alle condizioni di equilibrio vigenti nel condensatore. Il processo, schematicamente illustrato in figura 3.4.6), è isoentalpico perché non è soggetto a scambi di calore e di lavoro.



**Figura 3.4.6.** Processo di flash della condensa di ritorno nel condensatore.

La condensa si porta isoentalpicamente dal punto A, alla pressione iniziale corrispondente a quella del primo spillamento (a meno delle perdite di carico), al punto B sull'isotermobarica corrispondente alla pressione minima del ciclo vigente nel condensatore, in un punto in cui il titolo, inizialmente nullo, è ora evidentemente maggiore di zero per la presenza della fase vapore. Il successivo scambio di calore con l'esterno necessario per smaltire il calore di raffreddamento della condensa di ritorno avviene, in realtà, mediante condensazione del vapore prodotto dal processo di flash.

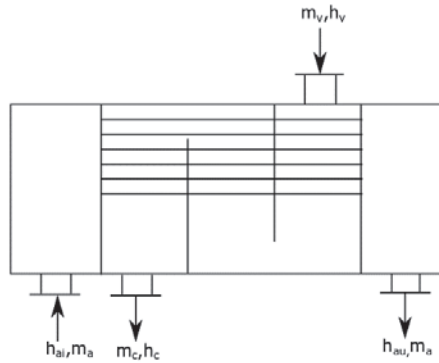
Come già osservato, negli impianti di grande potenza si recupera, generalmente, l'entalpia della condensa di ritorno del primo scambiatore rigenerativo, che viene immessa nel circuito principale dell'acqua di alimento con una pompa di ripresa come mostrato in figura 3.4.7.



**Figura 3.4.7.** Scambiatore rigenerativo con ripresa della condensa.

### Scambiatori di calore rigenerativi a superficie

La figura 3.4.8 mostra lo schema funzionale di uno scambiatore rigenerativo a superficie.



**Figura 3.4.8.** Rappresentazione schematica dello scambiatore di calore rigenerativo a superficie.

La configurazione è analoga a quella del condensatore: all'interno, ai lati, vi sono due casse d'acqua separate dalla zona centrale di scambio termico da due piastre in cui sono incastonati i tubi nei quali fluisce l'acqua di alimento. Il vapore spillato dalla turbina entrante nello scambiatore nella maggior parte dei casi è vapore surriscaldato, mentre si può avere vapore saturo negli spillamenti effettuati a fine espansione nella turbina di bassa pressione.

Si hanno tre stadi di scambio termico:

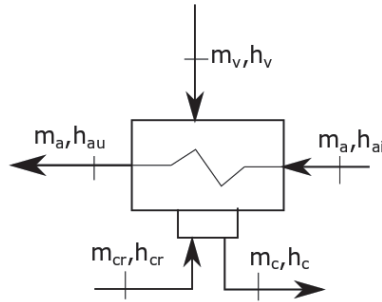
1. desurriscaldamento del vapore (se surriscaldato);
2. condensazione del vapore;
3. raffreddamento del condensato.

Per ottimizzare lo scambio termico i fluidi scorrono in controcorrente:

l'acqua, con riferimento alla figura 3.4.8, da sinistra a destra all'interno dei tubi, il vapore entra da destra e la condensa esce da sinistra. Per migliorare il processo di scambio termico si inseriscono dei diaframmi (baffles) per guidare il vapore nel suo percorso obbligandolo a compiere un percorso tortuoso. Anche nello scambiatore a superficie è presente il pozzo caldo per raccogliere la condensa del vapore condensato e quella eventualmente proveniente dagli scambiatori successivi.

*Bilancio energetico dello scambiatore di calore*

Il bilancio energetico dello scambiatore rigenerativo a superficie può essere formulato facendo riferimento alla figura 3.4.9.



**Figura 3.4.9.** Schema dello scambiatore di calore rigenerativo ai fini del bilancio energetico.

Nella figura sono indicate con  $m_a$  la massa d'acqua di alimento che fluisce nei fasci tubieri, con  $m_v$  la massa di vapore spillato dalla turbina entrante nello scambiatore di calore, con  $m_{c,r}$  la massa di condensa di ritorno proveniente, eventualmente, dallo scambiatore di calore successivo e con  $m_c$  la massa di condensa complessivamente uscente dallo scambiatore.

Risulta ovviamente:

$$m_c = m_v + m_{c,r} \tag{3.4.14}$$

Con riferimento all'espressione generale del bilancio energetico richiamata dalla relazione (3.4.2), considerata l'assenza di scambi di lavoro con l'esterno e supposte nulle le perdite per scambio termico con l'esterno (presenti ma trascurabili), si ha:

$$H_2 = H_1 \tag{3.4.15}$$

per cui:

$$m_a h_{a,u} + m_c h_c = m_a h_{a,i} + m_{c,r} h_{c,r} + m_v h_v \tag{3.4.16}$$

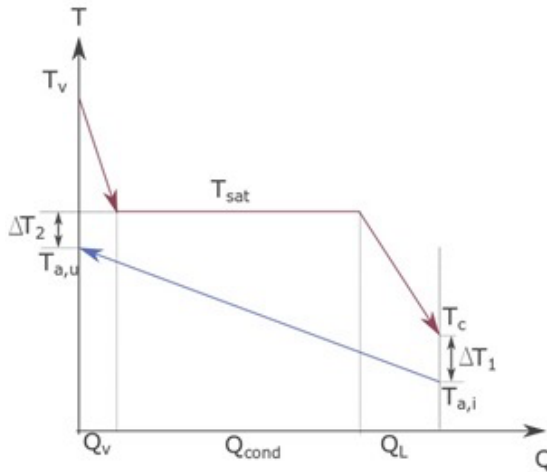


L'effetto utile prodotto dagli scambiatori rigenerativi è il riscaldamento dell'acqua di alimento; combinando la (3.4.16) con la (3.4.14) e riordinando l'equazione (3.4.16) per evidenziare l'effetto utile, si ottiene:

$$Q_T = m_a \cdot (h_{a,u} - h_{a,i}) = m_v \cdot (h_v - h_c) + m_{c,r} \cdot (h_{c,r} - h_c) \quad (3.4.17)$$

in cui  $Q_T$  rappresenta, in termini generali, la quantità di calore (totale) scambiata tra i fluidi presenti rispettivamente nei due lati freddo e caldo dello scambiatore di calore, il termine  $m_a \cdot (h_{a,u} - h_{a,i})$  è l'effetto utile, ossia l'aumento di entalpia totale dell'acqua di alimento,  $m_v \cdot (h_v - h_c)$  è il calore complessivamente ceduto dal vapore spillato, mentre  $m_{c,r} \cdot (h_{c,r} - h_c)$  è il contributo della condensa di ritorno proveniente dallo scambiatore a superficie successivo a pressione più alta.

La figura 3.4.10 riporta la curva caratteristica dello scambiatore a superficie senza considerare il contributo della condensa di ritorno. Come si evince dalla figura 3.4.10, il calore  $Q_T$  complessivamente ceduto dal vapore spillato viene scambiato con l'acqua di alimento in tre stadi (indicati in figura):  $Q_T = m_v \cdot (h_v - h_c) = Q_V + Q_{cond} + Q_L$  che corrispondono a tre sezioni distinte dello scambiatore di calore. La curva di raffreddamento del vapore surriscaldato ha pendenza maggiore rispetto a quella della condensa perché il calore specifico medio dell'acqua in fase vapore è minore di quello della fase liquida<sup>21</sup>.



**Figura 3.4.10.** Curva caratteristica dello scambiatore a superficie senza condensa di ritorno.

<sup>21</sup> Indicativamente, il calore specifico del liquido è circa doppio rispetto a quello del vapore.

Le differenze terminali di temperatura  $\Delta T_1$  e  $\Delta T_2$  all'ingresso e all'uscita dello scambiatore di calore (con riferimento all'acqua di alimento), già introdotte nella descrizione del condensatore, in questo caso sono definite come segue:

$$\Delta T_1 = T_c - T_{a,i} \quad (3.4.18)$$

e, analogamente, come per il condensatore:

$$\Delta T_2 = T_v - T_{a,u} \quad (3.4.19)$$

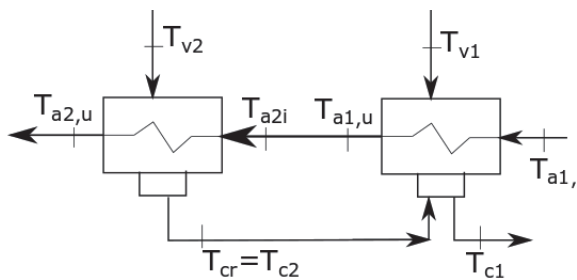
La presenza del vapore surriscaldato, tuttavia, rende inappropriata la definizione del  $\Delta T_2$  data dalla (3.4.19), perché un valore relativamente basso imposto come specifica di progetto potrebbe risultare fisicamente irrealizzabile, potendo implicare l'intersezione delle due curve di scambio termico del vapore e dell'acqua di alimento, eventualità ovviamente assurda per il 2° principio della termodinamica.

Per tale motivo la differenza di temperatura all'uscita viene definita con riferimento alla temperatura di saturazione del vapore:

$$\Delta T_2 = T_{sat} - T_{a,u} \quad (3.4.20)$$

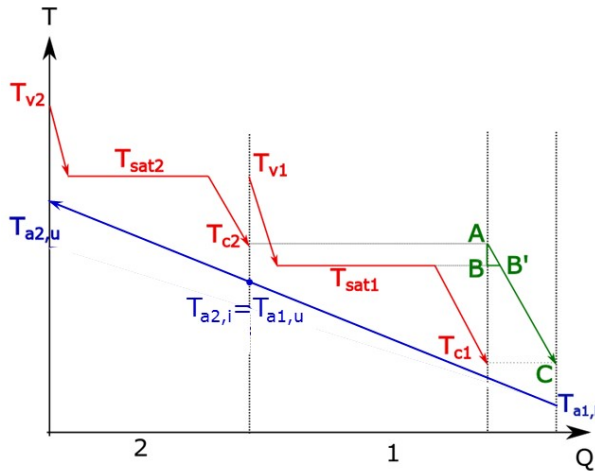
Questa definizione fa sì che con un valore positivo o perfino nullo del  $\Delta T_2$ , la curva di riscaldamento dell'acqua di alimento giaccia sempre al di sotto di quella del vapore<sup>22</sup>.

Le figure 3.4.11 e 3.4.12 riportano rispettivamente lo schema di due scambiatori rigenerativi a superficie in serie, con condensa di ritorno del primo verso il secondo, e la relativa curva caratteristica.



**Figura 3.4.11.** Serie di due scambiatori a superficie con condensa di ritorno.

<sup>22</sup> La differenza terminale di temperatura all'uscita  $\Delta T_2$  è spesso perfino negativa, di qualche grado, negli scambiatori rigenerativi di alta pressione, dove il vapore spillato è surriscaldato.



**Figura 3.4.12.** Accoppiamento di due scambiatori a superficie con condensa di ritorno.

Il tratto A-C finale nella figura 3.4.12 rappresenta il contributo dato al preriscaldamento dell'acqua di alimento nel primo scambiatore rigenerativo dalla condensa del secondo scambiatore nel proseguire il suo raffreddamento dalla temperatura  $T_{c2}$  alla temperatura  $T_{c1}$ .

In realtà, il raffreddamento della condensa di ritorno non avviene interamente secondo il percorso A-C, perché la condensa del secondo scambiatore si trova a pressione maggiore di quella del primo (in conformità alla pressione degli spillamenti che alimentano i due scambiatori) ed entrando nel primo scambiatore si porta in equilibrio termodinamico realizzando un processo di flash, come evidenziato in precedenza. Il percorso realmente seguito è, infatti, quello rappresentato dalla linea A-B-B'-C. Nel tratto A-B avviene il processo di flash durante il quale la temperatura diminuisce repentinamente dal valore  $T_{c2}$  fino alla temperatura di saturazione alla pressione vigente nel primo scambiatore, con conseguente produzione di vapore; il vapore così prodotto condensa fino alle condizioni di liquido saturo, tratto B-B', e infine si raffredda, insieme alla fase liquida rimasta dopo il processo di flash, fino alla temperatura  $T_{c1}$ , secondo il tratto B'-C.

### Degasatore

Il degasatore ha una doppia funzione:

- estrazione dei gas incondensabili dall'acqua di alimento (funzione principale);
- partecipazione al processo rigenerativo (funzione conseguente).

La figura 3.4.13 mostra uno schema funzionale semplificato del degasatore. Il degasatore è un dispositivo costituito da 2 corpi cilindrici. Il corpo cilindrico inferiore, orizzontale, è in pratica un serbatoio polmone che raccoglie una grande quantità di acqua di alimento in condizioni di saturazione; esso è fondamentale per la regolazione della portata dell'acqua di alimento e del carico. La parte superiore (torretta) è un contenitore cilindrico verticale caratterizzato da una conformazione interna volta a favorire lo scambio di calore tra vapore spillato e acqua di alimento. Alla base della torretta vengono immessi il vapore spillato dalla turbina e il condensato della linea rigenerativa di alta pressione proveniente dal primo scambiatore di alta pressione immediatamente a valle del degasatore (Cfr. figura 3.3.9); nella parte superiore si immette l'acqua di alimento.

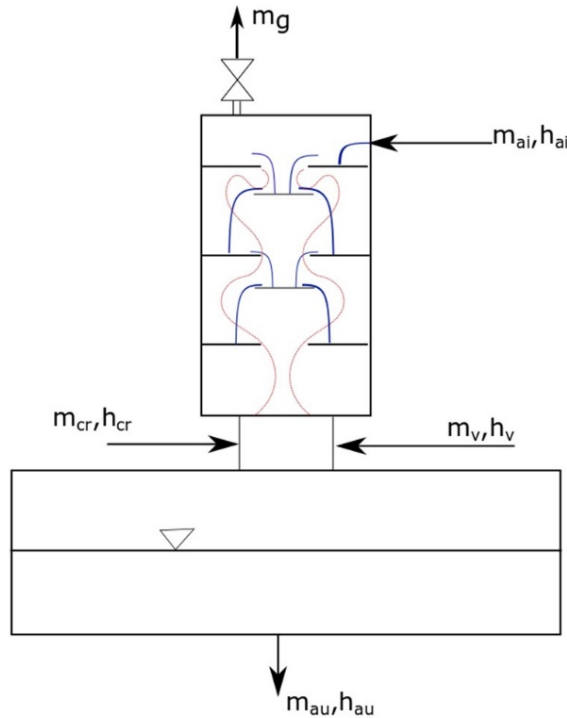
Il cuore del degasatore è la torretta che, come schematizzato in figura 3.4.13, è generalmente costituita da una serie di piatti forati al centro e di dischi di raccolta sottostanti, oppure da piatti multiforo da cui l'acqua fuoriesce cadendo a pioggia. L'acqua di alimento che proviene dall'alto si riversa ripetutamente da un piatto al disco sottostante fino alla base della torretta. A seconda della configurazione di questi elementi nella sua discesa verso la base della torretta l'acqua può generare delle superfici di contatto con il vapore a sviluppo laminare di sezione circolare molto ampie, definite dalla conformazione dei fori nei piatti, ovvero una pioggia diffusa. In ogni caso, il risultato è quello di aumentare enormemente la superficie di contatto e di scambio termico tra l'acqua discendente e il vapore ascendente. Il vapore entra dal basso e risale lungo la torretta entrando in intimo contatto con l'acqua discendente. In questo processo, caratterizzato da un efficace miscelamento delle fasi liquida e vapore, il vapore cede calore al liquido, condensando in parte. La fase condensata cade verso il basso insieme all'acqua di alimento. Nel suo percorso verso la parte superiore della torretta il vapore si consuma condensando progressivamente finché in sommità restano solo i gas incondensabili liberati dall'acqua durante il suo riscaldamento fino a saturazione, o anche già presenti nel vapore spillato<sup>23</sup>. Il corretto bilanciamento di questo processo è regolato attraverso il controllo del livello della fase liquida nel serbatoio orizzontale di accumulo del degasatore.

La condensa di ritorno viene immessa alla base della torretta poiché anch'essa subisce un processo di flash, essendo inizialmente a pressio-

---

<sup>23</sup> Come già osservato non è possibile eliminare completamente i gas incondensabili disciolti nel liquido. La frazione residua si libera a temperatura più elevata durante la fase di vaporizzazione dell'acqua di alimento alla pressione massima del ciclo e si ritrova poi miscelata con il vapore prodotto.

ne maggiore di quella vigente nel degasatore. In tal modo, il vapore che si libera durante il processo di flash risale verso l'alto insieme al vapore spillato dalla turbina, mentre il liquido saturo ricade verso il basso nel corpo cilindrico orizzontale.



**Figura 3.4.13.** Schema funzionale semplificato del degasatore.

Nella parte alta del degasatore è presente uno sfiato per l'evacuazione dei gas incondensabili liberati durante il processo sopraccitato. L'espulsione dei gas in parola avviene naturalmente per differenza di pressione rispetto all'esterno, poiché la pressione vigente nel degasatore è maggiore della pressione atmosferica.

Il valore della pressione vigente nel degasatore viene stabilito in sede di progetto sulla base di un'ottimizzazione termodinamica del ciclo, tenendo però conto delle esigenze primarie di degasamento dell'acqua di alimento. La trattazione semplificata che segue fornisce un'indicazione sui criteri di scelta della pressione al degasatore.

In virtù della legge di Henry, la massa  $m_g$  di un gas disciolto nell'acqua, per unità di massa (o di volume), è proporzionale alla sua pressione parziale attraverso un fattore  $k$  funzione della temperatura, secondo la relazione:

$$m_g = k(T) \cdot p_g \quad (3.4.21)$$

Il fattore  $k(T)$  ha un andamento inverso rispetto alla temperatura, pertanto la massa di gas disciolta nel liquido diminuisce all'aumentare della temperatura e al diminuire della pressione parziale del gas.

Nella fattispecie si supponga, per semplicità di ragionamento, che si abbia un solo gas incondensabile, considerato come gas equivalente, dal punto di vista termodinamico, alla miscela di tutti i gas incondensabili effettivamente presenti. Si supponga inoltre, per semplicità di trattazione, che la miscela vapore-gas all'interno del degasatore abbia comportamento di gas perfetto<sup>24</sup>. In prima approssimazione, pertanto, si può ritenere valida la legge di Dalton, per cui la pressione totale nel degasatore è data dalla somma delle pressioni parziali del vapore e del gas presente, vale a dire:

$$p_{tot} = p_{deg} = p_v + p_g \quad (3.4.22)$$

Inoltre, sempre per l'ipotesi di gas perfetto:

$$\begin{aligned} p_g &= x_g \cdot p_{tot} \\ p_v &= x_v \cdot p_{tot} = (1 - x_g) \cdot p_{tot} \end{aligned} \quad (3.4.23)$$

essendo  $x_g$  e  $x_v$  le frazioni molari del gas e del vapore. Per diminuire la massa di gas disciolta nell'acqua di alimento è necessario, secondo la (3.4.21), ridurre la pressione parziale del gas quindi, per le (3.4.22) e (3.4.23), fissata la frazione molare del gas, è necessario ridurre la pressione vigente nel degasatore, riducendo di conseguenza la pressione parziale del vapore.

D'altra parte, poiché nel degasatore vigono condizioni di equilibrio bifase liquido-vapore, la pressione del vapore corrisponde alla pressione del liquido saturo per cui, diminuendo la pressione diminuisce conseguentemente la temperatura di saturazione corrispondente. Di conseguenza aumenta il valore di  $k(T)$  che, come detto, varia inversamente rispetto alla temperatura. I due fattori  $k(T)$  e  $p_g$  della (3.4.21) producono perciò due effetti contrastanti al variare della pressione nel degasatore.

Si verifica che un efficace degasamento dell'acqua di alimento, si ottiene, per quanto sopra, per pressioni al degasatore appartenenti in-

---

<sup>24</sup> Ciò vale con ottima approssimazione per il gas incondensabile in virtù della sua pressione parziale estremamente bassa, mentre il vapore, essendo a pressione relativamente elevata e in condizioni di saturazione, ha un comportamento di gas reale, ancorché non molto discosto da quello di gas perfetto.

dicativamente all'intervallo compreso tra 2 bar e 10 bar. Più frequentemente, negli impianti subcritici il degasatore lavora a pressioni comprese tra 5 bar e 7 bar e a pressioni maggiori, prossime a 10 bar, negli impianti ultra-supercritici.

*Bilancio energetico del degasatore*

Il bilancio energetico del degasatore può essere formulato facendo sempre riferimento alla figura 3.4.13. Nella figura sono indicate con  $m_{a,i}$  e con  $m_{a,u}$  le masse dell'acqua di alimento in ingresso e in uscita rispettivamente, con  $m_v$  la massa di vapore spillato dalla turbina entrante nel degasatore e con  $m_{c,r}$  la massa delle condense di ritorno della linea rigenerativa di alta pressione proveniente dallo scambiatore di calore successivo. Risulta ovviamente:

$$m_{a,u} = m_{a,i} + m_v + m_{c,r} \quad (3.4.24)$$

Con riferimento all'espressione generale del bilancio energetico richiamata dalla relazione (3.4.2), considerata l'assenza di scambi di lavoro con l'esterno e supposte nulle le perdite per scambio termico con l'esterno (presenti ma trascurabili), si ha anche in questo caso:

$$H_2 = H_1 \quad (3.4.25)$$

per cui, trascurando il contributo dei gas espulsi all'esterno:

$$m_{a,u}h_{a,u} = m_{a,i}h_{a,i} + m_{c,r}h_{c,r} + m_vh_v \quad (3.4.26)$$

Combinando la (3.4.26) con la (3.4.24) e riordinando l'equazione (3.4.26) per evidenziare l'effetto utile, si ottiene:

$$m_{a,i} \cdot (h_{a,u} - h_{a,i}) = m_v \cdot (h_v - h_{a,u}) + m_{c,r} \cdot (h_{c,r} - h_{a,u}) \quad (3.4.27)$$

in cui il termine  $m_{a,i} \cdot (h_{a,u} - h_{a,i})$  è l'effetto utile, ossia l'aumento di entalpia totale dell'acqua di alimento,  $m_v \cdot (h_v - h_{a,u})$  è il calore complessivamente ceduto dal vapore spillato, mentre  $m_{c,r} \cdot (h_{c,r} - h_{a,u})$  è il contributo della condensa di ritorno proveniente dallo scambiatore a superficie successivo a pressione più alta. Come si può facilmente verificare, questo bilancio energetico è del tutto analogo a quello dello scambiatore a superficie espresso dall'equazione (3.4.17).

La figura 3.4.14 riporta la curva caratteristica del degasatore con e senza il contributo della condensa di ritorno dallo scambiatore a superficie successivo. In questo caso, le temperature del condensato del vapore spillato e dell'acqua di alimento in uscita dal degasatore coincidono perché lo scambiatore è a miscela.

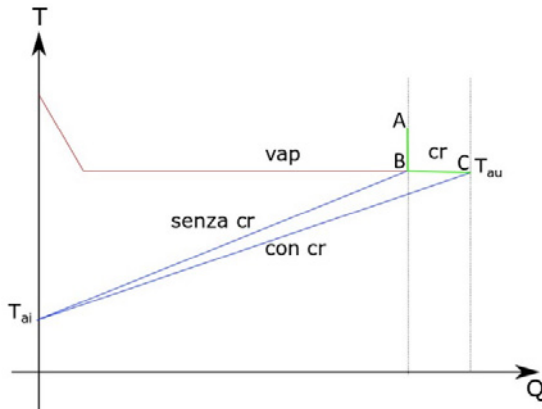


Figura 3.4.14. Schema funzionale semplificato del degasatore.

Il processo di raffreddamento della condensa di ritorno è rappresentato dal percorso A-B-C tenendo conto del processo di flash già discusso nei casi precedenti. La presenza della condensa di ritorno determina inoltre una diminuzione della pendenza della curva di riscaldamento dell'acqua di alimento, essendo disponibile una maggiore quantità di calore che consente di preriscaldare, a parità di temperature iniziale e finale, una massa d'acqua maggiore.

### Pompe di estrazione e di alimento

La trattazione del bilancio energetico che segue è di carattere generale e riguarda entrambe le pompe di estrazione del condensato e di alimento. Successivamente verranno approfonditi alcuni aspetti concernenti le caratteristiche funzionali della pompa di alimento.

#### *Bilancio energetico della pompa*

Il bilancio energetico della pompa può essere formulato, con riferimento alla figura 3.4.15. Nella figura è indicata con  $m_a$  la portata d'acqua evolvente nella pompa, con 1 e 2 le sezioni rispettivamente di ingresso (aspirazione) e di uscita (mandata).

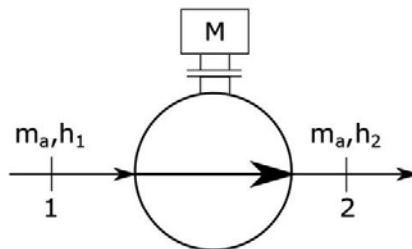


Figura 3.4.15. Schema di riferimento per il bilancio energetico della pompa.



Si suppone che il calore scambiato con l'esterno sia nullo; è opportuno però distinguere tra la pompa di estrazione e la pompa di alimento. Nella pompa di estrazione il fluido evolvente si trova pressoché alla temperatura ambiente (temperatura vigente nel condensatore) quindi non c'è scambio di calore con l'esterno (la pompa non è neppure coibentata). Nella pompa di alimento il fluido evolvente ha una temperatura compresa tra 120 e 180 °C, a seconda della pressione vigente nel degasatore (2÷10 bar); in questo caso la pompa è coibentata; inoltre, come si ricorderà, il fluido evolve in un intervallo di tempo brevissimo (dell'ordine dei centesimi di secondo) per cui lo scambio di calore con l'esterno è effettivamente trascurabile, anche se non rigorosamente nullo.

La pompa è trascinata da un azionamento elettrico (motore elettrico per pompe di estrazione e di alimento) o meccanico (turbina a condensazione o a contropressione per pompe di alimento), per cui riceve lavoro dall'esterno.

Con riferimento all'espressione generale del bilancio energetico richiamata dalla relazione (3.4.2), considerata l'assenza di scambi di calore con l'esterno, si ha:

$$H_2 - H_1 = -L_{1,2} = L_P \quad (3.4.28)$$

avendo indicato con  $L_P$  il lavoro della pompa espresso in valore assoluto.

Esplicitando  $H_1$  e  $H_2$ :

$$L_P = m_a \cdot (h_2 - h_1) = m_a l_P \quad (3.4.29)$$

Detto  $l_{P,id}$  il lavoro specifico ideale della pompa, ed essendo:

$$\eta_P = \frac{l_{P,id}}{l_P} \quad (3.4.30)$$

si ha anche:

$$L_P = \frac{m_a l_{P,id}}{\eta_P} \quad (3.4.31)$$

È appena il caso di osservare che il rendimento della pompa  $\eta_P$  espresso dalla relazione (3.4.30) è un rendimento globale che tiene conto delle perdite interne della pompa, termofluidodinamiche e volumetriche, ma non delle perdite meccaniche.

Con riferimento al lavoro ideale  $l_{P,id}$ , si consideri l'espressione in forma differenziale dell'equazione dell'energia formulata in termini meccanici:

$$cdc + gdz + vdp + \delta l + \delta l_d = 0 \quad (3.4.32)$$

essendo, come si ricorderà,  $\delta l$  il lavoro reale e  $\delta l_d$  il lavoro dissipato a causa delle perdite. Integrando tra le sezioni 1 e 2 di aspirazione e di mandata ed esprimendo il lavoro ideale in valore assoluto, in assenza di perdite si ha:

$$l_{p,id} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \int_1^2 v dp = gH \quad (3.4.33)$$

Il termine a secondo membro, come è noto, rappresenta la prevalenza  $gH$  della pompa (energia meccanica effettivamente trasferita al fluido). Nell'ipotesi che nelle sezioni di ingresso e di uscita le velocità siano uguali ( $c_1 = c_2$ ), che la differenza di quota tra valle e monte della pompa sia trascurabile ( $z_1 = z_2$ ), si ha ancora:

$$l_{p,id} = gH = \int_1^2 v dp \quad (3.4.34)$$

pertanto:

$$L_P = \frac{m_a \cdot gH}{\eta_P} \quad (3.4.35)$$

Sia la pompa di estrazione che la pompa di alimento prelevano dai componenti di impianto che le precedono, rispettivamente il condensatore e il degasatore, acqua in condizioni di liquido saturo. Supponendo che la variazione di densità del fluido sia trascurabile, posto quindi  $\rho = cost$ , si può scrivere:

$$gH = \int_1^2 v dp = v \cdot (p_2 - p_1) = v \cdot \Delta p = \frac{\Delta p}{\rho} \quad (3.4.36)$$

Pertanto:

$$L_P = \frac{m_a \cdot gH}{\eta_P} = \frac{m_a \cdot \Delta p}{\rho \cdot \eta_P} \quad (3.4.37)$$

In termini di potenza si ha infine:

$$P_P = \frac{\dot{m}_a \cdot gH}{\eta_P} = \frac{\dot{m}_a \cdot \Delta p}{\rho \cdot \eta_P} = \frac{Q \cdot \Delta p}{\eta_P} \quad (3.4.38)$$

essendo  $Q$  la portata volumetrica.

Si può effettuare un confronto tra le due pompe di estrazione e di alimento in relazione alle rispettive condizioni operative, facendo sempre riferimento all'impianto con 5 spillamenti di cui in figura 3.3.9.

La pompa di estrazione elabora la portata ( $\dot{m}_a = 1 + \sum_1^2 \dot{m}_{s,i}$ ), ovvero la portata unitaria se la condensa della linea rigenerativa di bassa pressione viene ripresa e reintrodotta a valle nel circuito dell'acqua di alimento, mentre la pompa di alimento elabora la massima portata ( $\dot{m}_a = 1 + \sum_1^5 \dot{m}_{s,i}$ ) evolvente nell'impianto. Quindi la pompa di alimento elabora una portata maggiore di quella elaborata dalla pompa di estrazione, la differenza essendo determinata dalle portate degli spillamenti che alimentano la linea rigenerativa di alta pressione e il degasatore, ovvero di tutti gli spillamenti se la condensa della linea rigenerativa di bassa pressione viene ripresa e reintrodotta a valle nel circuito dell'acqua di alimento.

La pompa di estrazione comprime l'acqua di alimento dalla pressione vigente nel condensatore, in generale dell'ordine di qualche centesimo di bar (convenzionalmente 0,05 bar) a quella vigente nel degasatore, dell'ordine di 5÷10 bar. Pertanto, nella pompa di estrazione si ha un incremento di pressione dell'ordine di 5÷10 bar, essendo molto bassa la pressione all'aspirazione. La pompa di alimento comprime l'acqua di alimento dalla pressione vigente nel degasatore a quella massima del ciclo, indicativamente dell'ordine 150-200 bar, con un incremento di pressione nella pompa di alimento che può essere considerato della stessa entità.

A meno delle variazioni di densità dell'acqua nei campi di lavoro delle due pompe, l'incremento di pressione, e quindi la prevalenza, della pompa di alimento è circa 20-30 volte quello della pompa di estrazione. Tenendo anche conto della differenza di portata evolvente nelle due pompe, ne consegue che la potenza della pompa di alimento, sarà pari a circa 25-40 volte quella della pompa di estrazione. Considerando poi che in realtà la densità del liquido saturo diminuisce all'aumentare della pressione (a 200 bar è circa la metà del valore corrispondente a 0,05 bar), la potenza della pompa di alimento, in virtù della relazione (3.4.38), sarà ancora maggiore.

Per dare un ordine di grandezza, il motore elettrico che aziona la pompa di alimento della centrale termoelettrica di Fiume Santo ha una potenza di circa 5 MW e ciascuno dei due gruppi da 320 MW è dotato di due pompe di alimento che lavorano insieme quando l'impianto opera a carico elevato, mentre quando l'impianto è a carico ridotto una delle due viene fermata. Nell'impianto è presente una terza pompa di alimento di riserva, che viene utilizzata nel caso di guasto. Questa è in realtà una soluzione canonica e questo genere di ridondanza è tipico anche di gran parte degli organi ausiliari, perché nel caso di guasto di un componente essenziale per il funzionamento dell'impianto dev'essere disponibile un'unità di riserva.

Ricordando che la prevalenza è proporzionale al quadrato della velocità di rotazione e al quadrato della dimensione lineare di riferi-

mento, essendo  $gH \propto n^2 D^2$  e che la portata volumetrica è proporzionale alla velocità di rotazione e al cubo della dimensione lineare, essendo  $Q \propto n D^3$ , le due pompe, per quanto operanti con portate dello stesso ordine di grandezza, saranno costruttivamente molto diverse:

- la pompa di estrazione, caratterizzata da bassa prevalenza, è una pompa centrifuga a bassa velocità di rotazione (generalmente 1500 rpm);
- la pompa di alimento, caratterizzata da elevata prevalenza, è una pompa centrifuga multistadio ad elevato numero di giri (generalmente 6000 rpm).

Ricordando la definizione del numero di giri specifico:

$$n_s = n \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{(gH)^{\frac{3}{4}}} \quad (3.4.39)$$

si può ulteriormente evidenziare che la pompa di estrazione, pur operando a minore velocità di rotazione della pompa di alimento, ma con prevalenza molto inferiore, è una pompa a numero di giri specifico  $n_s$  medio-alto, mentre la pompa di alimento, al contrario, è una pompa a basso numero di giri specifico.

Le pompe di estrazione sono normalmente collegate direttamente all'asse del motore elettrico, che sarà dotato di un numero di coppie polari maggiore di 1 nel caso di velocità di rotazione minore di 3000 rpm<sup>25</sup>.

Le pompe di alimento, ruotando a velocità maggiore di 3000 rpm, sono collegate al motore elettrico mediante un moltiplicatore di giri. In alternativa, come detto, la pompa di alimento può essere azionata da una turbina<sup>26</sup>, calettata direttamente sullo stesso asse. Questa soluzione consente di operare, entro certi limiti, a velocità di rotazione variabile ai fini della regolazione dell'impianto.

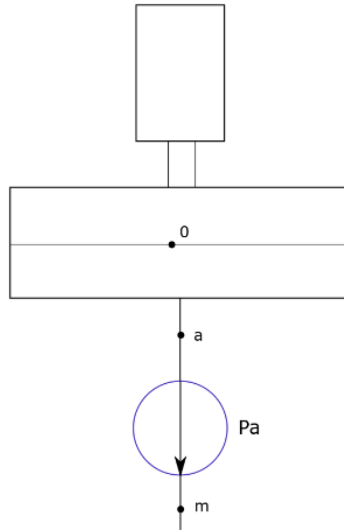
Entrambe le pompe, come detto, prelevano l'acqua dai dispositivi a monte, condensatore e degasatore, in condizioni di liquido saturo (o prossime a quelle del liquido saturo tenendo conto del carico idrostatico), per cui all'aspirazione può innescarsi il fenomeno della cavitazione.

Per evitare la cavitazione è necessario che nella sezione di minima pressione della pompa vi sia una pressione maggiore di quella di saturazione, altrimenti il liquido tenderebbe a vaporizzare con la formazione di bolle di vapore, che implodendo con il susseguente aumento della pressione causano sollecitazioni meccaniche ed erosione nelle pale.

<sup>25</sup> Si ricordi la relazione  $p n = 60 f$  tra numero di coppie polari  $p$ , velocità di rotazione  $n$  in rpm e la frequenza di rete  $f$ .

<sup>26</sup> Si parla in tal caso di turbopompa di alimento.

Il problema della cavitazione è particolarmente importante per la pompa di alimento che opera in condizioni molto più critiche rispetto alla pompa di estrazione a causa dell'elevata velocità di rotazione. Come si ricorderà, la grandezza caratteristica della pompa che rende conto di questo fenomeno è l'NPSH (net positive suction head).



**Figura 3.4.16.** Schema di inserimento della pompa di alimento nel circuito rigenerativo dell'acqua di alimento.

Con riferimento alla figura 3.4.16, che riporta lo schema di inserimento della pompa di alimento nel circuito rigenerativo dell'acqua di alimento, applicando l'equazione di Bernoulli tra il pelo libero dell'acqua nel degasatore e la sezione di ingresso della pompa di alimento<sup>27</sup>:

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{c_0^2}{2} + gz_0 = \frac{p_a}{\rho} + \frac{c_a^2}{2} + gz_a + \xi_p \quad (3.4.40)$$

avendo indicato con  $\xi_p$  le perdite di carico fra le sezioni "0" e "a" ed essendo  $\rho$  la densità dell'acqua. Considerando che la velocità dell'acqua sul pelo libero del serbatoio è praticamente nulla ( $c_0 = 0$ ), si ha:

$$\frac{p_a}{\rho} = \frac{p_0}{\rho} + g(z_0 - z_a) - \left( \frac{c_a^2}{2} + \xi_p \right) \quad (3.4.41)$$

<sup>27</sup> In questo caso, le sezioni di ingresso e di uscita dalla pompa sono state indicate, per motivi di opportunità, con i pedici "a" e "m", in riferimento alle sezioni di aspirazione e di mandata.

Poiché sul pelo libero dell'acqua all'interno del degasatore vigono condizioni di saturazione, si ha  $p_0 = p_v$ , per cui, la (3.4.41), diventa:

$$\frac{p_a}{\rho} = \frac{p_v}{\rho} + g(z_0 - z_a) - \left( \frac{c_a^2}{2} + \xi_p \right) \quad (3.4.42)$$

Per non incorrere nella cavitazione, la fase liquida non deve potere vaporizzare per cui la pressione  $p_a$  all'aspirazione della pompa dovrebbe essere maggiore della pressione di saturazione  $p_v$  alla temperatura di esercizio, cioè dovrebbe essere  $p_a > p_v$ . In realtà, la pressione minima nella pompa non viene raggiunta nella sezione di ingresso, bensì all'interno della girante. Il fluido, infatti, entrando nella girante, prima ancora di cominciare a scambiare lavoro con essa subisce un'accelerazione di imbocco e la sua pressione, di conseguenza, diminuisce. Nel punto di minima pressione si avrà  $p = p_{min} < p_{at}$  perciò, per evitare la vaporizzazione all'imbocco della girante e, quindi, la cavitazione, occorre che sia  $p_{min} > p_v$ . Se nell'equazione (3.4.42) si aggiunge e si toglie il termine  $\frac{p_{min}}{\rho}$  e si impone la condizione  $p_{min} > p_v$  per non incorrere nella cavitazione, si ottiene:

$$\frac{p_{min}}{\rho} = \frac{p_{min} - p_a}{\rho} + \frac{p_v}{\rho} + g(z_0 - z_a) - \left( \frac{c_a^2}{2} + \xi_p \right) > \frac{p_v}{\rho} \quad (3.4.43)$$

Il termine  $\frac{p_a - p_{min}}{\rho}$  dipende dalla geometria e dalla velocità di rotazione della macchina e può essere espresso mediante la relazione<sup>28</sup>:

$$\frac{p_a - p_{min}}{\rho} = \lambda \frac{w_a^2}{2} \quad (3.4.44)$$

per cui, rielaborando la (3.4.43) si può scrivere:

$$g(z_0 - z_a) - \xi_p > \frac{c_a^2}{2} + \lambda \frac{w_a^2}{2} \quad (3.4.45)$$

Si considerino le due espressioni a primo e a secondo membro della (3.4.45):

- $g(z_0 - z_a) - \xi_p$  Questo termine è una caratteristica del circuito ed esprime il carico netto positivo disponibile all'aspirazione; viene indicato con il simbolo  $NPSH_{disp}$  acronimo della notazione inglese "net positive suction head"<sup>29</sup>.

<sup>28</sup> Questa relazione discende dall'applicazione dell'equazione di Bernoulli nel moto relativo tra la sezione di aspirazione e la sezione di minima pressione.

<sup>29</sup> La sua espressione generale include anche il termine cinetico  $\frac{c_a^2}{2}$  e il termine di pressione  $\frac{p_0 - p_v}{\rho}$ , qui non presenti essendo  $c_0 = 0$  e  $p_0 = p_v$ .

- $\frac{c_a^2}{2} + \lambda \frac{w_a^2}{2}$  Questo termine è una caratteristica della pompa ed esprime il carico netto positivo richiesto dalla macchina all'aspirazione per non incorrere nella cavitazione; viene indicato analogamente con il simbolo  $NPSH_{rich}$ .

Nel caso della pompa di alimento, avendo grande prevalenza ed elevata velocità di rotazione, l'NPSH richiesto è elevato, quindi è maggiore il rischio di cavitazione. Per fare in modo di aumentare l'NPSH disponibile nel circuito, in modo da soddisfare l'NPSH richiesto, è possibile adottare in pratica due diverse soluzioni, o entrambe:

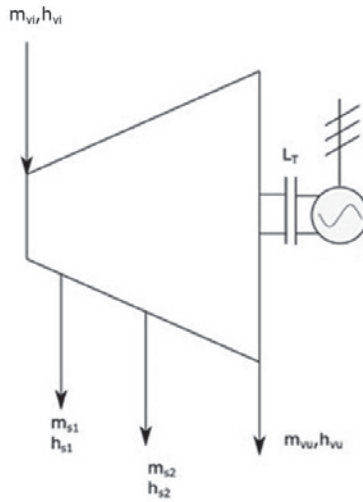
1. Una prima soluzione consiste nell'aumentare il carico idrostatico  $g(z_0 - z_n)$  mettendo più in alto il degasatore rispetto alla pompa di alimento; aumentando la lunghezza della tubazione crescono, per contro, le perdite di carico distribuite che sono proporzionali al quadrato della velocità del fluido e per diminuire la velocità del fluido, quindi ridurre le perdite di carico, è necessario aumentare il diametro della tubazione. Si ha perciò un maggior costo della tubazione di adduzione alla pompa di alimento sia per la maggiore lunghezza che per il maggiore diametro<sup>30</sup>.
2. Un'altra soluzione, diffusamente utilizzata, consiste nell'aumentare artificialmente l'NPSH disponibile nel circuito inserendo una pompa "booster" in serie, a monte della pompa di alimento. Questa soluzione permette, innalzando la pressione di 5-6 bar, di aumentare l'NPSH disponibile; all'NPSH del circuito viene in tal modo sommata la prevalenza della pompa booster. Si potrebbe ritenere che la pompa booster risenta delle stesse criticità di cavitazione della pompa di alimento, ma in realtà non è così; la pompa booster, infatti, ha una piccola prevalenza e dal punto della criticità è più simile alla pompa di estrazione. La pompa booster è mossa dallo stesso motore che aziona la pompa di alimento, calettata però direttamente sull'albero motore a monte del moltiplicatore di giri.

### **Turbina**

La figura 3.4.17 mostra lo schema funzionale di una turbina a vapore con due spillamenti intermedi. Lo schema può essere rappresentativo, in generale, di un qualsiasi tronco di turbina di alta, media o bassa pressione.

---

<sup>30</sup> Questo aspetto è stato oggetto, nel passato, di accurati studi di ottimizzazione da parte di ENEL.



**Figura 3.4.17.** Schema di turbina a vapore con 2 spillamenti di vapore.

Bilancio energetico della turbina

Nella figura 3.4.17 sono indicate con  $m_{v,i}$  e con  $m_{v,u}$  le masse di vapore all'ammissione e allo scarico e con  $m_{s,1}$  e  $m_{s,2}$  le masse dei due spillamenti di vapore. Risulta ovviamente:

$$m_{v,i} = m_{v,u} + m_{s,1} + m_{s,2} \quad (3.4.46)$$

Con riferimento all'espressione generale del bilancio energetico richiamata dalla relazione (3.4.2), considerata l'assenza di scambi di calore con l'esterno, si ha:

$$H_1 - H_2 = L_{1,2} = L_T \quad (3.4.47)$$

avendo indicato con  $L_T$  il lavoro della turbina. Esplicitando  $H_1$  e  $H_2$ :

$$L_T = H_1 - H_2 = m_{v,i}h_{v,i} - (m_{v,u}h_{v,u} + m_{s,1}h_{s,1} + m_{s,2}h_{s,2}) \quad (3.4.48)$$

Combinando la (3.4.48) con la (3.4.46) e riordinando l'equazione (3.4.48) per evidenziare l'effetto utile, si ottiene:

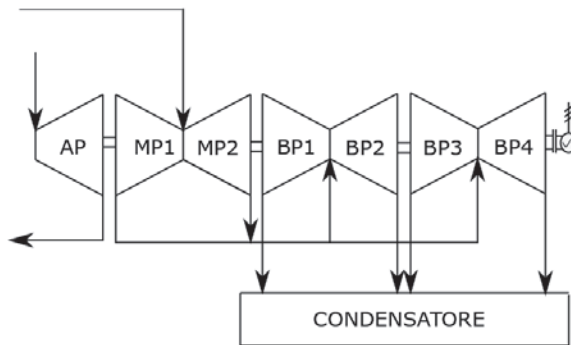
$$L_T = m_{v,u} \cdot (h_{v,i} - h_{v,u}) + m_{s,1} \cdot (h_{v,i} - h_{s,1}) + m_{s,2} \cdot (h_{v,i} - h_{s,2}) \quad (3.4.49)$$

Più in generale, per  $n$  spillamenti:

$$L_T = m_{v,u} \cdot (h_{v,i} - h_{v,u}) + \sum_{j=1}^n m_{s,j} \cdot (h_{v,i} - h_{s,j}) \quad (3.4.50)$$



Come già osservato, al diminuire della pressione durante l'espansione, i volumi specifici aumentano in modo pressoché inversamente proporzionale alla pressione. Lo smaltimento delle rilevanti portate volumetriche che ne conseguono impone, negli impianti di grande potenza, la suddivisione del corpo turbina di bassa pressione in due sezioni a flussi contrapposti (per bilanciare le spinte assiali), o perfino di suddividere in due sezioni (sempre a flussi contrapposti) la turbina di media pressione e in quattro sezioni (due corpi turbina con due sezioni a flussi contrapposti ciascuna) la turbina di bassa pressione, come mostrato nella figura 3.4.18 che segue.



**Figura 3.4.18.** Schema di treno turbina a vapore con un corpo di alta pressione, un corpo di media pressione con due sezioni a flussi contrapposti e due corpi di bassa pressione con due sezioni a flussi contrapposti ciascuna.

Generalmente, anche il condensatore è suddiviso come la turbina in sezioni distinte e separate. Nel caso di una sola turbina con due sezioni si ha solitamente un solo condensatore con due sezioni distinte, una per ciascuna sezione di turbina, come pure, nel caso di due corpi turbina con due sezioni ciascuna si hanno anche due condensatori, uno per ogni corpo turbina, ciascuno con due sezioni distinte, una per ogni sezione di turbina.

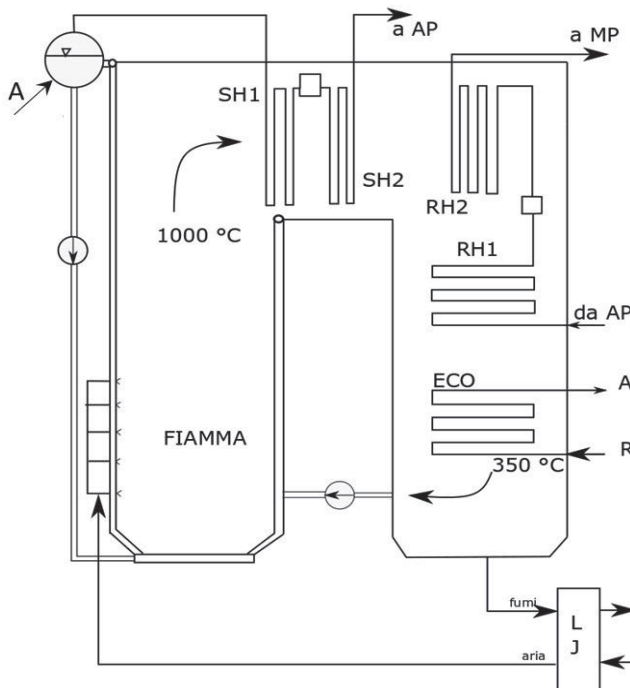
### Generatore di vapore

Il generatore di vapore è il componente dell'impianto a vapore preposto alla produzione del vapore ad alta pressione e ad alta temperatura mediante la combustione di un combustibile, generalmente fossile, prevalentemente carbone. Esso è un sistema molto complesso dal punto di vista costruttivo e funzionale.

Dal punto di vista costruttivo è una struttura di notevoli dimensioni, che può essere immaginata, nel caso di impianti di grande potenza (300÷600 MW) come un parallelepipedo con lati della base di

dimensioni dell'ordine di 30-40 m di larghezza, 50-60 m di lunghezza e altezza dell'ordine di 50-60 m, paragonabile a un grande edificio di 15-20 piani.

La figura 3.4.19 che segue mostra un'illustrazione schematica di una sezione longitudinale del generatore di vapore. Nella configurazione schematizzata in figura il generatore è costituito da due blocchi verticali, che nell'insieme costituiscono il "giro fumi" nei quali sono sistemati i banchi di scambiatori di calore preposti al preriscaldamento dell'acqua di alimento, vaporizzazione, surriscaldamento e risurriscaldamento del vapore, nell'ordine gli economizzatori o preriscaldatori (ECO), i vaporizzatori, i surriscaldatori (SH1, SH2) e i risurriscaldatori (RH1, RH2).



**Figura 3.4.19.** Rappresentazione schematica di un generatore di vapore.

Sulla sommità della caldaia, alla fine della camera di combustione e a monte di surriscaldatori, è generalmente presente un restringimento di sezione denominato "naso della caldaia" o "parete d'altare", che induce un aumento della velocità dei prodotti di combustione al fine di migliorare lo scambio termico nei banchi scambiatori a valle.

Si evidenzia che le dilatazioni dei componenti sottoposti ad alta temperatura, in particolare i tubi vaporizzatori, devono poter avvenire li-

beramente, senza essere contrastate dalla massa dei componenti stessi. Per questo motivo, l'involucro del generatore di vapore non è appoggiato al suolo ma è appeso mediante numerosi tiranti d'acciaio, a una incastellatura d'acciaio e sospeso a una altezza da terra di alcuni metri, in modo da consentire la libera dilatazione dei componenti operanti in regime di alta temperatura, in particolare, dei tubi vaporizzatori e di tutta la camera di combustione<sup>31</sup>.

Seguendo il percorso dell'acqua di alimento, essa arriva nel punto R dopo essere stata preriscaldata nel circuito rigenerativo ed entra nel preriscaldatore o economizzatore (ECO), dove scambia calore con i fumi a più bassa temperatura. Qui si riscalda fino ad una temperatura prossima a quella di saturazione, di poco inferiore per evitare principi di vaporizzazione, quindi lascia l'economizzatore al punto "A" e viene inviata ad un grosso serbatoio di accumulo denominato "corpo cilindrico" dove vigono condizioni di saturazione alla pressione massima del ciclo. Il corpo cilindrico può avere 2-3 metri di diametro e 10-20 m di lunghezza, a seconda della potenza dell'impianto, e il suo volume è occupato per circa metà dalla fase liquida e per metà dalla fase vapore. Pertanto, oltre a fungere da separatore delle fasi liquida e vapore, esso rappresenta un importante volano di accumulo dell'acqua di alimento, molto più grande del degasatore. Il corpo cilindrico è assente negli impianti USC perché a pressione maggiore di quella critica non si ha distinzione tra fase liquida e fase vapore.

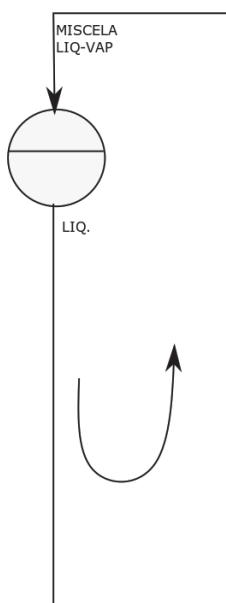
Dal fondo del corpo cilindrico si diparte una serie di grossi tubi esterni (tubi di caduta) attraverso i quali la fase liquida viene inviata ai collettori inferiori di raccolta situati alla base della camera di combustione. Dai collettori inferiori il liquido, compresso per via del carico idrostatico, viene distribuito nei tubi vaporizzatori (di minore diametro) disposti verticalmente e affiancati l'uno all'altro senza soluzione di continuità in modo da formare una serie di schermi che rivestono interamente le pareti della camera di combustione (pareti "membranate"). In tal modo i prodotti della combustione scambiano calore per irraggiamento diretto sulle pareti membranate della camera di combustione. I tubi vaporizzatori convergono in collettori superiori che si ricollegano al corpo cilindrico.

L'insieme dei tubi di caduta e dei tubi vaporizzatori realizza un circuito idraulico che si chiude nel corpo cilindrico come mostrato in figura 3.4.20. Il liquido compresso distribuito dai collettori inferiori risale nei tubi vaporizzatori e, assorbendo calore per irraggiamento, inizia a vaporizzare. I generatori di vapore di vecchia costruzione, operanti a

---

<sup>31</sup> Sono normali dilatazioni lineari dell'ordine di 20-30 cm.

pressioni non molto elevate, sono a circolazione naturale, indotta dalla differenza di densità tra il liquido che lascia il corpo cilindrico per entrare nei tubi di caduta e il vapore che esce dai tubi vaporizzatori per rientrare nel corpo cilindrico. I generatori più moderni, operanti a pressioni più elevate, sono invece a circolazione accelerata o forzata, che avviene con l'ausilio di una pompa di circolazione.



**Figura 3.4.20.** Schema del circuito dei tubi vaporizzatori.

Nei tubi vaporizzatori non si ha la totale vaporizzazione del liquido ma solo di una frazione di esso, peraltro relativamente piccola, per cui all'uscita dei tubi vaporizzatori si ha sempre una miscela liquido-vapore con titolo molto basso. Una caratteristica funzionale dei vaporizzatori è il rapporto o cifra di circolazione  $R = \frac{m_a}{m_v}$  definito come rapporto fra la massa d'acqua entrante nei tubi vaporizzatori (massa di miscela liquido-vapore in uscita) e la massa di vapore contenuta nella miscela uscente. Questo parametro non è altro che l'inverso del titolo ed è dell'ordine di 5-10. Ad esempio, per  $R = 10$ , all'uscita dei tubi vaporizzatori si ha una miscela bifase costituita dal 10% di vapore e dal 90% di liquido (titolo  $x = 0,10$ ). Talvolta, nel gergo impiantistico, il rapporto di circolazione è definito come il numero di volte che una determinata massa di liquido deve circolare nei tubi vaporizzatori per vaporizzare completamente.

All'interno del corpo cilindrico, il vapore saturo uscente passa attraverso un sistema di separatori di gocce che servono per inibire il trasci-

namento di fase liquida. Ciò per evitare che i sali ancora disciolti nel liquido, seppure in minima concentrazione, possano essere trascinati dal vapore per poi depositarsi nei surriscaldatori, producendo incrostazioni che riducono i coefficienti di scambio termico e causano fenomeni di corrosione.

Il vapore saturo esce dalla parte alta del corpo cilindrico ed entra nei surriscaldatori per essere poi inviato in turbina. I surriscaldatori sono alloggiati nella parte più alta del generatore di vapore tra i due corpi verticali e sono costituiti da due o anche tre banchi distinti, separati dai sistemi di attemperamento del vapore. Per le elevate temperature dei prodotti di combustione all'ingresso del primo banco di surriscaldatori, dell'ordine di 1000 °C, i banchi sono generalmente disposti in equicorrente rispetto ai gas in modo che i gas a più alta temperatura attraversino preliminarmente la sezione di surriscaldamento a più bassa temperatura.

Gli attemperatori sono preposti al controllo della temperatura del vapore surriscaldato, che deve rimanere costante in ogni condizione di carico. Essi sono delle sezioni di tubazione situate tra un surriscaldatore e il successivo nelle quali viene iniettata acqua ad alta pressione proveniente direttamente dalla pompa di alimento. L'acqua, vaporizzando, determina una diminuzione della temperatura del vapore surriscaldato (attemperamento), prodotto ad una temperatura maggiore di quella di esercizio della turbina al fine di consentirne il controllo. La temperatura del vapore viene quindi regolata agendo sulla portata dell'acqua di attemperamento.

Il vapore uscente dalla turbina di alta pressione viene nuovamente inviato al generatore di vapore dove viene risurriscaldato. I risurriscaldatori sono disposti a valle dei surriscaldatori secondo il percorso dei fumi e sono suddivisi, analogamente ai surriscaldatori in due o più banchi intercalati dagli attemperatori. In questo caso, diversamente dai surriscaldatori, i diversi banchi sono disposti in controcorrente rispetto al percorso dei fumi, essendo situati in una zona dove le temperature dei fumi sono più basse.

Sul lato fumi si ha prima di tutto la camera di combustione, dove avviene la combustione del combustibile con l'aria comburente. La combustione è realizzata per mezzo di una batteria di bruciatori, con la generazione di fiamme che si sviluppano all'interno della camera di combustione. Essi sono disposti in file su più piani, generalmente nella parete frontale della camera di combustione, e sono generalmente brandeggiabili (a inclinazione variabile), in modo da consentire una più efficace distribuzione del carico termico ai carichi ridotti. Nella camera di combustione, come detto, si affacciano direttamente le pareti membranate costituite dai tubi vaporizzatori, di conseguenza lo scambio ter-

mico in camera di combustione avviene prevalentemente per irraggiamento<sup>32</sup>. Oltre che sulla parete frontale della camera di combustione, i bruciatori possono essere disposti in posizione tangenziale negli angoli tra le pareti, sempre su più piani. In questo caso, le fiamme generate creano un vortice che permette un più efficace scambio termico con i tubi vaporizzatori (combustione a ciclone).

Durante la combustione è importante il controllo della produzione di NO<sub>x</sub>, che dipende in modo esponenziale dalla temperatura (comincia a diventare significativa intorno a 1000 °C) e dalla disponibilità di ossigeno durante la combustione. Il controllo avviene perciò attraverso un'opportuna taratura del rapporto aria/combustibile nei diversi ranghi di bruciatori, attraverso l'introduzione di aria al di sopra di essi (overfire air, OFA) e attraverso il ricircolo dei gas (flue gas recirculation, FGR).

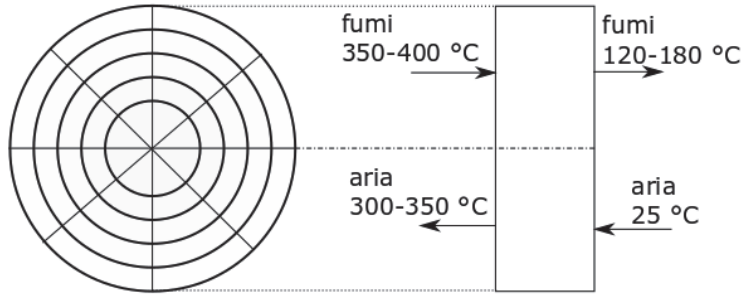
L'aria proveniente dall'esterno viene preriscaldata, prima dell'ingresso in camera di combustione, sfruttando il calore sensibile dei gas uscenti dal generatore di vapore. I prodotti di combustione a temperatura di 350-400 °C attraversano uno scambiatore rigenerativo rotante, denominato Ljungström, schematizzato in figura 3.4.21. La presenza del Ljungström, che recupera gran parte del calore sensibile dei fumi, è fondamentale per l'efficienza dell'impianto, poiché consente di mantenere elevato il rendimento del generatore di vapore nonostante il preriscaldamento dell'acqua di alimento nella linea di rigenerazione.

Il Ljungström è uno scambiatore di calore rotante formato da numerosi cestelli di lamierino sottile di acciaio, realizzati a nido d'ape in modo da costituire una grande massa metallica di accumulo termico con una grande superficie di scambio termico. Esso è suddiviso in due sezioni: per metà è attraversato dai fumi mentre l'altra metà è attraversata dall'aria in controcorrente. Le due sezioni sono separate da opportune tenute per evitare i trafileamenti per differenza di pressione da una sezione all'altra. Il Ljungström ruota a velocità molto bassa, circa 2-4 giri/min.

I fumi che fluiscono attraverso le scanalature dei cestelli cedono calore alla massa metallica e si raffreddano fino a una temperatura che, a seconda del combustibile utilizzato, può essere compresa nell'intervallo 120÷180 °C, più frequentemente intorno a 150÷160 °C. La rotazione continua del sistema di accumulo termico fa sì che la sezione riscaldata dai fumi sia poi attraversata dall'aria comburente che si riscalda, sottraendo calore alla massa metallica, fino a una temperatura di circa 300÷350 °C.

---

<sup>32</sup> Si ricorda che lo scambio termico per irraggiamento dipende dalla quarta potenza della temperatura assoluta.



**Figura 3.4.21.** Schematizzazione del Ljungström.

Come già precedentemente discusso (Cfr. § 2.5 – Rendimento di combustione) la presenza di zolfo nel combustibile determina la produzione di  $\text{SO}_2$  in sede di combustione e un aumento della temperatura di rugiada del vapore acqueo presente nei fumi. Un eccessivo raffreddamento dei gas di combustione, al di sotto della temperatura di rugiada, causerebbe la condensazione del vapore in essi presente, con conseguente produzione di acido solforico, per la presenza dell'anidride solforosa e dell'ossigeno reso disponibile dall'aria comburente introdotta in eccesso. Ciò causerebbe la produzione di condensa acida, deleteria per l'azione corrosiva sulle parti del Ljungström a temperatura più bassa. I combustibili utilizzati nel generatore di vapore hanno un tenore di zolfo inferiore all'1% stabilito dalla normativa vigente.

Bilancio energetico del generatore di vapore

Il bilancio energetico del generatore di vapore è più complesso rispetto agli altri componenti di impianto già esaminati e può essere sviluppato facendo riferimento alla figura 3.4.22 che segue e ricorrendo all'espressione generale richiamata dall'equazione (3.4.51).

$$H_2 - H_1 + \Delta E_{ch} = Q - L \quad (3.4.51)$$

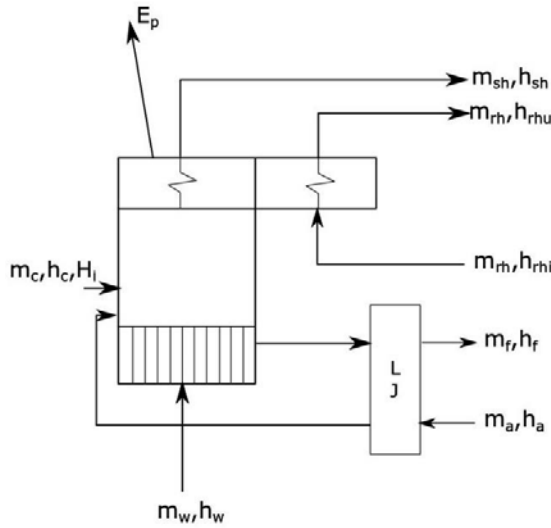


Figura 3.4.22. Schema del generatore di vapore ai fini del bilancio energetico.

Nella figura 3.4.21, i termini  $m_w$ ,  $m_{sh}$ ,  $m_{rh}$  rappresentano rispettivamente la massa d'acqua di alimento entrante nel generatore di vapore, la massa di vapore surriscaldato uscente e la massa di vapore risurriscaldato (entrante e uscente), supposto trascurabile l'apporto dell'acqua di attemperamento, i termini  $h_w$ ,  $h_{sh}$ ,  $h_{rh,i}$ ,  $h_{rh,u}$  le rispettive entalpie. Analogamente, i termini  $m_a$ ,  $m_c$ ,  $m_f$  rappresentano rispettivamente la massa di aria comburente e di combustibile entranti nel generatore di vapore e la massa di fumi uscenti, i termini  $h_a$ ,  $h_c$ ,  $h_f$  le rispettive entalpie,  $H_i$  il potere calorifico inferiore del combustibile. Il termine  $E_p$ , infine, assomma perdite di diversa natura specificate nel seguito.

Con riferimento all'equazione (3.4.51) si ha:

$$H_1 = m_w h_w + m_{rh,i} h_{rh,i} + m_a h_a + m_c h_c \quad (3.4.52)$$

$$H_2 = m_{sh} h_{sh} + m_{rh,u} h_{rh,u} + m_f h_f + \sum m_p h_p \quad (3.4.53)$$

$$-\Delta E_{ch} = m_c H_i - Q_{RI} \quad (3.4.54)$$

$$-Q = Q_{SE} \quad (3.4.55)$$

$$L = 0 \quad (3.4.56)$$

Nella (3.4.53), il termine  $\sum m_p h_p$  raccoglie tutte le perdite associate a flussi di materia uscenti a temperatura maggiore di quelle di riferimento,



in particolare, le perdite per calore sensibile delle ceneri e le perdite per spurghi del corpo cilindrico.

Nei generatori di vapore a carbone (la maggior parte nel settore della produzione elettrica) il carbone viene macinato e polverizzato nei mulini (granulometria media intorno a  $90\ \mu\text{m}$ ). Nel carbone sono sempre presenti solidi inerti (ceneri) in percentuale dipendente dal tipo e dalla provenienza del carbone. Le ceneri, come il carbone, presentano granulometria variabile e durante la combustione, le particelle più piccole e leggere (ceneri volanti) vengono trasportate dai gas di combustione e lasciano il generatore di vapore alla stessa temperatura dei fumi ( $120\div 180\ ^\circ\text{C}$ ), per essere poi catturate nei sistemi di abbattimento delle polveri (filtri elettrostatici o a manica) posti a valle del generatore di vapore; le particelle di maggiori dimensioni (ceneri pesanti) precipitano nel fondo del generatore di vapore, alla temperatura di  $300\div 400\ ^\circ\text{C}$ , in appositi sistemi di raccolta e raffreddate generalmente in un bagno d'acqua. Di conseguenza, le ceneri leggere e le ceneri pesanti portano con sé l'entalpia totale ( $m_{cen,l}h_{cen,l} + m_{cen,p}h_{cen,p}$ ).

L'acqua evolvente nel ciclo, pur essendo sottoposta ad un processo di demineralizzazione molto spinta, presenta sempre un contenuto residuo di sali, entro limiti di concentrazione stabiliti dal costruttore. Quando la miscela liquido-vapore giunge nel corpo cilindrico, il vapore si separa dall'acqua senza trascinare i sali, che si accumulano nel corpo cilindrico poiché l'acqua circolante viene continuamente reintegrata per compensare le fughe di varia natura presenti in varie parti dell'impianto (es. lo stesso spurgo del corpo cilindrico, fughe attraverso le tenute a labirinto della turbina, altre fughe dovute ad apertura di valvole, allo sfiato del degasatore, ecc.). Lo spurgo continuo del corpo cilindrico è perciò necessario per mantenere il livello di salinità entro i valori di salvaguardia prestabiliti. Di conseguenza, gli spurghi, se non recuperati, portano con sé l'entalpia totale ( $m_{sp}h_{sp}$ ).

Sempre nella (3.4.53), il termine  $m_f h_f$  rappresenta le perdite per calore sensibile dei fumi; si tratta di una perdita analoga, per tipologia, a quelle rappresentate dalla precedente sommatoria, ma si preferisce trattarla separatamente perché essa rappresenta la perdita più rilevante del generatore di vapore.

Nella (3.4.54), il termine  $Q_{RI}$  indica il calore di reazione occultato dagli incombusti sia solidi (particelle di carbonio residuo) che gassosi (principalmente monossido di carbonio, CO). Si osserva, per inciso, che proprio sulla base della misura della concentrazione di CO nei prodotti di combustione, indice di combustione incompleta, avviene la regolazione dell'eccesso d'aria.

Nella (3.4.55) il termine  $Q_{SE}$  è il calore, espresso in valore assoluto, che il generatore di vapore scambia (disperde) verso l'esterno a causa

delle alte temperature vigenti all'interno nonostante l'isolamento termico di cui è rivestito.

Il lavoro scambiato con l'esterno (eq. 3.4.56) è nullo. In realtà il generatore di vapore è dotato di numerosi organi ausiliari e accessori, in particolare i mulini per la polverizzazione del carbone, i ventilatori premententi (spingono l'aria in camera di combustione) e aspiranti (aspirano i fumi dall'uscita del generatore di vapore), l'azionamento elettrico per la movimentazione del Ljungström, ma i relativi assorbimenti elettrici e meccanici sono considerati esterni al generatore di vapore e se ne tiene conto attraverso il rendimento organico.

Infine, il termine  $E_p$  indicato nello schema di figura 3.4.21 include tutte le perdite di varia natura (per calore sensibile dei flussi di materia uscenti, per incombusti e per scambio termico con l'esterno), escluso il calore sensibile dei fumi, presenti nelle equazioni (3.4.53÷3.4.55):

$$E_p = \sum m_p h_p + Q_{RI} + Q_{SE} \quad (3.4.57)$$

Supponendo, come già accennato, che la massa d'acqua inviata dagli attemperatori sia trascurabile rispetto al flusso totale, si può assumere che la massa di vapore surriscaldato sia uguale alla massa d'acqua entrante nel generatore di vapore e proveniente dal ciclo rigenerativo e che la massa d'acqua all'uscita del risurriscaldatore sia uguale a quella all'ingresso, vale a dire:

$$m_{sh} = m_w \quad (3.4.58)$$

$$m_{rh,i} = m_{rh,u} = m_{rh} \quad (3.4.59)$$

Combinando le equazioni (3.4.52÷3.4.56) con l'equazione (3.4.51), tenendo conto delle uguaglianze (3.4.58) e (3.4.59), si ottiene:

$$\begin{aligned} m_{sh}(h_{sh} - h_w) + m_{rh}(h_{rh,u} - h_{rh,i}) + m_f h_f + \sum m_p h_p - (m_a h_a + m_c h_c) \\ = m_c H_i - Q_{RI} - Q_{SE} \end{aligned} \quad (3.4.60)$$

L'effetto utile del generatore di vapore è la produzione di vapore surriscaldato e risurriscaldato, in altri termini il trasferimento al ciclo termodinamico della quantità di calore  $Q_1$ , dato dalla relazione:

$$Q_1 = m_{sh}(h_{sh} - h_w) + m_{rh}(h_{rh,u} - h_{rh,i}) \quad (3.4.61)$$

Riorganizzando l'equazione (3.4.60) per esplicitare l'effetto utile si ha:

$$\begin{aligned}
& m_{sh}(h_{sh} - h_w) + m_{rh}(h_{rh,u} - h_{rh,i}) \\
&= [m_c(h_c + H_i) + m_a h_a] - [m_f h_f + (\sum m_p h_p + Q_{RI} + Q_{SE})] \quad (3.4.62) \\
&= [m_c(h_c + H_i) + m_a h_a] - [m_f h_f + E_p]
\end{aligned}$$

L'equazione (3.4.62) evidenzia che l'effetto utile  $Q_1$  è uguale all'energia complessivamente entrante nel generatore di vapore, pari a  $[m_c(h_c + H_i) + m_a h_a]$ , data essenzialmente dal termine  $m_c H_i$  (energia potenziale chimica del combustibile), a cui si aggiungono l'entalpia sensibile del combustibile  $m_c h_c$  e l'entalpia sensibile dell'aria  $m_a h_a$ , a cui vengono sottratte tutte le perdite precedentemente discusse, date dal termine  $[m_f h_f + (\sum m_p h_p + Q_{RI} + Q_{SE})] = [m_f h_f + E_p]$ .

Le entalpie dell'aria, dei fumi e del combustibile che compaiono nelle precedenti relazioni possono essere determinate mediante le seguenti relazioni:

$$h_a = \int_{T_0}^{T_a} c_{p,a} dT \quad (3.4.63)$$

$$h_f = \int_{T_0}^{T_f} c_{p,f} dT \quad (3.4.64)$$

$$h_c = \int_{T_0}^{T_c} c_{p,c} dT \quad (3.4.65)$$

Si osserva che le equazioni (3.4.63) e (3.4.64) per il calcolo delle entalpie dell'aria e dei fumi, si applicano rigorosamente sotto l'ipotesi di gas perfetto. Parimenti, l'equazione (3.4.65) per il calcolo dell'entalpia del combustibile, nel caso di combustibile gassoso si applica rigorosamente sempre sotto l'ipotesi di gas perfetto, ma è valida anche nel caso di combustibile liquido o solido poiché in questi casi si può assumere costante il calore specifico<sup>33</sup>.

In generale, l'aria entra nel volume di controllo a temperatura ambiente quindi  $h_a = 0$ , essendo  $T_a = T_0$ . Se l'aria viene preriscaldata prima dell'ingresso nel Ljungström (ad esempio all'avviamento, mediante riscaldatori elettrici, o in condizioni climatiche molto rigide, mediante aerotermi a vapore), l'entalpia dell'aria  $h_a$  non è nulla.

Per quanto riguarda il combustibile si possono verificare le seguenti situazioni:

- se il combustibile è solido non viene preriscaldato, quindi  $h_c = 0$ ;

<sup>33</sup> Non c'è distinzione, in questo caso, tra calore specifico a pressione e a volume costante.

- se il combustibile è gassoso ed è fornito da una rete di distribuzione (gas naturale) non viene di norma preriscaldato quindi  $h_c = 0$ ; se però il combustibile gassoso proviene da un processo industriale (gas d'altoforno, gas di raffineria, ecc.) si può avere  $T_c > T_0$  e, quindi,  $h_c > 0$ ;
- se il combustibile è liquido, si tratta di norma di un combustibile denso (categoria HFO, heavy fuel oil) ottenuto come residuo di raffinazione del petrolio, che essendo molto viscoso a temperatura ambiente deve essere preriscaldato e fluidizzato per poter essere facilmente "atomizzato" nei bruciatori. In questo caso, pertanto, è  $T_c > T_0$  e, quindi,  $h_c > 0$ .

Nel caso di generatori di vapore alimentati con carbone o con olio combustibile denso, l'avviamento non può essere effettuato con questi combustibili a causa della loro difficoltà di accensione, per cui si utilizza generalmente gasolio fino al raggiungimento di un regime termico della camera di combustione in grado di sostenere la combustione del carbone o dell'olio combustibile denso.

#### Rendimento del generatore di vapore

In conformità alla definizione generale del rendimento di un sistema di conversione dell'energia, quale rapporto tra l'effetto utile e quanto è stato messo a disposizione per ottenere l'effetto utile, il rendimento del generatore di vapore può essere definito, con riferimento all'equazione (3.4.61), che esprime l'effetto utile, e all'equazione di bilancio energetico (3.4.62), come rapporto tra il calore  $Q_1$  trasferito all'acqua e l'energia complessivamente entrante nel generatore di vapore [ $m_c(h_c + H_i) + m_a h_a$ ]:

$$\eta_{gv} = \frac{Q_1}{m_c(h_c + H_i) + m_a h_a} \quad (3.4.66)$$

L'equazione (3.4.66) esprime il rendimento del generatore di vapore in forma diretta, conforme alla sua definizione operativa. In virtù del bilancio energetico di cui all'equazione (3.4.62) il rendimento può essere espresso in forma indiretta, in funzione delle perdite, secondo la relazione:

$$\eta_{gv} = 1 - \frac{m_f h_f + \sum m_p h_p + Q_{RI} + Q_{SE}}{m_c(h_c + H_i) + m_a h_a} \quad (3.4.67)$$

La formulazione indiretta è preferita quando il rendimento debba essere determinato sperimentalmente, ad esempio in sede di collaudo. Infatti, per un determinato valore del denominatore, comune alle due espressioni, un errore di misura, ad esempio del 5%, sulla valutazione del  $Q_1$ , si traduce direttamente in un errore della stessa entità (5%) sulla determinazione del rendimento. Diversamente, un errore sempre del

5% sulla valutazione delle perdite si traduce in un errore sul rendimento di un ordine di grandezza inferiore, essendo le perdite dell'ordine del 10% dell'energia primaria introdotta nel generatore di vapore.

In termini analitici rigorosi, posto per semplicità  $h_a = h_c = 0$ , assunta esente da errore, sempre per semplicità, la misura del termine  $m_c \cdot H_i$  e indicata con  $Q_p$  l'energia complessivamente perduta, vale a dire  $Q_p = (m_f h_f + \sum m_p h_p + Q_{RI} + Q_{SE}) = (m_f h_f + E_p)$ , esprimendo in termini differenziali le due formulazioni diretta e indiretta del rendimento, si ha infatti:

Formulazione diretta

$$\eta_{gv} = \frac{Q_1}{m_c \cdot H_i} \quad (3.4.68)$$

$$d\eta_{gv} = \frac{dQ_1}{m_c \cdot H_i} = \frac{\eta_{gv}}{Q_1} dQ_1$$

e quindi:

$$\frac{d\eta_{gv}}{\eta_{gv}} = \frac{dQ_1}{Q_1} \quad (3.4.69)$$

Dalla (3.4.69) si evince che l'errore relativo (o percentuale) sulla misura del  $Q_1$  si traduce in un uguale errore relativo (o percentuale) sulla determinazione del rendimento.

Formulazione indiretta

$$\eta_{gv} = 1 - \frac{Q_p}{m_c \cdot H_i}$$

$$d\eta_{gv} = -\frac{dQ_p}{m_c \cdot H_i} = -\frac{\eta_{gv}}{Q_1} dQ_p \quad (3.4.70)$$

$$\frac{d\eta_{gv}}{\eta_{gv}} = -\frac{dQ_p}{Q_1} = -\frac{Q_p}{Q_1} \cdot \frac{dQ_p}{Q_p}$$

D'altra parte, per le (3.4.68) e (3.4.70) si ha:

$$Q_1 = \eta_{gv} \cdot m_c \cdot H_i \quad (3.4.71)$$

$$Q_p = (1 - \eta_{gv}) \cdot m_c \cdot H_i$$

per cui:

$$\frac{d\eta_{gv}}{\eta_{gv}} = -\frac{(1 - \eta_{gv})}{\eta_{gv}} \cdot \frac{dQ_p}{Q_p} \quad (3.4.72)$$

Dalla (3.4.72) si evince che con la formulazione indiretta l'errore relativo (o percentuale) sulla misura del  $Q_p$  si traduce in un errore relativo (o percentuale) sulla determinazione del rendimento di un ordine di grandezza inferiore rispetto al caso precedente. Ad esempio, posto  $\eta_{gv} = 0,90$ , risulta  $\frac{(1-\eta_{gv})}{\eta_{gv}} = \frac{0,10}{0,90} = 0,11$ , per cui, in virtù della (3.4.72), l'errore sulla determinazione del rendimento è pari all'11% dell'errore sulla misura delle perdite  $Q_p$ .

Generalmente si associa al rendimento del generatore di vapore un valore tipico convenzionale pari al 90%. Le perdite, convenzionalmente pari al 10% sono distribuite tra i vari termini che compaiono nell'equazione (3.4.67) come segue (Cfr. § 2.5 – Rendimento di combustione):

- 5-7 % perdite  $m_f h_f$  per calore sensibile dei fumi;
- 0,5-1 % perdite  $\sum m_p h_p$  per trasporto di entalpia di flussi di materia uscenti;
- 1-3 % perdite  $Q_{RI}$  per incombusti solidi e gassosi;
- 0,5-1 % perdite  $Q_{SE}$  per scambio termico con l'esterno.

Per diminuire le perdite per incombusti  $Q_{RI}$  è possibile aumentare l'eccesso d'aria per migliorare la combustione; un aumento dell'aria comburente comporta però un aumento della massa dei fumi essendo  $m_f = m_a + m_c$  e, quindi, un aumento delle perdite per calore sensibile dei fumi  $m_f h_f$ . L'eccesso d'aria deve essere quindi ottimizzato in modo tale da minimizzare la somma delle due perdite  $Q_{RI}$  e  $m_f h_f$ .

## Capitolo 4

# Impianti motori a gas

### 4.1 Circuito elementare e ciclo termodinamico

Il ciclo termodinamico dell'impianto di turbina a gas viene analizzato nelle tre sedi ideale, limite e reale. Il comportamento volumetrico del fluido termodinamico gassoso viene assimilato a quello del gas perfetto anche nelle sedi limite e reale, oltretutto ideale. Il calore specifico a pressione costante dipende dalla temperatura, ma in sede ideale è assunto costante per semplicità di trattazione. Nelle sedi limite e reale il fluido termodinamico, operando in un impianto motore termico a combustione interna, cambia la sua composizione durante la sua evoluzione lungo il ciclo, passando da aria a prodotti di combustione, di conseguenza variano le sue proprietà termofisiche. La differenza fra la sede ideale e la sede limite è dovuta essenzialmente alle variazioni del calore specifico a pressione costante in relazione sia alle variazioni di temperatura che di composizione.

Il ciclo di riferimento basilare per gli impianti di turbina a gas è il ciclo termodinamico di Joule o di Brayton<sup>1</sup>, nel seguito indicato semplicemente come "ciclo di Joule". La figura 4.1.1 mostra la configurazione del ciclo di Joule nel piano  $T$ - $s$ . Poiché nel caso di comportamento volumetrico di gas perfetto le variazioni di entalpia sono proporzionali alle variazioni di temperatura, essendo  $dh = c_p dT$ , il ciclo è rappresentato allo stesso modo nel piano  $h$ - $s$ , essendo diversa solo la scala delle ordinate<sup>2</sup>. Per questo motivo, sull'asse delle ordinate del piano termodina-

---

<sup>1</sup> Il ciclo è stato concepito pressoché contemporaneamente dal fisico inglese James Prescott Joule (1818-1889) e dall'ingegnere statunitense George Brayton (1830-1892).

<sup>2</sup> Ciò vale anche per le sedi limite e reale avendo supposto il comportamento volumetrico di gas perfetto anche con riferimento a queste sedi di studio.

mico rappresentato in figura 4.1.1 sono riportate entrambe le variabili di stato  $T$  e  $h$ .

Ai fini dello studio del ciclo in sede ideale, si fa riferimento ad un impianto a circuito chiuso come quello rappresentato in figura 4.1.2, in cui lo scambio di calore con l'esterno avviene per mezzo di scambiatori di calore e, all'interno del ciclo, il fluido operativo non è soggetto a reazioni chimiche di combustione. Pertanto, la composizione chimica del fluido operativo rimane costante, mentre il trasferimento di calore dall'esterno può avvenire mediante una combustione esterna, che non ha nessuna influenza sulla composizione del fluido operativo del ciclo, ovvero mediante altra fonte energetica esterna (energia solare, energia nucleare, recuperi termici, ecc.).

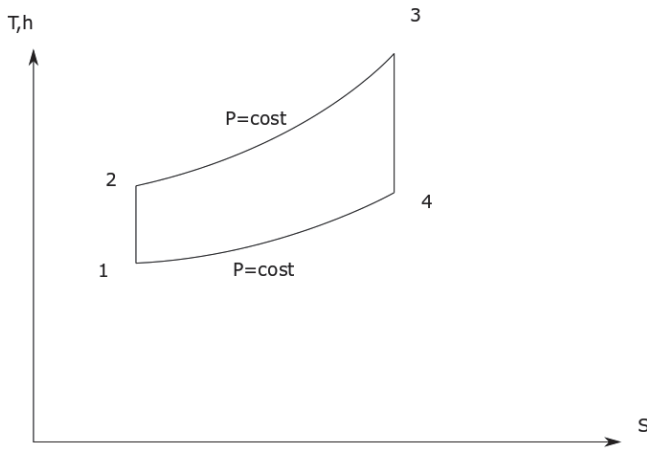


Figura 4.1.1. Ciclo di Joule in sede ideale nel piano termodinamico  $T$ - $s$  ( $h$ - $s$ ).

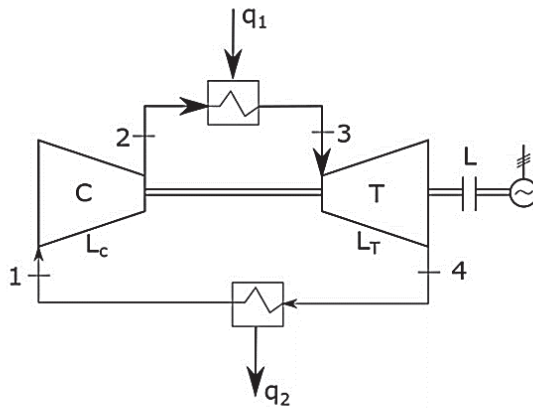


Figura 4.1.2. Schema di impianto di turbina a gas a circuito chiuso.



Con riferimento alle figure 4.1.1 e 4.1.2, il ciclo termodinamico è composto da due trasformazioni adiabatiche reversibili, perciò isoentropiche, di compressione (1-2) e di espansione (3-4), realizzate dal compressore e dalla turbina rispettivamente, alternate a due trasformazioni isobare di riscaldamento (2-3) e di raffreddamento (4-1) del fluido operativo, realizzate da due scambiatori di calore con l'esterno.

Nello schema di figura 4.1.2, compressore, turbina e utilizzatore sono calettati sullo stesso albero, quindi una parte del lavoro prodotto in turbina viene direttamente utilizzato per azionare il compressore. Questa soluzione è quella più comune nelle turbine a gas per applicazioni industriali (heavy duty), mentre le turbine a gas aeronautiche o di derivazione aeronautica (aeroderivative), come si vedrà nel seguito, sono basate su più gruppi di compressione e di espansione calettati su più assi.

### Analisi del ciclo di Joule in sede ideale

Lo studio del ciclo presuppone la specifica preliminare delle caratteristiche funzionali della turbina a gas, rappresentate essenzialmente dai valori minimi e massimi della temperatura  $T_{min}$ ,  $T_{max}$  e della pressione  $p_{min}$ ,  $p_{max}$  del ciclo. Nella realtà, le turbine a gas, salvo poche eccezioni, sono motori termici a combustione interna e, quindi, sono impianti a circuito aperto; pertanto la temperatura e la pressione minime  $T_{min}$  e  $p_{min}$  coincidono con la temperatura e la pressione ambiente, intese come condizioni di riferimento e indicate anche con  $T_0$  e  $p_0$ . La pressione massima  $p_{max}$  e, soprattutto, la temperatura massima  $T_{max}$  (all'ingresso in turbina) dipendono dalla tecnologia, in continuo sviluppo. Pertanto, si ha:

$$p_1 = p_{min} = p_0 \quad (4.1.1)$$

$$T_1 = T_{min} = T_0 \quad (4.1.2)$$

Inoltre, essendo le trasformazioni 2-3 e 4-1 isobare, si ha:

$$p_3 = p_2 \quad (4.1.3)$$

$$p_4 = p_1 \quad (4.1.4)$$

Si introducono due parametri caratteristici: il rapporto di compressione manometrico  $\beta$  tra le pressioni massima e minima del ciclo e il rapporto  $\tau$  tra le temperature massima e minima del ciclo, definiti dalle relazioni:

$$\beta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} \quad (4.1.5)$$

$$\tau = \frac{T_3}{T_1} \quad (4.1.6)$$

Ai fini dell'analisi delle trasformazioni e dello stato termodinamico dei punti cardinali del ciclo è opportuno richiamare preliminarmente alcune relazioni caratteristiche necessarie per il calcolo delle trasformazioni.

Come si ricorderà, l'equazione della trasformazione adiabatica reversibile, ossia della trasformazione isoentropica, si può esprimere mediante le tre relazioni equivalenti:

$$pv^k = \text{cost} \quad (4.1.7)$$

$$Tv^{k-1} = \text{cost} \quad (4.1.8)$$

$$\frac{T}{p^{\frac{k-1}{k}}} = \text{cost} \quad (4.1.9)$$

Nella fattispecie, essendo le caratteristiche operative del ciclo specificate attraverso i valori delle temperature e delle pressioni estreme, la relazione (4.1.9) è di più immediata applicazione.

Per le due trasformazioni isoentropiche di compressione e di espansione si ha quindi:

$$\frac{T_1}{p_1^{\frac{k-1}{k}}} = \frac{T_2}{p_2^{\frac{k-1}{k}}} \quad (4.1.10)$$

$$\frac{T_3}{p_3^{\frac{k-1}{k}}} = \frac{T_4}{p_4^{\frac{k-1}{k}}}$$

da cui:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (4.1.11)$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Posto per semplicità di scrittura:  $\lambda = \frac{k-1}{k}$ , si ha ancora:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^\lambda = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^\lambda = \frac{T_3}{T_4} \quad (4.1.12)$$

quindi:

$$\beta^\lambda = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \quad (4.1.13)$$

Dalla relazione (4.1.13) si evince anche che il prodotto delle temperature estreme è uguale al prodotto delle temperature intermedie, in questo caso si dice che il ciclo è simmetrico:

$$T_1 T_3 = T_2 T_4 \quad (4.1.14)$$

Ciò premesso, in quanto segue vengono descritte in dettaglio le trasformazioni del ciclo di Joule (figure 4.1.1 e 4.1.2) e i relativi scambi energetici con l'esterno, con procedimento analogo a quello già seguito per l'analisi dei cicli a vapore.

#### Trasformazione 1-2

Il fluido operativo alla pressione minima del ciclo (1) viene compresso fino alla pressione massima (2) mediante una trasformazione di compressione adiabatica reversibile, perciò isoentropica, realizzata per mezzo di un compressore nell'impianto schematizzato nella figura 4.1.2. L'analisi energetica della trasformazione può essere effettuata con riferimento all'equazione del 1° principio della termodinamica:

$$dh = \delta q - \delta l \quad (4.1.15)$$

Durante la trasformazione non si ha scambio di calore per cui  $\delta q = 0$ ; inoltre il lavoro è negativo in quanto compiuto dall'esterno sul sistema, per cui integrando l'equazione (4.1.15) tra gli estremi della trasformazione si ha:

$$l_C = -l_{12} = \int_1^2 dh = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) \quad (4.1.16)$$

essendo  $l_C = -l_{12}$  il lavoro del compressore valutato in termini positivi ( $T_2 > T_1$ ).

Come si ricorderà, mettendo a sistema l'equazione di Mayer  $R = c_p - c_v$  con il rapporto  $k = \frac{c_p}{c_v}$  tra i calori specifici a pressione e a volume costante, i calori specifici a pressione e a volume costante possono essere espressi in funzione di  $k$  e  $R$  mediante le relazioni:

$$c_p = \frac{k}{k-1} R \quad (4.1.17)$$

$$c_v = \frac{1}{k-1} R$$

per cui la (4.1.16) diventa:

$$l_c = \frac{k}{k-1} RT_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{k}{k-1} RT_1 \left( \beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \quad (4.1.18)$$

L'equazione (4.1.18) esprime il lavoro specifico del compressore  $l_c$  in funzione delle caratteristiche fisiche del fluido  $R$  e  $k$ , della caratteristica funzionale  $\beta$  e della temperatura  $T_1$ .

#### Trasformazione 2-3

Il gas compresso alla pressione massima del ciclo (2) viene riscaldato a pressione costante nello scambiatore di calore alla sorgente termica superiore fino a raggiungere la temperatura massima del ciclo (3).

Durante la trasformazione viene fornito calore dall'esterno, per cui  $\delta q > 0$ , ma non vi sono organi mobili interni alla trasformazione, per cui  $\delta l = 0$ . Integrando l'equazione (4.1.15) tra gli estremi della trasformazione si ha pertanto:

$$q_1 = q_{23} = \int_2^3 dh = h_3 - h_2 = c_p(T_3 - T_2) \quad (4.1.19)$$

essendo  $q_1 = q_{23}$  il calore complessivamente fornito dall'esterno, positivo perché entrante nel ciclo ( $T_3 > T_2$ ).

Rielaborando la (4.1.19) come nel caso precedente si ottiene:

$$q_1 = \frac{k}{k-1} RT_1 \left( \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{k}{k-1} RT_1 \left( \tau - \beta^{\frac{k-1}{k}} \right) \quad (4.1.20)$$

L'equazione (4.1.20) esprime il calore  $q_1$  fornito dall'esterno in funzione delle caratteristiche fisiche del fluido  $R$  e  $k$ , delle caratteristiche funzionali  $\beta$  e  $\tau$  e della temperatura  $T_1$ .

#### Trasformazione 3-4

Il gas a pressione e temperatura massime del ciclo (3) espande secondo una trasformazione isoentropica, realizzata mediante una turbina nell'impianto schematizzato nella figura 4.1.2, fino alla pressione minima del ciclo (4).

Durante la trasformazione non si ha scambio di calore con l'esterno per cui  $\delta q = 0$ ; il lavoro è positivo in quanto compiuto dal sistema

sull'esterno, per cui integrando l'equazione (4.1.15) tra gli estremi della trasformazione si ha:

$$l_T = l_{34} = - \int_3^4 dh = h_3 - h_4 = c_p(T_3 - T_4) \quad (4.1.21)$$

essendo  $l_T = l_{34}$  il lavoro della turbina che, come detto, è positivo ( $T_3 > T_4$ ).

Rielaborando la (4.1.21) come nei casi precedenti si ottiene:

$$l_T = \frac{k}{k-1} RT_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3}\right) = \frac{k}{k-1} RT_1 \tau \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{k-1}{k}}}\right) \quad (4.1.22)$$

L'equazione (4.1.22) esprime il lavoro specifico della turbina  $l_T$  in funzione delle caratteristiche fisiche del fluido  $R$  e  $k$ , delle caratteristiche funzionali  $\beta$  e  $\tau$  e della temperatura  $T_1$ .

#### Trasformazione 4-1

Il gas a fine espansione si trova ad una temperatura ancora molto elevata e pertanto deve essere raffreddato per essere riportato al punto iniziale del ciclo (1). Durante la trasformazione 4-1 viene quindi sottratto calore che viene ceduto all'esterno, per cui  $\delta q < 0$ , ma non vi sono organi mobili interni alla trasformazione, per cui  $\delta l = 0$ . Integrando l'equazione (4.1.1) tra gli estremi della trasformazione si ha:

$$q_2 = -q_{41} = - \int_4^1 dh = h_4 - h_1 = c_p(T_4 - T_1) \quad (4.1.23)$$

essendo  $q_2 = -q_{41}$  il calore ceduto all'esterno valutato in termini positivi ( $T_4 > T_1$ ).

Rielaborando infine la (4.1.23) come nei casi precedenti si ottiene:

$$q_2 = \frac{k}{k-1} RT_1 \left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right) = \frac{k}{k-1} RT_1 \left(\frac{T_3 T_4}{T_1 T_3} - 1\right) = \frac{k}{k-1} RT_1 \left(\frac{\tau}{\beta^{\frac{k-1}{k}}} - 1\right) \quad (4.1.24)$$

L'equazione (4.1.24) esprime il calore  $q_2$  ceduto all'esterno in funzione delle caratteristiche fisiche del fluido  $R$  e  $k$ , delle caratteristiche funzionali  $\beta$  e  $\tau$  e della temperatura  $T_1$ .

#### Influenza sul ciclo termodinamico delle caratteristiche $\beta$ e $\tau$

Avendo espresso tutte le relazioni di scambio energetico  $l_C$ ,  $l_T$ ,  $q_1$  e  $q_2$ , in funzione delle caratteristiche funzionali  $\beta$  e  $\tau$ , è possibile valutarne l'andamento in funzione di questi parametri. Un'analisi di tipo qualitativo può essere effettuata esaminando graficamente l'evoluzione del

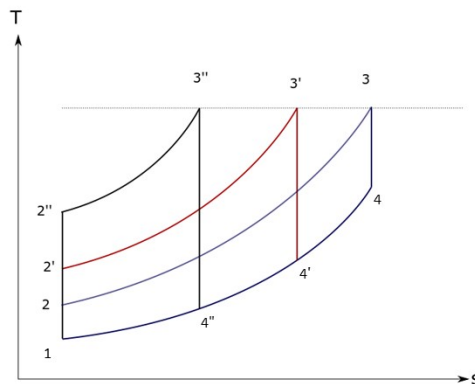
ciclo sul piano termodinamico al variare delle caratteristiche  $\beta$  e  $\tau$  come di seguito illustrato.

A parità di temperatura massima del ciclo  $T_3$  (e quindi del parametro  $\tau$ ), all'aumentare del rapporto di compressione  $\beta$  il ciclo modifica la sua forma come mostrato in figura 4.1.3.

Dalla figura 4.1.3 si evince che all'aumentare di  $\beta$ , per un prefissato valore di  $\tau$ , aumentano i lavori specifici richiesti dal compressore  $l_C$  e prodotto dalla turbina  $l_T$ , mentre diminuiscono il calore  $q_1$  fornito dall'esterno, perché a fine compressione si ha una temperatura più alta, e il calore  $q_2$  ceduto all'esterno, perché a fine espansione si ha una temperatura più bassa.

È appena il caso di ricordare che nel piano  $h-s$  i segmenti  $\overline{12}$  e  $\overline{34}$  rappresentano rispettivamente i lavori di compressione e di espansione ed essendo le differenze di entalpia proporzionali alle differenze di temperatura, detti segmenti sono proporzionali ai corrispondenti lavori nel piano  $T-s$ . Affinché si produca effetto utile è perciò necessario che  $\overline{34} > \overline{12}$ . Ciò è proprio quanto si riscontra nei piani termodinamici  $T-s$  e  $h-s$ , poiché in entrambi i piani le isobare sono curve esponenziali e, quindi, divergenti in direzione verticale.

Come detto, il valore della temperatura massima  $T_3$  dipende dalla tecnologia, più specificamente dalle caratteristiche dei materiali utilizzati per i componenti soggetti alle più alte temperature, come le camere di combustione e le palettature dei primi stadi della turbina, e dalle tecnologie adottate per il raffreddamento dei componenti in parola. Per le turbine a gas più sofisticate si ha attualmente  $T_{max} = T_3 = 1500 \div 1600$  °C. Le leghe metalliche con cui sono costruite le palette non possono sopportare temperature così elevate, quindi le palettature devono essere isolate termicamente dai gas combusti e raffreddate e ciò si realizza mediante tecnologie molto sofisticate in incessante sviluppo.

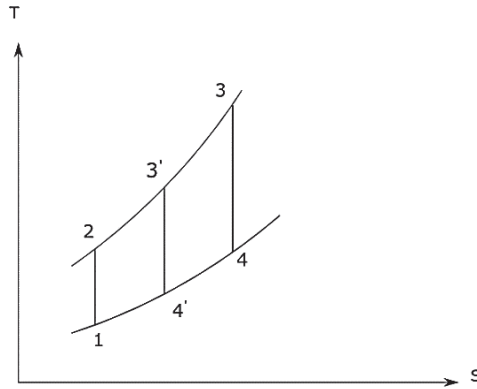


**Figura 4.1.3.** Configurazione del ciclo ideale al variare del rapporto di compressione.

A parità di pressione massima del ciclo  $p_3$  (e quindi del rapporto di compressione  $\beta$ ), all'aumentare del parametro  $\tau$  il ciclo modifica la sua forma come mostrato in figura 4.1.4.

Dalla figura 4.1.4 si evince che all'aumentare di  $\tau$ , per un prefissato valore di  $\beta$ , aumenta il lavoro specifico  $l_T$  prodotto dalla turbina, mentre il lavoro specifico  $l_C$  richiesto dal compressore rimane costante; di conseguenza aumenta il lavoro specifico del ciclo, mentre aumentano anche entrambe le quantità di calore  $q_1$  e  $q_2$  scambiate con l'esterno.

Nelle sedi reversibili ideale e limite, come si ricorderà, l'area racchiusa dal ciclo rappresenta il lavoro specifico, per cui l'aumento dell'area del ciclo conseguente all'aumento della temperatura massima (punti 3' e 3) sancisce l'aumento del lavoro specifico del ciclo. Nel piano di figura 4.1.4 ciò è ulteriormente evidenziato dal confronto tra i segmenti  $\overline{34}$  e  $\overline{3'4'}$  proporzionali al lavoro della turbina.



**Figura 4.1.4.** Configurazione del ciclo ideale al variare della temperatura massima.

### Rendimento del ciclo di Joule in sede ideale

Il rendimento del ciclo ideale  $\eta_{id}$  è espresso dalla relazione generale:

$$\eta_{id} = \frac{l_u}{q_1} = \frac{l_T - l_C}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} \quad (4.1.25)$$

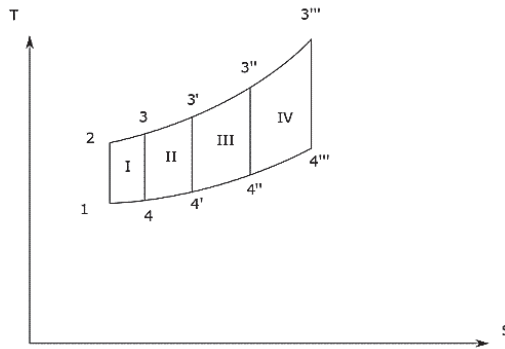
Sostituendo a  $q_1$  e a  $q_2$  le espressioni di cui alle equazioni (4.1.19) e (4.1.23); si ottiene:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{c_p(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_1 \left( \frac{T_4}{T_1} - 1 \right)}{T_2 \left( \frac{T_3}{T_2} - 1 \right)} \quad (4.1.26)$$

Essendo per la (4.1.14)  $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$ , risulta infine:

$$\eta_{id} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \quad (4.1.27)$$

L'equazione (4.1.27) evidenzia che il rendimento ideale dipende solo dal rapporto di compressione  $\beta$ , mentre non dipende affatto dalla temperatura massima  $T_3$ , o dal parametro  $\tau$ . Il che può apparire strano poiché, di norma, il rendimento di un ciclo termodinamico aumenta all'aumentare della temperatura massima. In questo caso però, come si può osservare in figura 4.1.4, all'aumentare della temperatura massima si ha anche un aumento del calore  $q_2$  ceduto all'esterno, il cui effetto sul rendimento è opposto a quello dell'aumento della temperatura. L'effetto complessivo sul ciclo, sintetizzato dalla relazione (4.1.27) può essere spiegato suddividendo il ciclo termodinamico in sub-cicli parziali come indicato nella figura 4.1.5.



**Figura 4.1.5.** Suddivisione del ciclo di Joule in cicli parziali.

È facile verificare che ognuno di questi cicli ha lo stesso rendimento espresso dall'equazione (4.1.27). Infatti, sempre per la (4.1.27), si ha:

$$\begin{aligned} \eta_I &= 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \\ \eta_{II} &= 1 - \frac{T_4}{T_3} = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \\ \eta_{III} &= 1 - \frac{T_{4'}}{T_{3'}} = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \\ &\dots \end{aligned} \quad (4.1.28)$$

Nelle (4.1.28), la prima espressione del rendimento dei cicli parziali a secondo membro, in cui la frazione di calore non utilizzata è espressa attra-



verso un rapporto di temperature, richiama l'espressione del rendimento del ciclo di Carnot, e diventa effettivamente tale se il ciclo viene suddiviso, al limite, in infiniti cicli parziali di estensione infinitesima.

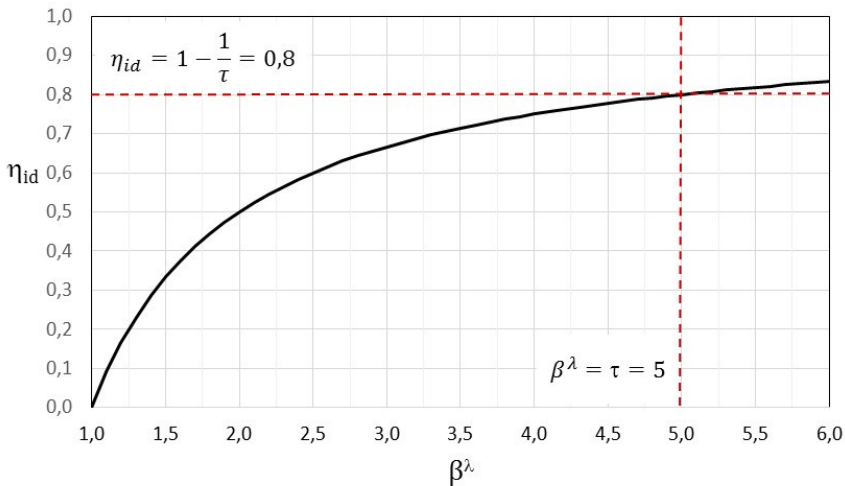
D'altra parte, come già discusso in § 3.2, il rendimento globale del ciclo è dato dalla media pesata, rispetto alle frazioni del calore entrante, dei rendimenti dei singoli cicli parziali che lo compongono, vale cioè la relazione:

$$\eta_{id} = \frac{\sum \eta_i q_{1,i}}{\sum q_{1,i}} \quad (4.1.29)$$

Combinando la (4.1.29) con le equazioni (4.1.28), risulta infine:

$$\eta_{id} = \frac{\sum \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) q_{1,i}}{\sum q_{1,i}} = \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) \frac{\sum q_{1,i}}{\sum q_{1,i}} = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \quad (4.1.30)$$

La figura 4.1.6 riporta la rappresentazione grafica del rendimento del ciclo ideale espresso dalla (4.1.27) in funzione del rapporto di compressione  $\beta^3$ .



**Figura 4.1.6.** Rendimento del ciclo ideale in funzione del rapporto di compressione.

L'asse delle ascisse ha l'origine in corrispondenza di  $\beta = 1$ , che rappresenta il valore limite minimo a cui tende il rapporto di compressione per  $p_2 \rightarrow p_1$  (e ovviamente  $p_3 \rightarrow p_4$ ).

<sup>3</sup> Per esigenze di rappresentazione grafica il rendimento è riportato in funzione di  $\beta^\lambda$ .

Come si vede dalla figura 4.1.6 (e dall'equazione (4.1.27)), il rendimento ideale presenta i seguenti casi limite:

$$\beta \rightarrow 1 \quad \eta \rightarrow 0$$

Come mostrato in figura 4.1.7, il ciclo degenera nell'isobara a pressione minima (equivale anche a un ciclo di Ericsson di estensione isoterma nulla), per cui si ha:

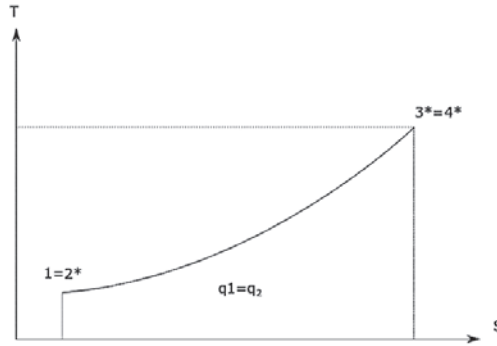
$$l_C = l_T = 0$$

$$l_u = 0$$

$$q_1 = q_2 > 0$$

$$\eta = \frac{l_u}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 0$$

Si può affermare che il lavoro è nullo anche considerando che il ciclo, degenerando in una linea, ha area nulla.



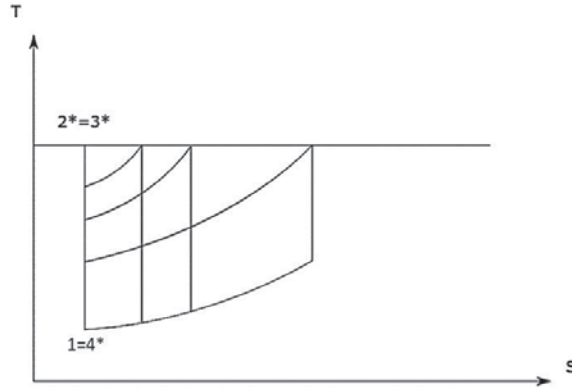
**Figura 4.1.7.** Degenerazione del ciclo di Joule per  $\beta = 1$ .

$$\beta \rightarrow \infty \quad \eta \rightarrow 1$$

Questa condizione è fisicamente priva di senso e serve solo per evidenziare l'andamento monotono crescente del rendimento, asintotico verso il valore unitario, all'aumentare del rapporto di compressione. L'aumento indefinito del rapporto di compressione, infatti, implica che oltre un certo limite si verifichi un contemporaneo aumento della temperatura massima del ciclo, tendente all'infinito al tendere all'infinito del rapporto di compressione.

Per un prefissato valore  $T_3$  della temperatura massima del ciclo, che come detto è stabilita da limiti tecnologici, all'aumentare del rapporto di compressione  $\beta$  il ciclo si modifica come mostrato in figura 4.1.8. La temperatura  $T_2$  di fine compressione aumenta fino a raggiungere il valore limite  $T_2^* = T_3$  imposto come specifica tecnologica. In queste condizioni limite si ha anche  $T_4^* = T_1$  e il ciclo degenera nell'isoentropica

di compressione  $1-2^*=1-3^*$ , coincidente con l'isoentropica di espansione  $3^*-4^*=3^*-1$ .



**Figura 4.1.8.** Modifica del ciclo di Joule all'aumentare di  $\beta$ .

Raggiungendo la temperatura massima con la sola compressione, per quanto sopra non si ha più calore scambiato con l'esterno, per cui si ha:

$$\begin{aligned}
 l_T &= l_C \\
 q_1 &= q_2 = 0 \\
 l_u &= 0 \\
 \eta &= \frac{l_u}{q_1} = \frac{0}{0} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{0}{0}
 \end{aligned}$$

Come nel caso precedente, si può dedurre che il lavoro è nullo anche considerando che il ciclo, degenerando in una linea, ha area nulla.

Il rendimento del ciclo si presenta, in questo caso, in forma indeterminata, ma può essere comunque determinato direttamente mediante l'equazione (4.1.27) essendo:

$$\beta^\lambda = \frac{T_2^*}{T_1} = \frac{T_3}{T_1} = \tau \quad (4.1.31)$$

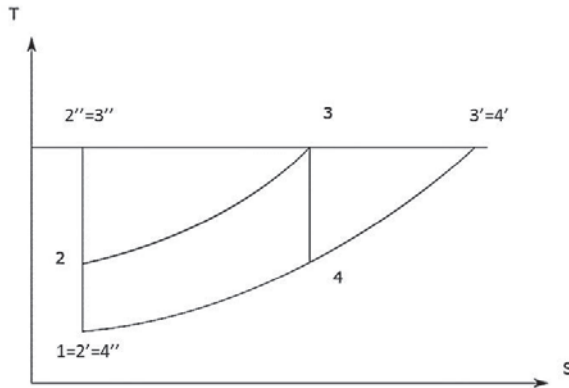
da cui:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{1}{\tau} \quad (4.1.32)$$

Il rendimento espresso dall'equazione (4.1.32) corrisponde al rendimento del ciclo di Carnot di estensione isoterma infinitesima, nel quale degenera il ciclo di Joule quando  $T_2 \rightarrow T_3$  e  $T_4 \rightarrow T_1$ , evolvente tra le temperature minima e massima  $T_1$  e  $T_3$ ; questa condizione è rappresentata nella figura 4.1.6 per  $\beta^\lambda = \tau = 5$  ( $T_3 \cong 1440 \text{ K} \cong 1170 \text{ °C}$  per  $T_1 = 15 \text{ °C}$ ).

### Lavoro utile del ciclo di Joule in sede ideale

Come si è visto nel punto precedente e come evidenziato nella figura 4.1.9, il ciclo termodinamico modifica la sua configurazione al variare di  $\beta$  ed è fisicamente definito se il rapporto di compressione è compreso nell'intervallo aperto  $1 < \beta < \tau^{\frac{1}{\lambda}}$ . Per  $\beta = 1$ , il ciclo degenera nell'isobara a pressione inferiore, mentre per  $\beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}}$  ( $\beta^{\lambda} = \frac{T_3}{T_1}$ ), il ciclo degenera nell'isoentropica di compressione (che raggiunge la temperatura massima del ciclo) che coincide con l'isoentropica di espansione (che termina alla temperatura minima del ciclo). In entrambe le condizioni limite, come già osservato, il lavoro specifico utile  $l_u$  è nullo.



**Figura 4.1.9.** Campo di esistenza del ciclo di Joule in funzione del rapporto di compressione.

Poiché per  $\beta$  compreso nell'intervallo aperto  $1 < \beta < \tau^{\frac{1}{\lambda}}$  il lavoro del ciclo è non nullo e positivo (l'area del ciclo non è nulla), per il teorema di Rolle esisterà un punto di massimo lavoro specifico utile per un particolare valore del rapporto di compressione compreso nel citato intervallo.

Si ribadisce che la condizione di massimo lavoro specifico utile è di particolare interesse perché operare in condizioni di massimo lavoro specifico utile, per un prefissato valore della potenza, significa operare con la minima portata di fluido motore e, quindi, minimizzare le dimensioni dell'impianto. Come si ricorderà, oltre alle più moderne applicazioni nei cicli combinati gas-vapore, la turbina a gas è utilizzata per coprire i picchi del diagramma di carico, con un fattore di utilizzazione molto basso (di norma inferiore a 500 ore/anno). Ciò significa che i costi di impianto incidono maggiormente rispetto ai costi del combustibile e operare in condizioni di massimo lavoro utile, in ultima analisi, significa minimizzare il costo dell'impianto riducendone le dimensioni. D'altra parte, le moderne turbine a gas di grande potenza destinate all'utilizzo in ciclo combinato sono anch'esse progettate per

le condizioni di massimo lavoro utile, in quanto la maggiore energia termica resa disponibile allo scarico in tali condizioni è comunque recuperata nella sezione a vapore sottostante.

La condizione di massimo lavoro specifico utile si ottiene facilmente, per un prefissato valore della temperatura massima del ciclo, ovvero di  $\tau$ , esprimendo il lavoro utile in funzione di  $\beta$  e uguagliando a zero la sua derivata prima. Si ha pertanto:

$$l_u = l_T - l_C = (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) = c_p[(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)] \quad (4.1.33)$$

Per semplicità di trattazione, la (4.1.33) può essere adimensionalizzata dividendo entrambi i membri per il prodotto  $c_p T_1$ :

$$\begin{aligned} \frac{l_u}{c_p T_1} &= \left( \frac{T_3}{T_1} - \frac{T_4}{T_1} \cdot \frac{T_3}{T_3} \right) - \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \left( \tau - \frac{\tau}{\beta^\lambda} \right) - (\beta^\lambda - 1) \\ &= \tau \cdot \left( 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right) - \beta^\lambda \cdot \left( 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right) \end{aligned} \quad (4.1.34)$$

e infine:

$$\frac{l_u}{c_p T_1} = \left( 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right) \cdot (\tau - \beta^\lambda) \quad (4.1.35)$$

L'equazione (4.1.35) può essere ricavata più rapidamente considerando che:

$$l_u = \eta q_1 = \left( 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right) \cdot c_p (T_3 - T_2) \quad (4.1.36)$$

da cui, dividendo entrambi i membri per il prodotto  $c_p T_1$  si ottiene immediatamente la (4.1.35).

Si osserva innanzitutto che l'equazione (4.1.35) contiene il prodotto di 2 fattori, pertanto il lavoro utile sarà nullo quando uno dei due fattori è nullo. Dalla (4.1.35) si ha quindi:

$$l_u = 0 \quad \text{se} \quad \begin{cases} 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} = 0 \rightarrow \beta = 1 \\ \tau - \beta^\lambda = 0 \rightarrow \beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}} \end{cases} \quad (4.1.37)$$

Queste due soluzioni della (4.1.35), come d'altra parte atteso, sono già state individuate e discusse nel corso della precedente l'analisi grafica del ciclo nel piano  $T$ - $s$ .

L'equazione (4.1.35) mostra inoltre che a parità di  $\beta$  il lavoro utile

specifico (si sottolinea compiuto dall'unità di massa di fluido evolvente) aumenta all'aumentare di  $\tau$ , ossia all'aumentare della temperatura massima del ciclo.

Sviluppando il secondo membro della (4.1.35) ed effettuando una sostituzione di variabile ponendo  $x = \beta^\lambda$ , si ha ancora:

$$\frac{l_u}{c_p T_1} = \tau - x - \frac{\tau}{x} + 1 \quad (4.1.38)$$

Derivando rispetto a  $x$  (il che equivale a derivare rispetto a  $\beta$ ), per un prefissato valore costante di  $\tau$ , e uguagliando a zero:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{l_u}{c_p T_1} \right) = -1 + \frac{\tau}{x^2} = -1 + \frac{\tau}{(\beta^\lambda)^2} = -1 + \frac{\tau}{\beta^{2\lambda}} = 0 \quad (4.1.39)$$

da cui si trova il valore ottimale  $\beta_l$  del rapporto di compressione per il quale si ha il massimo lavoro utile, essendo:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{l_u}{c_p T_1} \right) = 0 \quad \text{per} \quad \beta_l = \tau^{\frac{1}{2\lambda}} = \sqrt{\tau^{\frac{1}{\lambda}}} \quad (4.1.40)$$

Noto il valore ottimale  $\beta_l$  del rapporto di compressione si può determinare il corrispondente valore  $l_{u,max}$  del massimo lavoro utile (sempre in termini adimensionali), sostituendo nell'equazione (4.1.35) l'espressione di  $\beta_l$  data dalla (4.1.40):

$$\frac{l_{u,max}}{c_p T_1} = \tau - \sqrt{\tau} - \frac{\tau}{\sqrt{\tau}} + 1 = \tau - 2\sqrt{\tau} + 1 = (\sqrt{\tau} - 1)^2 = (\beta_l^\lambda - 1)^2 \quad (4.1.41)$$

L'equazione (4.1.41) mostra che il rapporto di compressione  $\beta_l$  corrispondente alle condizioni di massimo lavoro utile aumenta all'aumentare della temperatura massima del ciclo. Nella (4.1.41), la funzione  $(\beta_l^\lambda - 1)^2$  rappresenta il luogo dei punti di massimo lavoro utile per ogni valore di  $\tau = \beta_l^{2\lambda}$ , essendo  $\beta_l = \tau^{\frac{1}{2\lambda}}$  per la (4.1.40).

Per analizzare più approfonditamente la dipendenza di  $l_{u,max}$  da  $\tau$  si possono determinare le derivate prima e seconda della relazione (4.1.41) in funzione di  $\tau$ :

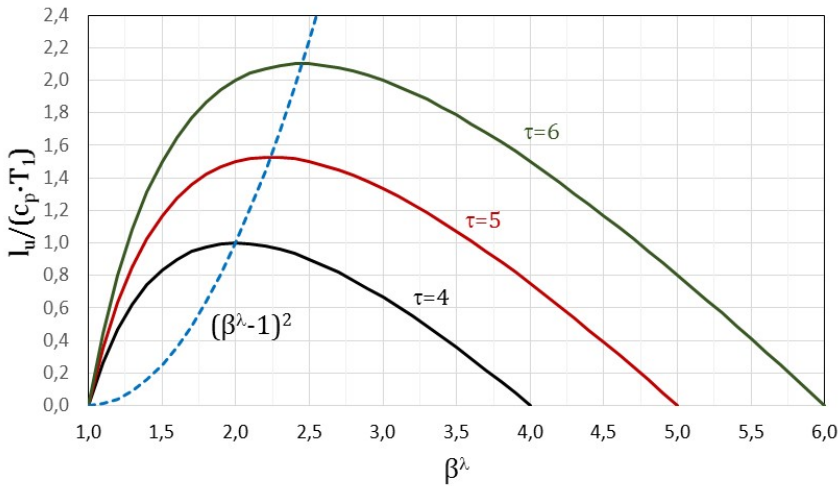
$$\frac{d}{d\tau} \left( \frac{l_{u,max}}{c_p T_1} \right) = \frac{d}{d\tau} (\sqrt{\tau} - 1)^2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{\tau}} \quad (4.1.42)$$

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \left( \frac{l_{u,max}}{c_p T_1} \right) = \frac{d^2}{d\tau^2} (\sqrt{\tau} - 1)^2 = \frac{d}{d\tau} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\tau}} \right) = \frac{1}{2\tau^{\frac{3}{2}}} \quad (4.1.43)$$

La (4.1.42) evidenzia che il lavoro utile massimo è una funzione monotona crescente di  $\tau$ , essendo  $\tau > 1$  ( $T_3 > T_1$ ). La derivata prima del lavoro utile specifico adimensionale espressa dall'equazione (4.1.42), inoltre, tende al valore unitario all'aumentare di  $\tau$ , quindi il lavoro utile tende a crescere quasi linearmente con  $\tau$ , ovvero con la temperatura massima  $T_3$ .

La (4.1.43) evidenzia che la derivata seconda del lavoro utile specifico adimensionale è positiva e diminuisce all'aumentare di  $\tau$ . Ciò significa che il lavoro utile massimo è una funzione monotona crescente di  $\tau$  con la concavità rivolta verso l'alto, quindi inizialmente, per bassi valori di  $\tau$ , aumenta più che linearmente con  $\tau$ .

La figura 4.1.10 mostra l'andamento del lavoro utile specifico, in sede ideale, in funzione del rapporto di compressione (in realtà in funzione di  $\beta^\lambda$ ) e per alcuni valori di  $\tau$ , evidenziando graficamente i concetti precedentemente esposti. La figura riporta anche la curva di equazione  $\frac{l_{u,max}}{c_p T_1} = (\beta^\lambda - 1)^2$ , luogo dei punti di massimo lavoro utile.



**Figura 4.1.10.** Andamento del lavoro utile specifico in funzione di  $\beta$  ( $\beta^\lambda$ ) e  $\tau$  in sede ideale.

La figura mostra chiaramente l'effetto sostanziale della temperatura massima del ciclo sul lavoro specifico utile. Si osserva, in particolare, che aumentando il valore di  $\tau$  da 4 a 6, ossia aumentando la temperatura massima da circa 880 °C (tipico di piccole turbine a gas con pale non raffreddate) a circa 1460 °C, posto  $T_0 = 15$  °C, il lavoro specifico utile massimo aumenta oltre il doppio il suo valore. Si osserva inoltre l'annullarsi del lavoro utile per  $\beta^\lambda = \tau$ .

L'analisi del lavoro utile specifico di cui sopra spiega la ragione fondamentale per cui lo sviluppo tecnologico delle turbine a gas riguarda soprattutto l'aumento della temperatura massima del ciclo ossia la temperatura del gas all'ingresso della turbina. Oltre che un aumento di rendimento (più limitato), l'aumento della temperatura massima del ciclo comporta infatti, come visto, un significativo aumento del lavoro utile specifico e ciò ha consentito di raggiungere, con le più moderne tecnologie, potenze unitarie (del singolo turbo-gruppo) delle turbine a gas industriali di oltre 500 MW, con rendimenti che oggi superano il 40%<sup>4</sup>.

### **Analisi del ciclo di Joule in sede limite**

Come si ricorderà, in sede limite si fa l'ipotesi che il fluido operativo sia reale ma per semplicità si suppone che il suo comportamento volumetrico sia sempre assimilabile a quello del gas perfetto, vale quindi l'equazione di stato dei gas perfetti  $pv = RT$ .

Il fluido termodinamico, d'altra parte, modifica la sua composizione durante la fase di combustione, operando in un impianto motore termico a combustione interna.

Il calore specifico non è costante ma dipende dalla temperatura e dalla composizione del fluido operativo; detta  $x_i$  la frazione molare della specie  $i$ -esima, sarà  $c_p = c_p(T, x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ , essendo  $n$  il numero di specie pure costituenti la miscela gassosa. Nelle trattazioni che seguono, per semplificare gli sviluppi analitici, si farà generalmente riferimento ai calori specifici medi negli intervalli di temperatura considerati, distinguendo quando opportuno, tra calore specifico medio dell'aria prima della combustione e dei gas dopo la combustione.

In sede limite le trasformazioni sono reversibili e non vi sono perdite di alcun genere. Il ciclo limite, a parità di  $\beta$  e  $\tau$ , è pressoché coincidente con il ciclo ideale, ma le sue prestazioni sono leggermente diverse in ordine alle differenze dei calori specifici  $c_p$ .

Le figure 4.1.11 e 4.1.12 che seguono mostrano rispettivamente il ciclo termodinamico di Joule in sede limite e il corrispondente schema di impianto a circuito aperto.

---

<sup>4</sup> Si citano, a titolo di esempio, le tre turbine a gas di maggiori prestazioni, in termini di rendimento e di potenza, prodotte attualmente dai tre maggiori costruttori General Electric, MHPS (Mitsubishi Hitachi Power Systems) e Siemens:

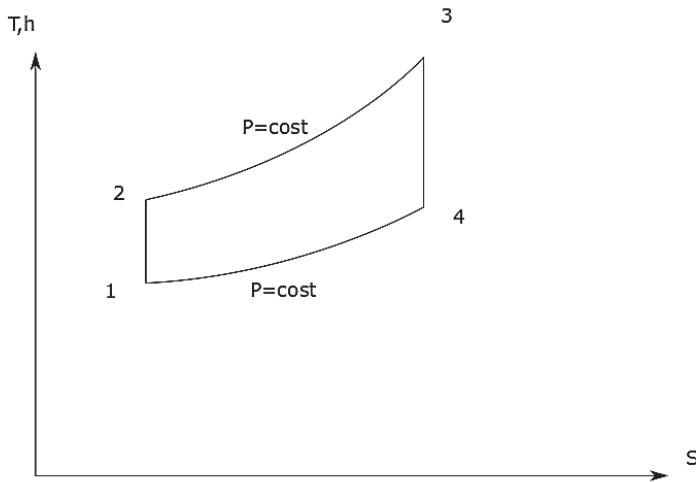
GE            modello: 9HA.02            potenza: 571 MW    rendimento netto: 43,9%;

MHPS        modello: M701JAC            potenza: 563 MW    rendimento netto: 43,6%;

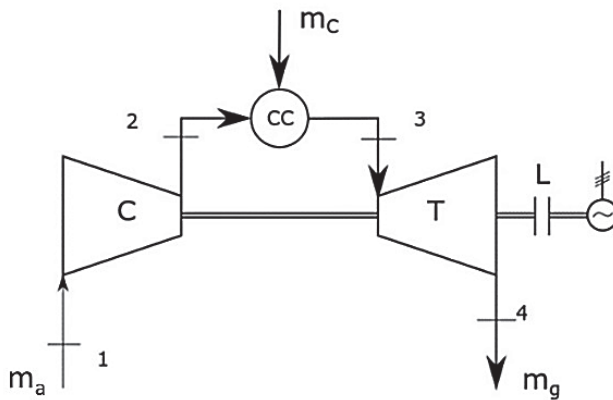
Siemens     modello: SGT5-9000HL        potenza: 593 MW    rendimento netto: 42,8%.

I rendimenti sono netti e basati sul potere calorifico inferiore del combustibile. Tutte e tre le turbine operano con una temperatura massima del gas all'ingresso in turbina di 1600 °C.





**Figura 4.1.11.** Ciclo di Joule in sede limite nel piano termodinamico  $T$ - $s$  ( $h$ - $s$ ).



**Figura 4.1.12.** Schema di impianto di turbina a gas a circuito aperto in sede limite.

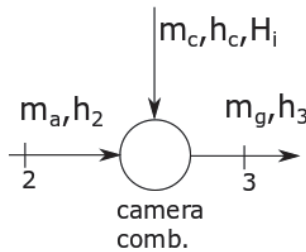
In realtà, come si è già avuto modo di osservare, la turbina a gas a circuito aperto non realizza un vero e proprio ciclo termodinamico perché non esiste una trasformazione termodinamica che riporti il fluido operativo dalle condizioni del punto 4 di fine espansione a quelle del punto 1 di inizio compressione, né esiste, di conseguenza, un componente termomeccanico che realizzi in pratica questa trasformazione. Concettualmente, tuttavia, si suppone che questa trasformazione di chiusura del ciclo sia realizzata dall'ambiente, che riceve i gas scaricati dalla turbina e restituisce aria al compressore e in tal senso si può continuare a parlare di ciclo. Questa trasformazione di chiusura non modifica la

composizione dell'atmosfera che ha dimensioni tali da poter rigenerare il fluido operativo senza alterarsi.

Le prestazioni del ciclo limite, in termini di lavoro utile specifico e di rendimento possono essere determinate, tenendo conto delle differenze che sussistono rispetto al ciclo ideale, sviluppando separatamente il bilancio energetico della camera di combustione, dove si hanno l'introduzione del calore  $Q_1$  equivalente sotto forma di combustibile, la combustione e la conseguente variazione di composizione del fluido operativo, e il bilancio energetico dell'intero impianto, dove si evidenziano tutti gli scambi di calore e di lavoro con l'esterno.

Bilancio energetico della camera di combustione

Il bilancio energetico della camera di combustione può essere formulato facendo riferimento allo schema rappresentato nella figura 4.1.13. Nella figura sono indicate con  $m_a$ ,  $m_c$ ,  $m_g$ , le portate di aria e di combustibile all'ingresso e di gas all'uscita della camera di combustione rispettivamente, con  $h_2$ ,  $h_c$ ,  $h_3$ , le corrispondenti entalpie specifiche e con  $H_i$  il potere calorifico del combustibile.



**Figura 4.1.13.** Schema di bilancio energetico della camera di combustione.

Dal bilancio di materia risulta ovviamente:

$$m_a + m_c = m_g \tag{4.1.44}$$

Con riferimento all'espressione generale del bilancio energetico si ha:

$$H_2 - H_1 + \Delta E_{chim} = Q - L \tag{4.1.45}$$

essendo  $L = 0$ , perché nella camera di combustione non ci sono organi mobili, e  $Q = 0$ , perché in sede limite non ci sono perdite per scambio di calore con l'esterno. Esplicitando i termini  $H_1$ ,  $H_2$  e  $\Delta E_{chim}$  si ottiene:

$$m_g h_3 - (m_c h_c + m_a h_2) - m_c H_i = 0 \tag{4.1.46}$$

da cui:

$$m_c(h_c + H_i) = m_g h_3 - m_a h_2 \quad (4.1.47)$$

Il termine  $m_c(h_c + H_i)$  rappresenta l'energia primaria fornita al sistema, che attraverso la combustione si trasforma in energia termica. Questo termine è equivalente al calore  $Q_1$  fornito dall'esterno nel caso di impianto a circuito chiuso. In virtù dell'equazione (4.1.47) si può pertanto scrivere:

$$Q_{1,eq} = m_c(h_c + H_i) = m_g h_3 - m_a h_2 \quad (4.1.48)$$

#### Bilancio energetico dell'intero sistema

Il bilancio energetico dell'intero sistema può essere formulato facendo riferimento alla figura 4.1.12.

Anche in questo caso  $Q = 0$ , perché non ci sono apparecchiature preposte allo scambio termico con l'esterno e perché in sede limite non ci sono perdite per scambio di calore con l'esterno; si ha però il lavoro utile  $L_u$  prodotto dal sistema e fornito all'esterno, per cui  $L = L_u$ . Esplicitando i termini  $H_1$ ,  $H_2$  e  $\Delta E_{chim}$  in questo caso si ha:

$$m_g h_4 - (m_a h_1 + m_c h_c) - m_c H_i = -L_u \quad (4.1.49)$$

da cui:

$$L_u = m_c \cdot (h_c + H_i) - (m_g h_4 - m_a h_1) \quad (4.1.50)$$

Poiché in virtù del primo principio della termodinamica per il ciclo deve essere  $\sum L = \sum Q$ , con  $\sum L = L_T - L_C = L_u$ , e poiché, per la (4.1.48) il primo termine a secondo membro della (4.1.50) corrisponde al calore equivalente fornito dall'esterno  $Q_{1,eq}$  di conseguenza, per analogia, sarà:

$$Q_{2,eq} = (m_g h_4 - m_a h_1) \quad (4.1.51)$$

per cui la (4.1.50) diventa:

$$L_u = Q_{1,eq} - Q_{2,eq} \quad (4.1.52)$$

Si osserva che il termine  $Q_{1,eq} = (m_g h_3 - m_a h_2)$  di cui alla (4.1.48) rappresenta proprio la differenza di entalpia totale tra i punti di fine e di inizio combustione (ovvero di riscaldamento del fluido operativo) e che il termine  $Q_{2,eq} = (m_g h_4 - m_a h_1)$  di cui alla (4.1.51) rappresenta proprio la differenza di entalpia totale tra i punti di inizio e di fine raffreddamento

fittizio (in atmosfera) del fluido operativo. Pertanto, le espressioni di  $Q_{1,eq}$  e di  $Q_{2,eq}$  sono fisicamente consistenti. Nel seguito, per semplicità di notazione, le quantità di calore scambiate con l'esterno verranno indicate con i termini generali  $Q_1$  e  $Q_2$ .

Esplicitando la (4.1.52) ha:

$$L_u = (m_g h_3 - m_a h_2) - (m_g h_4 - m_a h_1) \quad (4.1.53)$$

e riordinando i vari termini:

$$L_u = m_g (h_3 - h_4) - m_a (h_2 - h_1) = L_T - L_C \quad (4.1.54)$$

L'equazione (4.1.54) sancisce ulteriormente la coerenza delle espressioni di  $Q_{1,eq}$  e di  $Q_{2,eq}$ .

Le relazioni che forniscono i lavori e le quantità di calore scambiati con l'esterno possono essere espresse in termini specifici con riferimento alla massa d'aria evolvente nel compressore, ovvero alla massa di gas evolvente in turbina, introducendo il rapporto massico aria/combustibile  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{m_a}{m_c} \\ \frac{m_g}{m_c} &= \frac{m_a + m_c}{m_c} = \alpha + 1 \\ \frac{m_g}{m_a} &= \frac{m_a + m_c}{m_a} = 1 + \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha + 1}{\alpha} \end{aligned} \quad (4.1.55)$$

Con riferimento alla massa d'aria evolvente nel compressore si ottiene:

$$\begin{aligned} q_{1,a} &= \frac{Q_1}{m_a} = \frac{m_g}{m_a} \cdot h_3 - h_2 = \frac{\alpha + 1}{\alpha} \cdot h_3 - h_2 \\ q_{2,a} &= \frac{Q_2}{m_a} = \frac{m_g}{m_a} \cdot h_4 - h_1 = \frac{\alpha + 1}{\alpha} \cdot h_4 - h_1 \\ l_{C,a} &= \frac{L_{C,a}}{m_a} = h_2 - h_1 \\ l_{T,a} &= \frac{L_{T,a}}{m_a} = \frac{m_g}{m_a} \cdot (h_3 - h_4) = \frac{\alpha + 1}{\alpha} \cdot (h_3 - h_4) \\ l_{u,a} &= \frac{\alpha + 1}{\alpha} \cdot (h_3 - h_4) - (h_2 - h_1) \end{aligned} \quad (4.1.56)$$

Mentre, con riferimento alla massa di gas evolvente nella turbina si ottiene:

$$\begin{aligned}
q_{1,g} &= \frac{Q_1}{m_g} = h_3 - \frac{m_a}{m_g} \cdot h_2 = h_3 - \frac{\alpha}{\alpha + 1} \cdot h_2 \\
q_{2,g} &= \frac{Q_2}{m_g} = h_4 - \frac{m_a}{m_g} \cdot h_1 = h_4 - \frac{\alpha}{\alpha + 1} \cdot h_1 \\
l_{c,g} &= \frac{m_a}{m_g} \cdot (h_2 - h_1) = \frac{\alpha}{\alpha + 1} \cdot (h_2 - h_1) \\
l_{T,g} &= h_3 - h_4 \\
l_{u,g} &= (h_3 - h_4) - \frac{\alpha}{\alpha + 1} \cdot (h_2 - h_1)
\end{aligned} \tag{4.1.57}$$

Dal bilancio della camera di combustione di cui all'equazione (4.1.47) riferito all'unità di massa di combustibile si ha ancora:

$$(h_c + H_i) = \frac{m_g}{m_c} \cdot h_3 - \frac{m_a}{m_c} \cdot h_2 = (\alpha + 1) \cdot h_3 - \alpha \cdot h_2 \tag{4.1.58}$$

da cui:

$$\alpha = \frac{(H_i + h_c) - h_3}{h_3 - h_2}$$

ovvero, posto  $h_c = 0$  (o trascurabile rispetto a  $H_i$ ): (4.1.5.9)

$$\alpha = \frac{H_i - h_3}{h_3 - h_2}$$

Si ricorda che nelle (4.1.59) le entalpie  $h_2$ ,  $h_3$  e  $h_c$  valgono rispettivamente:

$$\begin{aligned}
h_2 &= \int_{T_0}^{T_2} c_{p,a} dT \\
h_3 &= \int_{T_0}^{T_3} c_{p,g} dT \\
h_c &= \int_{T_0}^{T_c} c_{p,c} dT
\end{aligned} \tag{4.1.60}$$

La temperatura  $T_2$  per il calcolo dell'entalpia  $h_2$ , si determina, a partire dalla temperatura  $T_1$ , mediante l'equazione della trasformazione isentropica  $T_2 = T_1 \cdot \beta^\lambda$ . La temperatura  $T_3$  per il calcolo dell'entalpia  $h_3$ , è invece nota come specifica di progetto, ugualmente la temperatura  $T_c$  per il calcolo dell'entalpia del combustibile  $h_c$ .

Come si evince dalle (4.1.59), esiste un legame diretto tra la temperatura massima del ciclo (dei gas all'ingresso in turbina)  $T_3$ , attraverso l'entalpia  $h_3$ , e il rapporto aria/combustibile  $\alpha$ . Questa dipendenza può essere meglio evidenziata riformulando l'espressione di  $\alpha$ , dal momento che nelle (4.1.59) il termine  $h_3$  compare sia a numeratore che a denominatore. Supposta nulla o trascurabile l'entalpia  $h_c$  di preriscaldamento del combustibile<sup>5</sup>, aggiungendo e togliendo a numeratore il termine  $h_2$  si ottiene l'espressione:

$$\alpha = \frac{H_i - h_3 + (h_2 - h_2)}{h_3 - h_2} = \frac{(H_i - h_2) - (h_3 - h_2)}{h_3 - h_2} = \frac{H_i - h_2}{h_3 - h_2} - 1 \quad (4.1.61)$$

da cui:

$$h_3 = h_2 + \frac{H_i - h_2}{\alpha + 1} \quad (4.1.62)$$

Le equazioni (4.1.61) e (4.1.62) sanciscono chiaramente il legame tra  $h_3(T_3)$  e  $\alpha$ . Un aspetto critico del funzionamento della turbina a gas è il controllo della temperatura massima  $T_3$ , poiché da un suo eventuale superamento (oltre limiti stabiliti dal costruttore) dipende l'integrità della turbina; è perciò evidente che il controllo di  $\alpha$  è fondamentale per questo scopo.

Con riferimento, ad esempio, all'equazione (4.1.62), si vede che in ordine al legame inverso tra  $h_3$  e  $\alpha$ , se  $\alpha$  diminuisce  $h_3$  aumenta, quindi aumenta la temperatura  $T_3$ ; d'altra parte, per una prefissata massa d'aria  $m_a$ ,  $\alpha$  diminuisce se si aumenta la massa di combustibile  $m_c$  e di qui il conseguente aumento della temperatura  $T_3$ .

#### Esempio:

Si consideri un impianto turbina a gas, di cui si conoscono i seguenti parametri<sup>6</sup>:

- $T_1 = T_0 = 15 \text{ °C}$  (condizioni ISO)
- $T_3 = 1200 \text{ °C}$  ( $\tau = 5,1$ )
- $\beta = 12$
- $k_a = 1,4$  ( $1/\lambda_a = 3,5$ )
- $H_i = 50 \text{ MJ/kg}$  (metano)
- $\bar{c}_{p,a} = 1,005 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$
- $\bar{c}_{p,g} = 1,10 \text{ kJ/(kg} \cdot \text{K)}$

<sup>5</sup> Si ricorda che se il combustibile non è preriscaldato si ha convenzionalmente  $T_c = T_0$ , per cui  $h_c = 0$ ; al limite, data la sua minore rilevanza, il termine  $h_c$  si può considerare incluso in  $H_i$ .

<sup>6</sup> Dati caratteristici di turbine a gas di vecchia generazione, ancora numerose in esercizio.

Ai fini del calcolo di  $\alpha$  si determina innanzitutto la temperatura  $T_2$  dell'aria a fine compressione:

$$T_2 = T_1 \cdot \beta^\lambda = 288,15 \cdot 12^{\frac{1}{3,5}} = 586,08 \text{ K} = 312,93 \text{ °C}$$

$$h_2 = \bar{c}_{p,a} \cdot (T_2 - T_0) = 1,005 \cdot (312,93 - 15) = 299,42 \text{ kJ/kg}$$

$$h_3 = \bar{c}_{p,g} \cdot (T_3 - T_0) = 1,10 \cdot (1200 - 15) = 1.303,50 \text{ kJ/kg}$$

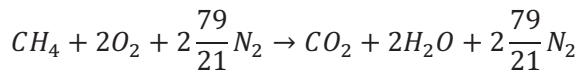
$$\alpha = \frac{h_i - h_3}{h_3 - h_2} = \frac{50.000 - 1.303,50}{1.303,50 - 299,42} = 48,50 \frac{\text{kg aria}}{\text{kg comb}}$$

Per assicurare il valore della temperatura massima del ciclo  $T_3 = 1200 \text{ °C}$  sono cioè richiesti  $48,50 \text{ kg}$  di aria per  $\text{kg}$  di combustibile. Si può calcolare il corrispondente eccesso d'aria  $\epsilon$ ; allo scopo è necessario calcolare il valore del rapporto aria / combustibile stechiometrico  $\alpha_{st}$  essendo:

$$\epsilon = \frac{\alpha - \alpha_{st}}{\alpha_{st}} = \frac{\alpha}{\alpha_{st}} - 1 = \frac{1}{\varphi} - 1 \quad (4.1.63)$$

Il termine  $\varphi$ , inversamente proporzionale ad  $\alpha$ , è chiamato rapporto di equivalenza.

Il calcolo di  $\alpha_{st}$  si effettua con riferimento alla reazione chimica di combustione del metano con aria. Si supponga, per semplicità, che l'aria abbia una composizione volumetrica (molare) costituita per il 21 % di ossigeno  $O_2$  e per il 79 % di azoto  $N_2$ , trascurando gli altri componenti minori dell'aria (argon, biossido di carbonio, ecc.<sup>7</sup>). Pertanto, per ogni kmole di ossigeno si hanno nell'aria  $\frac{79}{21}$  kmoli di azoto, quindi la reazione della combustione stechiometrica completa (in assenza di incombusti) del metano è la seguente:



Essendo la massa  $m_i$  della generica specie data dal prodotto del numero di moli della specie per la sua massa molare ed essendo le masse molari del metano, dell'ossigeno e dell'azoto rispettivamente  $\mathcal{M}_{CH_4} = 16$ ,  $\mathcal{M}_{O_2} = 32$ ,  $\mathcal{M}_{N_2} = 28$ , il rapporto stechiometrico aria / combustibile  $\alpha_{st}$  è dato dalla relazione:

$$\alpha_{st} = \frac{m_{a,st}}{m_c} = \frac{2 \cdot \left(32 + \frac{79}{21}28\right)}{1 \cdot 16} = 17,17 \frac{\text{kg}_a}{\text{kg}_c}$$

<sup>7</sup> L'Argon è presente nell'atmosfera in percentuale di poco inferiore all'1%, la  $CO_2$  in percentuale di poco superiore allo 0,04% (400 ppm).

Si calcolano quindi l'eccesso d'aria  $\epsilon$  e il rapporto di equivalenza  $\varphi$ :

$$\epsilon = \frac{\alpha - \alpha_{st}}{\alpha_{st}} = \frac{48,50 - 17,17}{17,17} = 1,83 \text{ (183\%)}$$
$$\varphi = \frac{1}{1 + \epsilon} = 0,354$$

Come si evince dall'esempio, la combustione nella turbina a gas, diversamente dal generatore di vapore, avviene con eccessi d'aria molto elevati, dell'ordine del 200%<sup>8</sup>.

Si ribadisce che un eccesso d'aria di questa entità non serve per migliorare la combustione, ma è una necessità imposta dai limiti tecnologici sulla temperatura massima ammissibile all'ingresso in turbina. Peraltro, nonostante l'elevato valore dell'eccesso d'aria è comunque presente una piccola quantità di incombusti (CO) poiché la combustione avviene in più stadi, il primo dei quali stechiometrico o perfino sub-stechiometrico, ai fini del controllo della produzione di NOx.

### **Analisi del ciclo di Joule in sede reale**

Pur essendo il fluido operativo un gas reale, come per la sede limite si suppone, per semplicità, che il suo comportamento volumetrico sia sempre assimilabile a quello del gas perfetto, vale quindi l'equazione di stato dei gas perfetti  $p v = RT$ .

Come per la sede limite, inoltre, il calore specifico dipende dalla temperatura e dalla composizione del fluido operativo, vale a dire  $c_p = c_p(T, x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ , essendo  $x_i$  la frazione molare della specie  $i$ -esima ed  $n$  il numero di specie pure costituenti la miscela gassosa. Anche nella sede reale, per semplificare gli sviluppi analitici, si farà generalmente riferimento ai calori specifici medi negli intervalli di temperatura considerati distinguendo, quando opportuno, tra calore specifico medio dell'aria prima della combustione e dei gas dopo la combustione.

In sede reale le trasformazioni sono irreversibili per cui l'analisi del ciclo deve tenere conto delle perdite che accompagnano le singole trasformazioni.

Le figure 4.1.14 e 4.1.15 che seguono mostrano rispettivamente lo schema di impianto e il corrispondente ciclo termodinamico di Joule in sede reale.

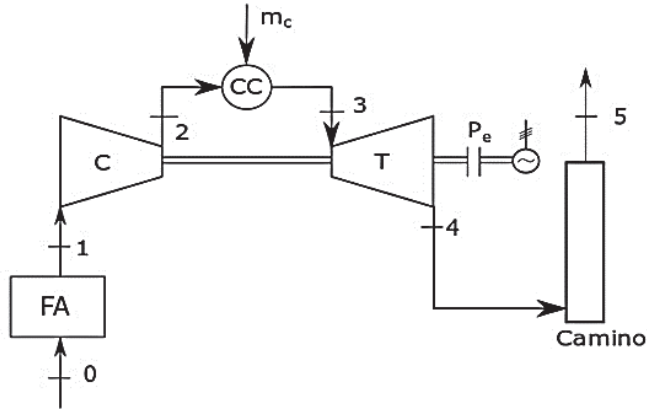
Rispetto alla configurazione mostrata in figura 4.1.12, che vale anche per la sede reale, nella figura 4.1.14 sono introdotti altri due compo-

---

<sup>8</sup> Rispetto al valore qui calcolato in sede limite, nella sede reale l'eccesso d'aria è ancora più elevato perché la temperatura di fine compressione è maggiore a causa delle irreversibilità.



nenti “passivi”: il filtro all’aspirazione FA e il camino di scarico. Questi due componenti aggiuntivi non fanno parte del ciclo termodinamico, tuttavia influiscono sulle prestazioni del ciclo perché sono sede di perdite di carico.



**Figura 4.1.14.** Schema di impianto di turbina a gas a circuito aperto in sede reale.

Le differenze sostanziali tra le sedi reale e limite sono dovute, oltre che alle irreversibilità delle trasformazioni di compressione e di espansione, anche alle perdite di carico in camera di combustione e, in minor misura, alle perdite di carico nei filtri di aspirazione e al camino.

- Il filtro di aspirazione è necessario per eliminare dall’aria aspirata dal compressore polveri e impurità e per impedire l’ingresso accidentale di materiali e corpi estranei, ad esempio trasportati dal vento, che possono danneggiare i componenti a valle. Spesso i filtri di aspirazione integrano componenti per il condizionamento termogrignometrico dell’aria aspirata, come per esempio nebulizzatori spray d’acqua o perfino scambiatori di calore con fluidi refrigeranti raffreddati mediante macchine ad assorbimento.

I filtri introducono inevitabili perdite di carico, si ha pertanto:

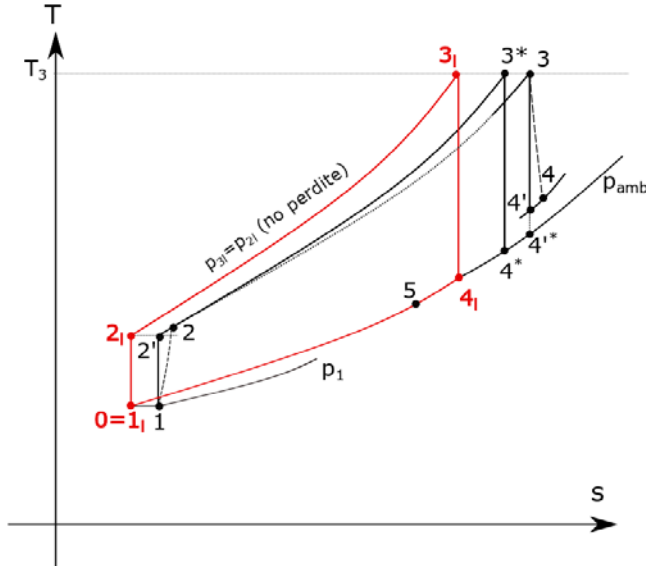
$$p_1 < p_0$$

- Il camino è un condotto di scarico necessario per convogliare i gas reflui in atmosfera, ad una altezza sufficiente per assicurare una efficace dispersione senza causare ricadute al suolo in prossimità dell’impianto.

Il camino, come i filtri introduce inevitabili perdite di carico che inducono una contropressione allo scarico della turbina, si ha pertanto:

$$p_4 > p_0$$

Nella figura 4.1.15 è illustrata la genesi del ciclo reale, delimitato dai punti 1, 2, 3, 4, a partire dal ciclo limite, delimitato dai punti cardinali 1<sub>l</sub>, 2<sub>l</sub>, 3<sub>l</sub>, 4<sub>l</sub>. Il punto iniziale 1<sub>l</sub> del ciclo limite coincide con il punto 0 indicativo delle condizioni ambiente di riferimento.



**Figura 4.1.15.** Ciclo di Joule in sede reale nel piano termodinamico T-s.

Punto 1 – Inizio compressione.

A causa delle perdite di carico nei filtri di aspirazione il punto iniziale 1 del ciclo reale dovrà giacere, come detto, su una isobara a pressione minore della pressione atmosferica, a destra di questa nel piano T-s. Nei filtri di aspirazione la temperatura si mantiene costante, per cui  $T_1 = T_{1l} = T_0$ . Infatti, poiché nei filtri di aspirazione non si hanno scambi di lavoro (non ci sono organi mobili) e di calore con l'esterno (non ci sono differenze di temperatura tra il fluido evolvente all'interno e l'ambiente esterno), si ha:

$$dh = c_p dT = \delta q - \delta l = 0 \quad (4.1.64)$$

Nei filtri di aspirazione si ha perciò una trasformazione isoentalpica, per cui:

$$\int_0^1 dh = \int_0^1 c_p dT = c_p \cdot (T_1 - T_0) = 0 \rightarrow T_1 = T_0 \quad (4.1.65)$$

Punto 2' - Fine compressione isoentropica.

Il punto 2' corrisponde alle condizioni di fine trasformazione isoentropica di riferimento. Noto il rapporto di compressione  $\beta$ , la temperatura  $T_{2'}$  è data dall'equazione della trasformazione isoentropica:

$$\frac{T_{2'}}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} \quad (4.1.66)$$

Per quanto riguarda  $\beta$ , si può affermare che anche questo parametro non è influenzato dalle perdite di carico nel filtro di aspirazione. Infatti, considerando che il lavoro specifico isoentropico di compressione  $l_{C, is}$  è dato dalla relazione:

$$l_{C, is} = \frac{k}{k-1} RT_1 \left( \beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \quad (4.1.67)$$

il rapporto di compressione  $\beta$  è costante se  $l_{C, is}$  è costante, ovvero se anch'esso non è influenzato dalle perdite di carico nel filtro di aspirazione. D'altra parte, essendo:

$$l_{C, is} = \eta_c \cdot l_{C, r} \quad (4.1.68)$$

dovranno essere costanti anche il rendimento del compressore  $\eta_c$  e il lavoro reale  $l_{C, r}$ .

Il lavoro reale  $l_{C, r}$  non è altro che il lavoro euleriano, espresso dalle relazioni generali equivalenti:

$$\begin{aligned} l_{C, r} &= u \cdot (c_{2,u} - c_{1,u}) = u \cdot (w_{2,u} - w_{1,u}) + (u_2^2 - u_1^2) \\ &= \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \end{aligned} \quad (4.1.69)$$

Il lavoro euleriano, ovvero il lavoro specifico reale della compressione, è effettivamente costante, poiché:

- la velocità di trascinato  $u$  della macchina è costante;
- le velocità assolute e relative  $c$  e  $w$  rimangono costanti perché dipendono solo dalla geometria della palettatura e dalla velocità di rotazione della macchina.

Il rendimento del compressore  $\eta_c$  è funzione del numero di Reynolds  $Re$ , che dipende dalla densità  $\rho$  e dalla viscosità del fluido operativo  $\mu$ , dalla sua velocità  $c$  in una sezione di riferimento e da una dimensione caratteristica di riferimento  $D$ :

$$\eta_c = \eta_c(Re)$$

$$Re = \frac{\rho c D}{\mu} \quad (4.1.70)$$

Le velocità relative e assolute all'interno della macchina, come appena mostrato, non cambiano, la viscosità si può ritenere praticamente costante e la modesta variazione di densità dovuta alla caduta di pressione nei filtri determina variazioni irrilevanti del numero di Reynolds  $Re$  che non hanno nessuna influenza sul rendimento del compressore  $\eta_c$  che perciò rimane costante. Di conseguenza, il lavoro specifico isoentropico di compressione  $l_{c,is}$  rimane costante e così anche il rapporto di compressione  $\beta$  (Cfr. eqq. (4.1.67) e (4.1.68)).

Punto 2 - Fine compressione reale.

Dall'espressione del rendimento  $\eta_c$  del compressore è possibile ricavare la temperatura di fine compressione reale  $T_2$ :

$$\eta_c = \frac{h_{2'} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_{2'} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (4.1.71)$$

$$T_2 = T_1 + \frac{T_{2'} - T_1}{\eta_c}$$

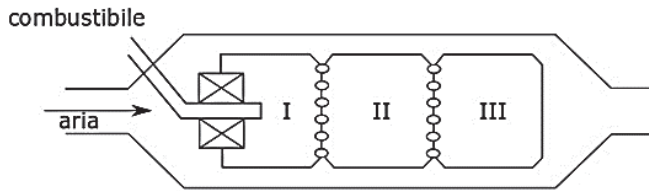
Punto 3 - Fine combustione - inizio espansione.

In assenza di perdite di carico in camera di combustione, il punto di fine combustione, ovvero di inizio espansione, sarebbe localizzato in corrispondenza del punto 3\* in cui la pressione è uguale a quella del punto 2. Tuttavia, nella camera di combustione si ha una sensibile caduta di pressione, dovuta alle sue caratteristiche costruttive e funzionali, per cui, in realtà, il punto di fine combustione si troverà ad una pressione  $p_3 < p_{3^*}$ . La temperatura massima, ovviamente, è sempre la stessa ( $T_3 = T_{3^*} = T_{3l}$ ) essendo un dato di progetto.

La sensibile caduta di pressione in camera di combustione, come detto, è una conseguenza delle sue caratteristiche costruttive e funzionali. Come mostra la figura 4.1.16 che segue, la camera di combustione è costituita da una cassa esterna nella quale è contenuto il "liner", all'interno del quale avviene la combustione.

Per ciò che concerne la combustione, all'interno del liner si individuano tre zone caratteristiche, non fisicamente separate:

- Zona I, di combustione primaria;
- Zona II, di combustione secondaria;
- Zona III, di diluizione.



**Figura 4.1.16.** Rappresentazione schematica della camera di combustione.

L'aria comburente proveniente dal compressore si ripartisce in due flussi distinti, il primo entrante direttamente nella zona I di combustione primaria, il secondo si distribuisce all'esterno del liner e lo lambisce completamente provvedendo al suo raffreddamento, quindi entra nel liner attraverso una serie di fori o feritoie distribuiti lungo tutta la sua superficie. Se l'aria primaria entrasse nella zona di combustione primaria con la sola componente assiale di velocità, la sua velocità sarebbe troppo elevata (più elevata della velocità di propagazione della fiamma) e causerebbe il distacco della fiamma dagli ugelli del bruciatore, quindi l'estinzione della stessa. Per limitare la componente assiale di velocità l'aria di combustione primaria viene introdotta nel liner attraverso un deviatore statico a palette radiali, in modo da conferire al fluido una componente tangenziale di velocità, per poi proseguire con moto elicoidale e vorticoso all'interno del liner. L'energia cinetica dei vortici, relativa alla componente tangenziale di velocità viene dissipata con una conseguente caduta di pressione totale.

Nella zona I il rapporto di miscela aria/combustibile è sub-stechiometrico, si ha quindi una carenza di ossigeno, in modo da limitare la produzione di NO<sub>x</sub>. Come già osservato, infatti, la produzione di NO<sub>x</sub> è funzione della temperatura e della concentrazione di ossigeno e la carenza di ossigeno, nonostante l'elevata temperatura di fiamma, che nella zona primaria raggiunge valori di oltre 2000 °C, inibisce la produzione di NO<sub>x</sub>, determinando però, nello stesso tempo, la formazione di incombusti (in particolare di CO). L'aria esterna al liner entra nella zona II della camera di combustione attraverso le feritoie distribuite sulla superficie del liner, completando il processo di combustione degli incombusti e causando la diminuzione della temperatura dei prodotti della zona primaria per effetto della diluizione. La diluizione dei gas con l'aria e il loro conseguente raffreddamento continua nella zona III, da cui i gas di combustione escono alla prestabilita temperatura  $T_3$  di ingresso in turbina.

Punto 4' - Fine espansione isoentropica.

In assenza di perdite di carico in camera di combustione e al camino, il punto di fine espansione isoentropica sarebbe localizzato in corrispon-

denza del punto 4\* alla pressione ambiente  $p_0$ . Per effetto delle perdite di carico nella camera di combustione, invece, l'espansione inizierà a partire dal punto 3 anziché che dal punto 3\*, spostato a destra, ad entropia maggiore, rispetto al punto 3\*; pertanto, a partire dal punto 3, in assenza di perdite di carico al camino, il punto di fine espansione isoentropica sarebbe localizzato in corrispondenza del punto 4\*', sempre alla pressione ambiente  $p_0$ . Le perdite di carico al camino inducono però una contropressione allo scarico, per cui il punto di fine espansione isoentropica sarà localizzato in corrispondenza del punto 4', ad una pressione maggiore di quella atmosferica.

Punto 4 - Fine espansione reale.

Dall'espressione del rendimento della turbina è possibile ricavare la temperatura di fine espansione reale  $T_4$ :

$$\eta_T = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4'}} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4'}} \quad (4.1.72)$$

$$T_4 = T_3 - \eta_T \cdot (T_3 - T_{4'})$$

Punto 5 - Scarico al camino.

Come detto, il camino non è un componente del ciclo, per cui il punto 5 non è un punto cardinale del ciclo. È comunque interessante stabilirne lo stato termodinamico.

Con riferimento all'espressione del primo principio della termodinamica  $dh = \delta q - \delta l$ , si ha ancora  $\delta l = 0$  perché nel camino non ci sono organi mobili che realizzano uno scambio di lavoro con l'esterno, ma il camino non è adiabatico, per quanto sia coibentato sia per ragioni di sicurezza, sia per consentire uno scarico dei gas in atmosfera a temperatura sufficientemente elevata e tale da realizzare un adeguato innalzamento del pennacchio per l'efficace dispersione dei gas reflui in atmosfera. Con riferimento alla trasformazione 4-5 di cui in figura 4.1.15, si ha pertanto:

$$h_5 - h_4 = \int_4^5 dh = q_{4,5} = -q_{SC} \quad (4.1.73)$$

essendo  $q_{4,5} = -q_{SC}$  (con  $q_{SC}$  valutato positivamente) il calore disperso verso l'esterno attraverso la superficie laterale del camino, negativo perché ceduto dal sistema all'esterno. Pertanto:

$$h_5 = h_4 - q_{SC} < h_4 \rightarrow T_5 < T_4 \quad (4.1.74)$$

Il punto 5 sta in una qualsiasi posizione sull'isobara a  $p_0 = p_{amb}$  ad una temperatura inferiore alla  $T_4$ , in misura dipendente dalla quantità di calore  $q_{sc}$  dispersa nell'ambiente dalle superfici laterali del camino.

Si osserva infine che le palettature del primo stadio ed anche del secondo stadio della turbina vengono raffreddate con aria prelevata dal compressore a fine compressione che viene inviata direttamente in turbina attraverso l'albero cavo. Il raffreddamento delle palettature mediante aria spillata dal compressore fa sì che l'espansione nel primo (ed eventualmente nel secondo) stadio della turbina non sia più adiabatica, ma caratterizzata da uno scambio di calore del fluido operativo con il fluido refrigerante (aria dal compressore), che inizialmente può essere visto come un mezzo esterno al fluido operativo<sup>9</sup>. Per questa ragione, in realtà, l'espansione in turbina presenta inizialmente un tratto caratterizzato da una diminuzione di entropia, poiché, in virtù del teorema di Clausius si ha:

$$ds = \frac{\delta q}{T} + \delta\sigma \quad (4.1.75)$$

Durante la fase iniziale di espansione, il calore sottratto alle palettature e al fluido operativo dall'aria di refrigerazione, può essere considerato come ceduto dal fluido operativo a un mezzo esterno, anche se poi viene riciclato nello stesso fluido operativo, per cui, essendo in tal caso  $\delta q < 0$ , ed essendo la produzione di calore per irreversibilità molto piccola rispetto a quella scambiata attraverso il processo di refrigerazione delle palette ( $\delta\sigma < \left| \frac{\delta q}{\delta T} \right|$ ), risulterà  $ds < 0$ .

#### Rendimento del ciclo reale

Per determinare il rendimento del ciclo reale si assumono le seguenti ipotesi semplificative:

- si trascurano tutte le perdite di carico presenti nell'impianto e si considerano le sole perdite all'interno delle turbomacchine;
- si assumono uguali e costanti i calori specifici dell'aria e del gas;
- si trascura la variazione di portata massica del fluido operativo dovuta al combustibile.

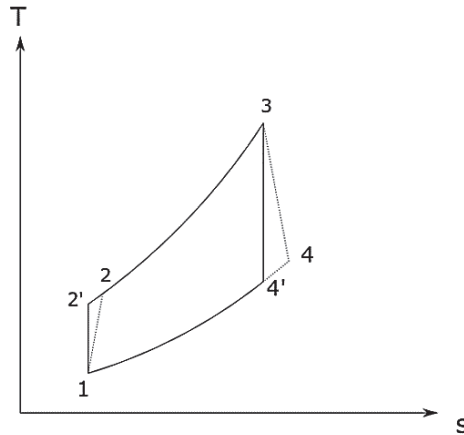
Queste ipotesi semplificative si rendono necessarie per una formulazione analitica semplificata dell'espressione del rendimento reale, non già ai

---

<sup>9</sup> Il fenomeno è complesso, perché le palette statoriche e rotoriche, raffreddate prevalentemente mediante "film cooling", sono isolate dal flusso principale da un film d'aria di refrigerazione, che fuoriuscendo da minuscoli forellini le ricopre e le protegge dai gas ad elevata temperatura; l'aria refrigerante, fuoriuscendo dalle pale, si miscela poi con il flusso principale dei gas e prende parte con essi all'espansione.

fini della valutazione delle prestazioni del ciclo, bensì per poter effettuare, su base semplice, considerazioni concettuali di carattere generale per le quali non è richiesta una formulazione rigorosa. È chiaro, pertanto, che la formulazione del rendimento basata su tali ipotesi non è utile ai fini di una valutazione persino approssimata delle prestazioni del ciclo.

La figura 4.1.17 mostra il ciclo reale di Joule semplificato in conformità alle ipotesi testé assunte.



**Figura 4.1.17.** Ciclo di Joule semplificato in sede reale.

Come corollario delle ipotesi semplificative adottate, si può assimilare il rendimento limite al rendimento ideale, vale a dire:

$$\eta_l \cong \eta_{id} = \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) \quad (4.1.76)$$

Il rendimento reale può essere espresso come prodotto del rendimento limite per il rendimento interno, per cui si ha:

$$\eta_r = \eta_l \cdot \eta_i = \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) \cdot \eta_i \quad (4.1.77)$$

Il rendimento interno  $\eta_i$ , a sua volta, può essere esplicitato come segue:

$$\eta_i = \frac{\eta_r}{\eta_l} = \frac{l_{u,r}}{q_{1,r}} \cdot \frac{q_{1,l}}{l_{u,l}} = \frac{q_{1,l}}{q_{1,r}} \cdot \frac{l_{u,r}}{l_{u,l}} = \theta \cdot \frac{l_{u,r}}{l_{u,l}} \quad (4.1.78)$$

posto  $\theta = \frac{q_{1,l}}{q_{1,r}}$ . Si verifica facilmente, anche dall'esame del ciclo sul piano T-s, che  $\theta > 1$ , poiché  $q_{1,l} > q_{1,r}$ . Con semplici passaggi analitici si può trovare per  $\theta$  la seguente espressione:



$$\frac{1}{\theta} = 1 - \frac{(\beta^\lambda - 1) \left( \frac{1}{\eta_C} - 1 \right)}{(\tau - \beta^\lambda)} \quad (4.1.79)$$

Sviluppando l'espressione del rendimento interno di cui alla (4.1.78), si ha:

$$\eta_i = \theta \cdot \left[ \frac{l_{T,r} - l_{C,r}}{l_{T,l} - l_{C,l}} \right] = \theta \cdot \left[ \frac{l_{T,l} \eta_T - \frac{l_{C,l}}{\eta_C}}{l_{T,l} - l_{C,l}} \right] = \frac{\theta}{\eta_C} \cdot \left[ \frac{l_{T,l} \eta_T \eta_C - l_{C,l}}{l_{T,l} - l_{C,l}} \right] \quad (4.1.80)$$

Aggiungendo e togliendo  $l_{T,l}$  a numeratore della frazione tra parentesi quadre si ha inoltre:

$$\begin{aligned} \eta_i &= \frac{\theta}{\eta_C} \cdot \left[ \frac{l_{T,l} \eta_T \eta_C - l_{C,l} - l_{T,l} + l_{T,l}}{l_{T,l} - l_{C,l}} \right] = \frac{\theta}{\eta_C} \cdot \left[ \frac{l_{T,l} \eta_T \eta_C - l_{T,l} + (l_{T,l} - l_{C,l})}{l_{T,l} - l_{C,l}} \right] \\ &= \frac{\theta}{\eta_C} \cdot \left[ 1 - \frac{l_{T,l}(1 - \eta_T \eta_C)}{l_{T,l} - l_{C,l}} \right] = \frac{\theta}{\eta_C} \cdot \left[ 1 - \frac{(1 - \eta_T \eta_C)}{1 - \frac{l_{C,l}}{l_{T,l}}} \right] \end{aligned} \quad (4.1.81)$$

Sviluppando il rapporto  $\frac{l_{C,l}}{l_{T,l}}$  si ottiene:

$$\frac{l_{C,l}}{l_{T,l}} = \frac{h'_2 - h_1}{h_3 - h'_4} = \frac{T'_2 - T_1}{T_3 - T'_4} = \frac{T_1 \left( \frac{T'_2}{T_1} - 1 \right)}{T_3 \left( 1 - \frac{T'_4}{T_3} \right)} = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{(\beta^\lambda - 1)}{\left( 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right)} = \frac{\beta^\lambda}{\tau} \cdot \frac{\left( 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right)}{\left( 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right)} = \frac{\beta^\lambda}{\tau} \quad (4.1.82)$$

Pertanto:

$$\eta_i = \frac{\theta}{\eta_C} \cdot \left[ 1 - \frac{(1 - \eta_T \eta_C)}{1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau}} \right] \quad (4.1.83)$$

Affinché il rendimento reale sia maggiore di zero ( $\eta_r = \eta_i \cdot \eta_l$ ) essendo il rendimento limite maggiore di zero, o al più nullo per  $\beta = 1$  (posto  $\eta_l \cong \eta_{idr}$  eq. (4.1.76)), è necessario che anche il rendimento interno sia positivo, cioè deve essere:

$$1 - \frac{(1 - \eta_T \eta_C)}{1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau}} > 0 \quad (4.1.84)$$

da cui, dopo semplici passaggi:

$$\beta < (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}} \quad (4.1.85)$$

Questa relazione sintetizza il contenuto tecnologico delle turbine a gas: infatti, essa è soddisfatta tanto più facilmente quanto maggiore è il secondo membro, cioè quanto più alti sono i rendimenti della turbina e del compressore (oramai giunti a limiti tecnologici e solo marginalmente migliorabili) e quanto più elevata, in particolare, è la temperatura massima del ciclo, quindi  $\tau$ . Un aumento del rapporto di compressione, finalizzato ad un aumento del rendimento o del lavoro utile specifico, va perciò di pari passo, conformemente alla (4.1.85), con l'aumento di  $\tau$ .

Sostituendo l'espressione di  $\eta_i$  data dalla (4.1.83) nella (4.1.77) si ottiene l'espressione del rendimento reale in funzione dei parametri caratteristici  $\beta$  e  $\tau$ :

$$\eta_r = \eta_l \cdot \eta_i = \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) \cdot \left\{ \frac{\theta}{\eta_C} \cdot \left[ 1 - \frac{(1 - \eta_T \eta_C)}{1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau}} \right] \right\} \quad (4.1.86)$$

Come già osservato il rendimento limite è nullo per  $\beta = 1$  e presenta un andamento monotono crescente all'aumentare di  $\beta$ . Come si evince dalla (4.1.83), invece, il rendimento interno è massimo per  $\beta = 1$  e diminuisce all'aumentare di  $\beta$ , diventando nullo per  $\beta = (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}}$  e poi negativo per  $\beta > (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}}$ .

In prima istanza, per  $\beta = 1$  si potrebbero considerare unitari i rendimenti isoentropici del compressore e della turbina, poiché in tali condizioni non si ha né compressione né espansione, né perdite conseguenti. Per  $\beta = 1$ , inoltre è  $\theta = 1$  perché  $q_{1,l}$  e  $q_{1,r}$  coincidono; pertanto, in tali condizioni si avrebbe  $\eta_i = 1$ .

In realtà questa considerazione non è corretta, perché al tendere di  $\beta$  all'unità, i rendimenti isoentropici di compressione e di espansione tendono ai rendimenti politropici. Si ha cioè:

$$\lim_{\beta \rightarrow 1} \eta_{is} = \eta_{pol} \quad (4.1.87)$$

per cui, in realtà, per  $\beta = 1$   $\eta_i < 1$ .

Riepilogando, il rendimento del ciclo reale presenta due soluzioni rispetto alla variabile  $\beta$ , vale a dire:

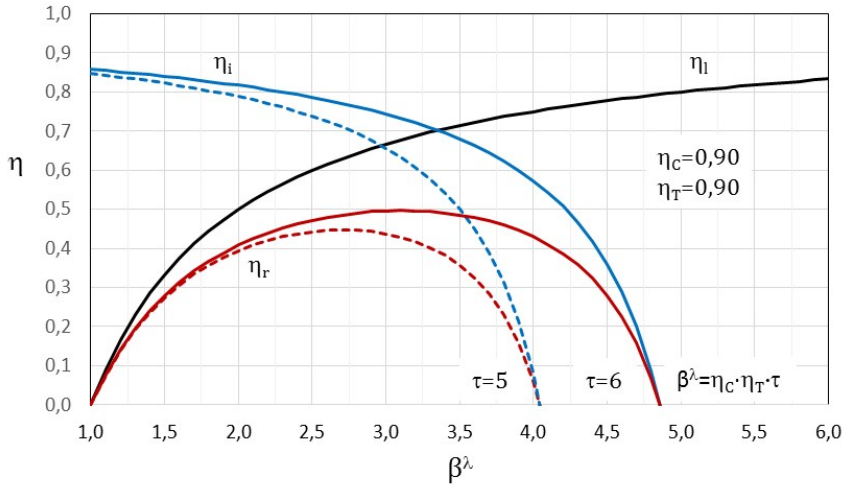
$$\begin{aligned} \eta_i = 0 & \quad \text{per} \quad \beta = 1 \\ \eta_i = 0 & \quad \text{per} \quad \beta = (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}} \end{aligned}$$

di conseguenza:

$$\eta_r = 0 \quad \text{per} \quad \beta = 1 \text{ e } \beta = (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}}$$

L'esistenza delle due soluzioni assicura la presenza di un massimo del rendimento reale che si ha però per valori di  $\beta$  molto maggiori rispetto a quelli di massimo lavoro utile.

La figura 4.1.18 mostra l'andamento dei rendimenti limite (Cfr. figura 4.1.6), interno e reale del ciclo di Joule in funzione del rapporto di compressione, per due diverse condizioni di temperatura massima, con  $\tau = 5$  (linee a tratti) e  $\tau = 6$  (linee continue), posto  $\eta_C = \eta_T = 0,90$ .



**Figura 4.1.18.** Rendimenti limite, interno e reale in funzione del rapporto di compressione.

#### Lavoro utile del ciclo reale

Diversamente dalle ipotesi adottate per lo studio del rendimento reale, per determinare il lavoro utile specifico del ciclo reale si assumono valori medi dei calori specifici diversi per l'aria e per i gas e si tiene conto dell'effettiva massa di fluido operativo evolvente nelle diverse sezioni dell'impianto; inoltre, si tiene conto delle perdite di carico in termini globali, considerando valori diversi dei rapporti di compressione  $\beta_C$  e di espansione  $\beta_T$ , con  $\beta_T < \beta_C$ , essendo  $p_3 < p_2$  e  $p_4 > p_1$ . Così operando si può pervenire ad una espressione del lavoro utile specifico che, diversamente dall'espressione del rendimento reale, consente di effettuare valutazioni del lavoro con buona approssimazione.

Sul piano  $T$ - $s$ , il ciclo di Joule, pur con le suddette ipotesi, può essere sempre rappresentato dalla figura 4.1.17 e il lavoro utile è dato dall'espressione:

$$L_u = L_T - L_C = m_g \cdot c_{p,g} \cdot (T_3 - T_4) - m_a \cdot c_{p,a} \cdot (T_2 - T_1) \quad (4.1.88)$$

mentre il lavoro specifico, riferito alla massa d'aria evolvente nel compressore, introducendo i rendimenti del compressore e della turbina, sarà:

$$l_{u,a} = \frac{m_g}{m_a} \cdot c_{p,g} \cdot (T_3 - T_{4'}) \cdot \eta_T - c_{p,a} \cdot (T_{2'} - T_1) \cdot \frac{1}{\eta_C} \quad (4.1.89)$$

Dividendo entrambi i termini per  $c_{p,a}T_1$  e introducendo il rapporto aria/combustibile  $\alpha$ , si ha ancora:

$$\frac{l_{u,a}}{c_{p,a}T_1} = \frac{\alpha + 1}{\alpha} \cdot \frac{c_{p,g}}{c_{p,a}} \cdot \left(1 - \frac{T_{4'}}{T_3}\right) \cdot \frac{T_3}{T_1} \cdot \eta_T - \left(\frac{T_{2'}}{T_1} - 1\right) \cdot \frac{1}{\eta_C} \quad (4.1.90)$$

Introducendo i rapporti di compressione e di espansione  $\beta_C$  e  $\beta_T$ , posto:

$$K_1 = \frac{\alpha + 1}{\alpha} \cdot \frac{c_{p,g}}{c_{p,a}} \quad (4.1.91)$$

si ottiene:

$$\frac{l_{u,a}}{c_{p,a}T_1} = K_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta_T^{\lambda_g}}\right) \cdot \eta_T - \left(1 - \frac{1}{\beta_C^{\lambda_a}}\right) \cdot \frac{\beta_C^{\lambda_a}}{\eta_C} \quad (4.1.92)$$

Il termine  $K_1$  è un fattore maggiore di 1 perché  $\frac{\alpha+1}{\alpha} > 1$  e  $\frac{c_{p,g}}{c_{p,a}} > 1$ <sup>10</sup>.

Moltiplicando e dividendo il primo termine a secondo membro della (4.1.92) per il termine  $\left(1 - \frac{1}{\beta_C^{\lambda_a}}\right)$ , posto:

$$K_2 = \frac{\left(1 - \frac{1}{\beta_T^{\lambda_g}}\right)}{\left(1 - \frac{1}{\beta_C^{\lambda_a}}\right)} \quad (4.1.93)$$

e riordinando i vari termini si ottiene infine:

$$\frac{l_{u,a}}{c_{p,a}T_1} = \left(1 - \frac{1}{\beta_C^{\lambda_a}}\right) \cdot \left(K_1 K_2 \cdot \eta_T - \frac{\beta_C^{\lambda_a}}{\eta_C}\right) \quad (4.1.94)$$

Per quanto riguarda il parametro  $K_2$  si osserva quanto segue:

- dall'espressione di  $\lambda$ , dato dalla relazione  $\lambda = \frac{k-1}{k} = \left(1 - \frac{1}{k}\right)$ , si evince che  $\lambda$  diminuisce al diminuire di  $k$ ;

<sup>10</sup> Oltre all'azoto e all'ossigeno residui, presenti nell'aria, nei gas sono presenti gas triatomici prodotti dalla combustione quali CO<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>O che hanno calore specifico maggiore.

- per i gas biatomici come  $N_2$  e  $O_2$  e, quindi, per l'aria, costituita essenzialmente da azoto e ossigeno,  $k = 1,4$ , mentre per i gas triatomici come  $H_2O$  e  $CO_2$ , derivanti dalla combustione,  $k = 1,33$ , pertanto  $k_g < k_a$  e, di conseguenza,  $\lambda_g < \lambda_a$ ;
- come già osservato,  $\beta_T < \beta_C$  per cui, a maggior ragione,  $\beta_T^{\lambda_g} < \beta_C^{\lambda_a}$ .

Da quanto sopra consegue che il termine  $K_2$  è un fattore positivo e minore di 1 perché  $(1 - \frac{1}{\beta_T^{\lambda_g}}) < (1 - \frac{1}{\beta_C^{\lambda_a}})$ . Considerato quindi che  $K_1 > 1$  e  $K_2 < 1$ , si può assumere, con buona approssimazione,  $K_1 K_2 \cong 1$ , per cui si ha infine:

$$\frac{l_{u,a}}{c_{p,a} T_1} = \left(1 - \frac{1}{\beta_C^{\lambda_a}}\right) \cdot \left(\tau \eta_T - \frac{\beta_C^{\lambda_a}}{\eta_C}\right) \quad (4.1.95)$$

La (4.1.95), non include ipotesi eccessivamente semplificative se non l'aver supposto implicitamente nulle le perdite di carico nei filtri di aspirazione (di cui non si può tenere conto attraverso il rapporto di compressione  $\beta_C$ ), e l'aver assunto  $K_1 K_2 = 1$ . Essa consente pertanto di stimare il lavoro del ciclo con buona approssimazione.

È appena il caso di osservare che il lavoro utile specifico espresso dalla (4.1.95) dipende solo da proprietà termofisiche dell'aria  $c_{p,a}$  e  $\lambda_a$  e dal rapporto di compressione  $\beta_C$ , oltre che dai rendimenti di entrambe le macchine  $\eta_C$  e  $\eta_T$ . La sua formulazione è perciò molto semplice ed è formalmente identica, a parte la presenza dei rendimenti del compressore e della turbina, all'espressione del lavoro ideale data dalla (4.1.35).

Come per il caso ideale, e procedendo analogamente, si possono determinare le radici della (4.1.95) e le condizioni di massimo lavoro utile.

Si osserva innanzitutto che l'equazione (4.1.95), come la (4.1.35), contiene il prodotto di 2 fattori, pertanto il lavoro utile sarà nullo quando uno dei due fattori è nullo. Dalla (4.1.95) si ha quindi:

$$l_u = 0 \quad \text{se} \quad \begin{cases} 1 - \frac{1}{\beta_C^{\lambda_a}} = 0 \rightarrow \beta_C = 1 \\ \tau \eta_T - \frac{\beta_C^{\lambda_a}}{\eta_C} = 0 \rightarrow \beta_C = (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda_a}} \end{cases} \quad (4.1.96)$$

La seconda radice è la stessa per la quale sia annulla il rendimento interno del ciclo e, quindi, il rendimento del ciclo reale. In tali condizioni infatti, il lavoro utile specifico  $l_u$  è nullo, ma non il calore  $q_1$  fornito dall'esterno, di conseguenza risulta nullo il rendimento.

La presenza dei due zeri sancisce la presenza di un massimo che può essere determinato procedendo analogamente al caso ideale. Svilupp-

pando il secondo membro della (4.1.95) ed effettuando una sostituzione di variabile ponendo  $x = \beta_C^{\lambda_a}$ , si ha:

$$\frac{l_{u,a}}{c_{p,a}T_1} = \tau\eta_T - \frac{x}{\eta_C} - \frac{\tau\eta_T}{x} + \frac{1}{\eta_C} \quad (4.1.97)$$

Derivando rispetto a  $x$ , per un prefissato valore costante di  $\tau$ , e uguagliando a zero:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{l_{u,a}}{c_{p,a}T_1} \right) = -\frac{1}{\eta_C} + \frac{\tau\eta_T}{x^2} = -\frac{1}{\eta_C} + \frac{\tau\eta_T}{(\beta_C^{\lambda_a})^2} = -\frac{1}{\eta_C} + \frac{\tau\eta_T}{\beta_C^{2\lambda_a}} = 0 \quad (4.1.98)$$

da cui si trova il valore ottimale  $\beta_{C,l}$  del rapporto di compressione per il quale si ha il massimo lavoro utile, essendo:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{l_{u,a}}{c_{p,a}T_1} \right) = 0 \quad \text{per} \quad \beta_{C,l} = (\tau\eta_T\eta_C)^{\frac{1}{2\lambda_a}} = \sqrt{(\tau\eta_T\eta_C)^{\frac{1}{\lambda_a}}} \quad (4.1.99)$$

Noto il valore ottimale  $\beta_{C,l}$  del rapporto di compressione si può determinare il corrispondente valore  $l_{u,max}$  del massimo lavoro utile (sempre in termini adimensionali), sostituendo nell'equazione (4.1.95) l'espressione di  $\beta_{C,l}$  data dalla (4.1.99):

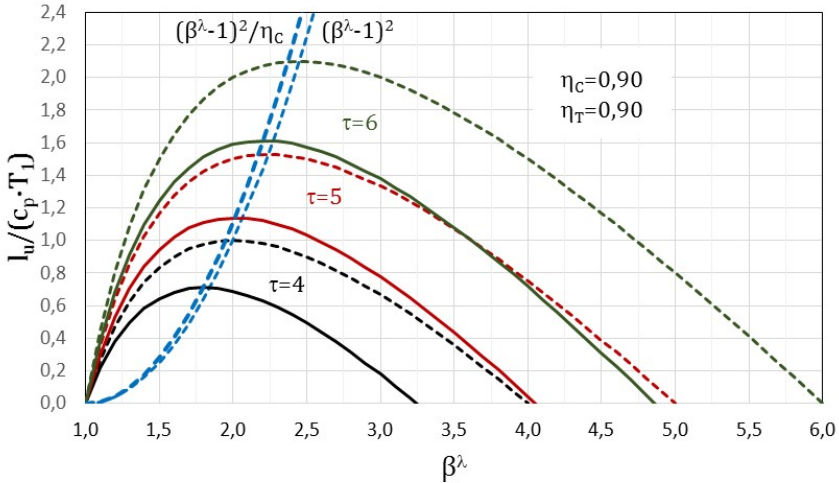
$$\begin{aligned} \left( \frac{l_{u,a}}{c_{p,a}T_1} \right)_{max} &= \tau\eta_T - \frac{\sqrt{\tau\eta_T\eta_C}}{\eta_C} - \frac{\tau\eta_T}{\sqrt{\tau\eta_T\eta_C}} + \frac{1}{\eta_C} = \tau\eta_T - 2\sqrt{\frac{\tau\eta_T}{\eta_C}} + \frac{1}{\eta_C} \\ &= \left( \sqrt{\tau\eta_T} - \frac{1}{\sqrt{\eta_C}} \right)^2 = \frac{1}{\eta_C} \cdot (\beta_{C,l}^{\lambda_a} - 1)^2 \end{aligned} \quad (4.1.100)$$

L'equazione (4.1.100) è analoga all'equazione (4.1.41) ricavata per la sede ideale e coincide con essa per valori unitari dei rendimenti della turbina e del compressore. Valgono perciò le stesse considerazioni sull'andamento del massimo lavoro utile e sulle sue derivate prima e seconda già riportate per la sede ideale.

La figura 4.1.19 mostra l'andamento del lavoro utile specifico, in sede reale, in funzione di  $\beta^{\lambda_{11}}$  e per diversi valori di  $\tau$ , posto  $\eta_C = \eta_T = 0,90$ , evidenziando graficamente i concetti precedentemente esposti. La figura riporta anche la curva di equazione  $\frac{l_u}{c_p T_1} = \frac{1}{\eta_C} \cdot (\beta^\lambda - 1)^2$ , luogo dei punti di massimo lavoro utile. Per un confronto diretto tra i lavori

<sup>11</sup> Si intende  $\beta = \beta_C$  e  $\lambda = \lambda_a$ .

reale e ideale, la figura 4.1.19 riporta inoltre, con linee tratteggiate, le curve del lavoro ideale già rappresentate, per gli stessi valori di  $\tau$ , nella figura 4.1.10.

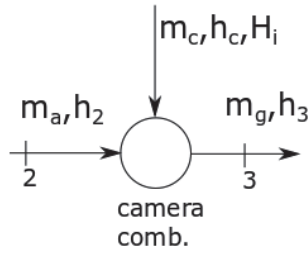


**Figura 4.1.19.** Andamento del lavoro utile specifico in funzione di  $\beta$  e  $\tau$  in sede reale.

La figura 4.1.19 mostra chiaramente il rilevante effetto sul decadimento del lavoro utile delle irreversibilità delle trasformazioni reali, di cui si è tenuto conto attraverso i rendimenti del compressore e della turbina e attraverso la variazione, durante il ciclo, dell'esponente  $\lambda$  e del rapporto di compressione  $\beta$ . La figura mostra inoltre che la temperatura massima del ciclo produce sempre, anche in sede reale, un significativo aumento del lavoro specifico utile. Anche in sede reale, infatti, si osserva che aumentando il valore di  $\tau$  da 4 a 6, ossia aumentando la temperatura massima da circa 880 °C a circa 1460 °C, posto  $T_0 = 15$  °C, il lavoro specifico utile massimo aumenta oltre il doppio il suo valore.

#### Bilancio energetico della camera di combustione

Il bilancio energetico della camera di combustione può essere formulato in modo analogo alla sede limite, facendo riferimento alla figura 4.1.20 del tutto identica alla figura 4.1.13 già presentata in sede limite. In sede reale si tiene però conto delle perdite per scambio termico con l'esterno e per incombusti.



**Figura 4.1.20.** Schema di bilancio energetico della camera di combustione.

Con riferimento all'espressione generale del bilancio energetico:

$$H_2 - H_1 + \Delta E_{chim} = Q - L \quad (4.1.101)$$

si ha:

$$H_1 = m_a h_2 + m_c h_c \quad (4.1.102)$$

$$H_2 = m_g h_3 \quad (4.1.103)$$

$$-\Delta E_{chim} = m_c H_i - Q_{RI} \quad (4.1.104)$$

$$Q = -Q_{SE} \quad (4.1.105)$$

Il termine  $Q_{RI}$  nella (4.1.104) rappresenta il calore di reazione sottratto alla combustione dagli incombusti, mentre il termine  $Q_{SE}$  nella (4.1.105) rappresenta il calore scambiato con l'esterno, entrambi espressi in valore assoluto. Nonostante gli elevati eccessi d'aria, minime quantità di incombusti sono comunque inevitabili per il modo in cui si realizza la combustione (a stadi) al fine di limitare la formazione di  $NO_x$ , come pure inevitabili sono le perdite per scambio termico con l'esterno, seppure anch'esse molto modeste, non essendo possibile realizzare un isolamento termico perfetto. Come nella sede limite è infine  $L = 0$  perché non ci sono organi mobili.

Come già osservato, l'entalpia del combustibile  $h_c$  non è nulla solo se il combustibile viene preriscaldato. Considerando che la turbina a gas viene alimentata con combustibili gassosi o liquidi leggeri, non è necessario il preriscaldamento del combustibile funzionale all'iniezione in camera di combustione. Il preriscaldamento può essere comunque presente nel caso di alimentazione con gasolio, oppure nel caso di combustibili gassosi forniti da una rete di distribuzione, come il gas naturale, che devono essere compressi, con conseguente aumento di temperatura, per poter essere iniettati in camera di combustione.



Introducendo nell'equazione di bilancio energetico (4.1.101) le espressioni dei vari termini date dalle equazioni (4.1.102-105) e raggruppando i termini in modo da evidenziare l'effetto utile si ottiene:

$$m_g h_3 - m_a h_2 = m_c \cdot (H_i + h_c) - (Q_{RI} + Q_{SE}) \quad (4.1.106)$$

Come già osservato con riferimento alla sede limite, il termine  $(m_g h_3 - m_a h_2)$  al primo membro dell'equazione (4.1.106), rappresenta l'effetto utile, ovvero il calore  $Q_{1,eq}$ ,  $Q_1$  per brevità, effettivamente trasferito al fluido operativo durante la combustione, mentre i termini al secondo membro  $m_c \cdot (H_i + h_c)$  e  $(Q_{RI} + Q_{SE})$  rappresentano rispettivamente l'energia complessivamente introdotta nell'impianto e le perdite per incombusti e per scambio termico con l'esterno.

Sulla base dell'equazione (4.1.106), si può introdurre il rendimento della camera di combustione dato dal rapporto tra l'effetto utile e l'energia messa a disposizione per ottenerlo, espresso mediante la relazione:

$$\eta_{cc} = \frac{Q_1}{m_c \cdot (H_i + h_c)} = \frac{m_g h_3 - m_a h_2}{m_c \cdot (H_i + h_c)} = 1 - \frac{Q_{RI} + Q_{SE}}{m_c \cdot (H_i + h_c)} \quad (4.1.107)$$

da cui, anche:

$$Q_{RI} + Q_{SE} = (1 - \eta_{cc}) \cdot m_c \cdot (H_i + h_c) \quad (4.1.108)$$

Combinando la (4.1.106) con la (4.1.108) si ottiene:

$$m_g h_3 - m_a h_2 = m_c \cdot (H_i + h_c) \cdot \eta_{cc} \quad (4.1.109)$$

Infine, dividendo entrambi i membri della (4.1.109) per  $m_c$ , introducendo il rapporto aria/combustibile  $\alpha$  e riordinando i termini si ottiene:

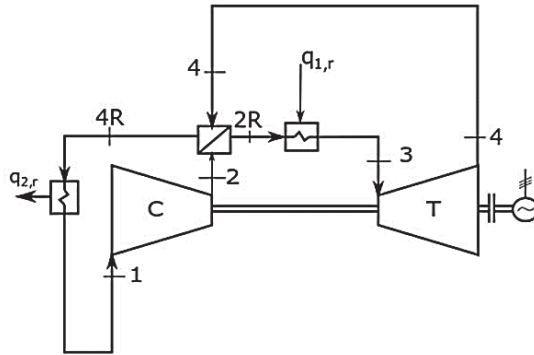
$$\alpha = \frac{(H_i + h_c) \cdot \eta_{cc} - h_3}{h_3 - h_2} \quad (4.1.110)$$

Ove si assuma  $\eta_{cc} = 1$ , la (4.1.110) coincide con la (4.1.59) ricavata in sede limite.

## 4.2 Rigenerazione termodinamica

Come più volte sottolineato, i gas reflui allo scarico della turbina a gas possiedono una temperatura, e quindi un contenuto energetico, ancora molto elevati; è perciò naturale chiedersi se sia possibile recuperare



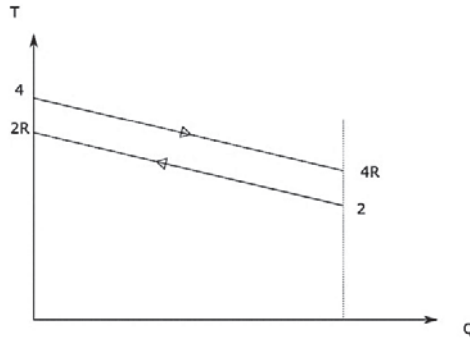


**Figura 4.2.2.** Schema semplificato di impianto ideale di turbina a gas con rigenerazione.

Dalla figura 4.2.1 si evince che il fluido operativo a fine espansione (fluido caldo), uscente dalla turbina alla temperatura  $T_4$ , può cedere calore al fluido operativo a fine compressione (fluido freddo), uscente dal compressore alla temperatura  $T_2$ ; in tal modo, il fluido caldo si raffredda, al limite, fino alla temperatura  $T_{4R} = T_2$ , mentre nello stesso tempo il fluido freddo si riscalda fino alla temperatura  $T_{2R} = T_4$ , essendo il calore specifico costante in sede ideale. È peraltro evidente che affinché si possa effettuare la rigenerazione termodinamica del ciclo deve essere  $T_4 > T_2$ .

Si sottolinea che fissati i rapporti caratteristici  $\beta$  e  $\tau$ , la rigenerazione non ha alcuna influenza sui lavori specifici di compressione e di espansione  $e$ , quindi, sul lavoro specifico utile poiché, come si evince dalla figura 4.2.1, l'ampiezza dei segmenti  $\overline{12}$  e  $\overline{34}$ , nonché l'area del ciclo, che nel piano  $T$ - $s$  rappresenta il lavoro utile specifico, sono indifferenti alla rigenerazione.

Come mostra la figura 4.2.2, il processo di scambio termico interno al ciclo avviene, operativamente, in uno scambiatore di calore rigenerativo con scambio termico in controcorrente, la cui curva caratteristica è mostrata in figura 4.2.3;



**Figura 4.2.3.** Curva caratteristica dello scambiatore rigenerativo.

Le curve caratteristiche dei due fluidi caldo e freddo sono due segmenti di retta paralleli, in quanto la massa di fluido operativo circolante nel ciclo e il suo calore specifico sono costanti e così, di conseguenza, la sua capacità termica.

Il raffreddamento del fluido caldo fino alla temperatura limite  $T_{4R} = T_2$  si può ottenere, in sede ideale, se si azzerava la differenza di temperatura tra i due fluidi (ovvero se la differenza di temperatura tra il fluido caldo e il fluido freddo è infinitesima), il che implica che lo scambiatore debba avere superfici di scambio termico infinite (caratteristica ammissibile in sede ideale). In questo caso, ovviamente, la quantità di calore rigenerato è quella massima possibile.

In tali condizioni limite si ha:

$$q_{1,R} = h_3 - h_{2R} = c_p(T_3 - T_{2R}) = c_p(T_3 - T_4) \quad (4.2.1)$$

$$q_{2,R} = h_{4,R} - h_1 = c_p(T_{4R} - T_1) = c_p(T_2 - T_1) \quad (4.2.2)$$

$$q_R = h_4 - h_{4,R} = h_{2R} - h_2 = c_p(T_4 - T_2) \quad (4.2.3)$$

essendo  $q_R$  il calore rigenerato, trasferito internamente al ciclo dal fluido caldo al fluido freddo.

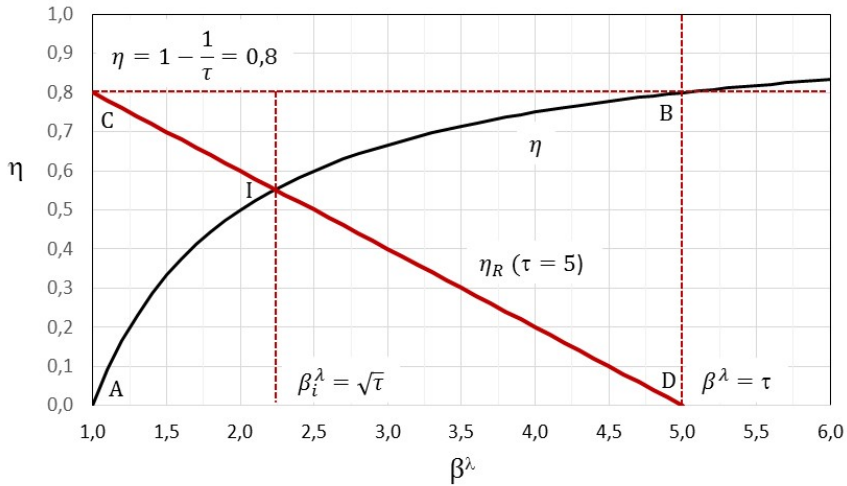
Il rendimento del ciclo rigenerato, espresso nella forma indiretta, risulta:

$$\eta_R = 1 - \frac{q_{2R}}{q_{1R}} = 1 - \frac{c_p \cdot (T_{4R} - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_{2R})} = 1 - \frac{c_p \cdot (T_2 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_4)} \quad (4.2.4)$$

Nella (4.2.4) il rapporto  $\frac{c_p \cdot (T_2 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_4)}$  coincide con il rapporto tra il lavoro di compressione e il lavoro di espansione, che in sede ideale, come si è già visto durante lo sviluppo del rendimento interno, risulta uguale al rapporto  $\frac{\beta^\lambda}{\tau}$  (Cfr. eq. (4.1.82)). Pertanto:

$$\eta_R = 1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau} \quad (4.2.5)$$

La figura 4.2.4 riporta la rappresentazione grafica del rendimento del ciclo ideale rigenerato in funzione del rapporto di compressione  $\beta$  espresso dalla (4.2.5), insieme a quella del ciclo non rigenerato. Si ricorda che l'asse delle ascisse ha l'origine in corrispondenza di  $\beta = 1$ , che rappresenta il valore limite minimo a cui tende il rapporto di compressione per  $p_2 \rightarrow p_1$ .



**Figura 4.2.4.** Rendimento del ciclo ideale rigenerato in funzione del rapporto di compressione.

Come si vede dalla figura 4.2.4 (e dall'equazione (4.2.5)), il rendimento ideale del ciclo rigenerato presenta i seguenti casi limite:

$$\beta \rightarrow 1 \quad \eta_R \rightarrow 1 - \frac{1}{\tau}$$

$$\beta \rightarrow \tau^{\frac{1}{\lambda}} \quad \eta_R = 0$$

Inoltre, esiste un punto (I) di indifferenza nei confronti della rigenerazione) in cui le due curve dei rendimenti dei cicli rigenerato e non rigenerato si intersecano, ossia in cui i due rendimenti assumono lo stesso valore. Uguagliando le espressioni dei due rendimenti dei cicli rigenerato e non rigenerato, e indicando con  $\beta_i$  il rapporto di compressione per cui si realizza l'uguaglianza, si ha:

$$\eta = \eta_R \Rightarrow 1 - \frac{1}{\beta_i^\lambda} = 1 - \frac{\beta_i^\lambda}{\tau} \quad (4.2.6)$$

da cui:

$$\beta_i = \tau^{2\lambda} \quad (4.2.7)$$

Per quanto sopra, come si evince dalla figura 4.2.4, si possono verificare le seguenti situazioni:

1.  $\beta < \beta_i \quad \eta_R > \eta$
2.  $\beta = \beta_i \quad \eta_R = \eta$
3.  $\beta > \beta_i \quad \eta_R < \eta$

Si osserva innanzitutto che la situazione particolare di cui al punto 2), per la quale il rendimento del ciclo è indifferente rispetto alla rigenerazione, si ottiene per lo stesso valore di  $\beta$  per il quale si realizza la condizione di massimo lavoro utile (Cfr. eq. (4.1.40)). In questo caso, infatti, si ha:

$$(\beta^\lambda)^2 = \tau \quad (4.2.8)$$

D'altra parte,  $\beta^\lambda = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$ ,  $\tau = \frac{T_3}{T_1}$  perciò:

$$(\beta^\lambda)^2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{T_3}{T_4} = \frac{T_3}{T_1} \quad (4.2.9)$$

da cui:

$$\frac{T_2}{T_4} = 1 \Rightarrow T_4 = T_2 \quad (4.2.10)$$

La condizione di massimo lavoro utile corrisponde quindi al caso in cui la rigenerazione è indifferente perché la temperatura del fluido a fine espansione è uguale a quella del fluido a fine compressione e, quindi, non si può avere scambio di calore nel rigeneratore.

Affinché sia  $\eta_R > \eta$ , cioè affinché la rigenerazione abbia senso, deve essere  $\beta < \beta_i$ ; in queste condizioni, infatti, risulta  $T_4 > T_2$ . Se viceversa  $\beta > \beta_i$ , risulta allora  $\eta_R < \eta$ ; in questo caso, infatti,  $T_4 < T_2$  e quindi nel rigeneratore lo scambio di calore si inverte, poiché il fluido a fine compressione, trovandosi a temperatura più elevata, riscalda inutilmente il fluido a fine espansione a temperatura minore (Cfr. figura 4.1.3).

In conclusione, affinché si possa effettuare la rigenerazione occorre operare con un rapporto di compressione minore di quello di massimo lavoro utile e il rendimento del ciclo rigenerato (almeno nella sede ideale) sarà tanto maggiore quanto minore è il rapporto di compressione, il che però implica di doversi allontanare sempre più dalle condizioni di massimo lavoro utile.

È interessante, infine, approfondire in termini comparativi ciò che avviene per i cicli non rigenerato e rigenerato nei casi limite per  $\beta = 1$  e per  $\beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}}$ , rappresentati in figura 4.2.4 dai punti (A, B) e (C, D) rispettivamente.

Caso limite per  $\beta = 1$  – ciclo non rigenerato (punto A)

Il caso è già stato esaminato durante lo studio del ciclo semplice in sede ideale (Cfr. § 2.1). Come già mostrato (Cfr. figura 4.1.7), infatti, per  $\beta = 1$  il ciclo degenera nell'isobara a pressione minima, ovvero in un ciclo di Ericsson di estensione isoterma nulla (ciclo improduttivo di area nulla), per cui si ha:

$$l_C = l_T = 0$$

$$l_u = 0$$

$$q_1 = q_2 > 0$$

$$\eta = \frac{l_u}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 0$$

Caso limite per  $\beta = 1$  – ciclo rigenerato (punto C)

Come detto, per  $\beta = 1$  il ciclo non rigenerato degenera nell'isobara a pressione minima, ovvero in un ciclo di Ericsson di estensione isoterma nulla. In questo caso, però, il ciclo è rigenerato, per cui, con riferimento alla figura 4.2.1, il punto 2R va a coincidere con il punto 3 e il punto 4R va a coincidere con il punto 1, si ha cioè:

$$T_{2R} = T_4 = T_3$$

$$T_{4R} = T_2 = T_1$$

In tali condizioni, tutto il calore uscente dal ciclo viene rigenerato come calore entrante e gli scambi di calore con l'esterno sono nulli, essendo:

$$q_R = h_{2R} - h_2 = h_4 - h_{4R} = h_3 - h_2 = h_4 - h_1 \quad (4.2.11)$$

Di conseguenza si ha:

$$l_C = l_T = 0$$

$$l_u = 0$$

$$q_{1R} = q_{2R} = 0$$

$$\eta_R = \frac{l_u}{q_{1R}} = \frac{0}{0} = 1 - \frac{q_{2R}}{q_{1R}} = 1 - \frac{0}{0}$$

ma è anche:

$$\eta_R = 1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau} = 1 - \frac{1}{\tau}$$

Ciò era d'altra parte atteso perché per  $\beta = 1$ , come detto, il ciclo di Joule degenera in un ciclo di Ericsson di estensione isoterma nulla e, come precedentemente dimostrato nell'introduzione alla rigenerazione termodinamica (Cfr. § 3.2), il ciclo di Ericsson rigenerato ha rendimento

uguale a quello del ciclo di Carnot evolvente tra le stesse temperature estreme.

Caso limite per  $\beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}}$ , - ciclo non rigenerato (punto B)

Anche questo caso è già stato esaminato durante lo studio del ciclo semplice in sede ideale (Cfr. § 2.1). Come già mostrato (Cfr. figura 4.1.8), infatti, per  $\beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}}$  il ciclo degenera nelle due isoentropiche di compressione e di espansione, che coincidono, riducendosi ad un ciclo di Carnot di estensione isoterma nulla (ciclo improduttivo di area nulla), per cui si ha:

$$l_T = l_C$$

$$q_1 = q_2 = 0$$

$$l_u = 0$$

$$\eta = \frac{l_u}{q_1} = \frac{0}{0} = 1 - \frac{q_1}{q_2} = 1 - \frac{0}{0}$$

ma è anche:

$$\beta^\lambda = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{1}{\tau}$$

Caso limite per  $\beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}}$ , - ciclo rigenerato (punto D)

Come detto, per  $\beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}}$  il ciclo non rigenerato degenera nelle due isoentropiche di compressione e di espansione, ovvero in un ciclo di Carnot di estensione isoterma nulla.

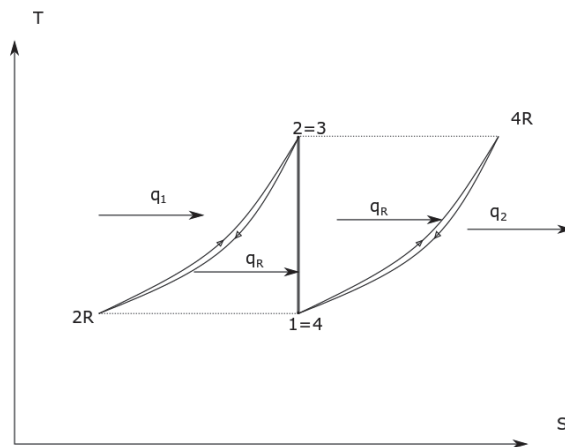
In questo caso, però, il ciclo è rigenerato, per cui la presenza dello scambiatore di calore rigenerativo impone una sequenza più articolata di trasformazioni. Come mostra la figura 4.2.5, infatti, il fluido operativo esegue le seguenti trasformazioni:

- 1-2 Compressione isoentropica dalla temperatura minima del ciclo  $T_1$  fino alla temperatura limite  $T_2 = T_3$ .
- 2-2R All'uscita del compressore il fluido operativo entra nel rigeneratore alla massima temperatura del ciclo, dove scambia il calore  $q_R$  con il fluido proveniente dallo scarico della turbina alla minima temperatura del ciclo, essendo  $T_4 = T_1$  (Cfr. trasformazione 3-4). Durante questa trasformazione il fluido si raffredda dalla temperatura  $T_2 = T_3$  fino alla temperatura  $T_{2R} = T_1$ . Questa trasformazione realizza evidentemente una rigenerazione negativa, raffreddando inutilmente il fluido operativo a fine compressione, che già si trova alla temperatura massima del ciclo  $T_2 = T_3$ , fino alla temperatura minima del ciclo  $T_{2R} = T_1$ .
- 2R-3 Paradossalmente, il fluido operativo, dopo essersi raffreddato nel rigeneratore dalla temperatura  $T_2 = T_3$  fino alla temperatura  $T_{2R} = T_1$  (Cfr. trasformazione 2-2R) scambia ora con l'esterno il



- calore  $q_{1R} = q_{R'}$  per riportarsi alla temperatura  $T_3$  di inizio espansione alla quale già si trovava a fine compressione.
- 3-4 Espansione isoentropica dalla temperatura massima del ciclo  $T_3$  fino alla temperatura limite  $T_4 = T_1$ .
- 4-4R All'uscita della turbina il fluido operativo entra nel rigeneratore alla minima temperatura del ciclo, dove scambia il calore  $q_R$  con il fluido proveniente dallo scarico del compressore alla massima temperatura del ciclo, essendo  $T_2 = T_3$  (Cfr. trasformazione 1-2). Durante questa trasformazione il fluido si riscalda dalla temperatura  $T_4 = T_1$  fino alla temperatura  $T_{4R} = T_3$ . Insieme alla trasformazione 2-2R, questa trasformazione realizza una rigenerazione negativa, riscaldando inutilmente il fluido operativo a fine espansione, che già si trova alla minima del ciclo  $T_4 = T_1$ , fino alla temperatura massima del ciclo  $T_{4R} = T_3$ .
- 4R-1 A questo punto il fluido operativo deve essere riportato nelle condizioni iniziali del ciclo (punto 1). Per questo, dopo essersi riscaldato nel rigeneratore dalla temperatura  $T_4 = T_1$  fino alla temperatura  $T_{4R} = T_3$  (Cfr. trasformazione 4-4R) scambia ora con l'esterno il calore  $q_{2R} = q_{R'}$  per riportarsi alla temperatura  $T_1$  di inizio compressione alla quale già si trovava a fine espansione.

Nella figura 4.2.5 le trasformazioni 2-2R e 2R-3 sono indicate con due linee distinte solo per motivi di illustrazione grafica, ma in realtà esse rappresentano la stessa trasformazione isobara percorsa due volte in senso opposto e perciò sono perfettamente coincidenti. Lo stesso vale per le trasformazioni 4-4R e 4R-1.



**Figura 4.2.5.** Degenerazione del ciclo di Joule rigenerato nel caso limite per  $\beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}}$ .

Per tutto quanto sopra si ha pertanto:

$$l_T = l_C$$

$$q_{1R} = q_{2R} = q_R$$

$$l_u = 0$$

$$\eta = \frac{l_u}{q_{1R}} = 1 - \frac{q_{1R}}{q_{2R}} = 0$$

È interessante osservare, in conclusione, l'esistenza di una sorta di simmetria tra i valori dei rendimenti dei cicli non rigenerato e rigenerato in corrispondenza dei valori limite estremi del rapporto di compressione. Con riferimento alla figura 4.2.4, riepilogando, si ha infatti:

Ciclo non rigenerato

Punto A)  $\beta = 1$      $\eta_R = 0$

Punto B)  $\beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}}$      $\eta_R = 1 - \frac{1}{\tau}$

Ciclo rigenerato

Punto C)  $\beta = 1$      $\eta_R = 1 - \frac{1}{\tau}$

Punto D)  $\beta = \tau^{\frac{1}{\lambda}}$      $\eta_R = 0$

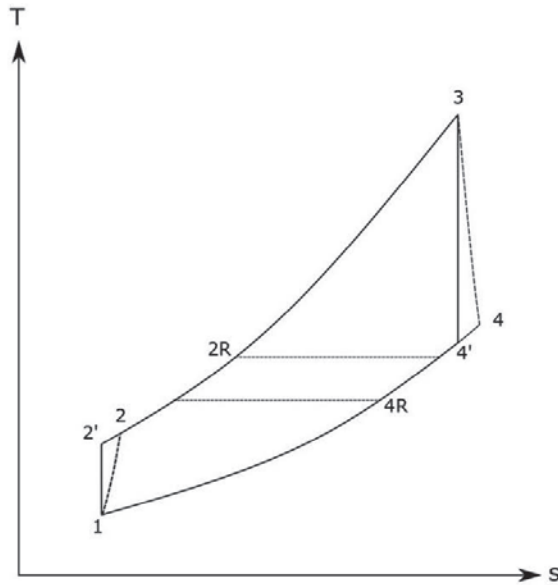
**Analisi del ciclo di Joule rigenerato in sede reale**

Ai fini dell'analisi del ciclo in sede reale si trascurano, per semplicità, tutte le perdite di carico presenti nei vari componenti<sup>12</sup> e si considerano le sole perdite fluidodinamiche nelle turbomacchine.

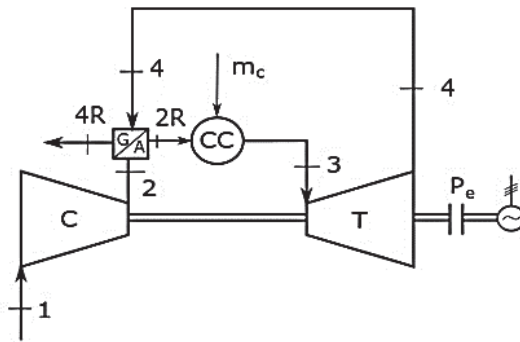
Le figure 4.2.6 e 4.2.7 che seguono mostrano rispettivamente il ciclo termodinamico di Joule rigenerato in sede reale e il corrispondente schema di impianto.

---

<sup>12</sup> Oltre alle perdite di carico nei filtri di aspirazione, in camera di combustione e allo scarico presenti nelle turbine a gas a ciclo semplice, in quelle a ciclo rigenerato si aggiungono le perdite di carico nel rigeneratore, su ambedue i lati caldo e freddo.



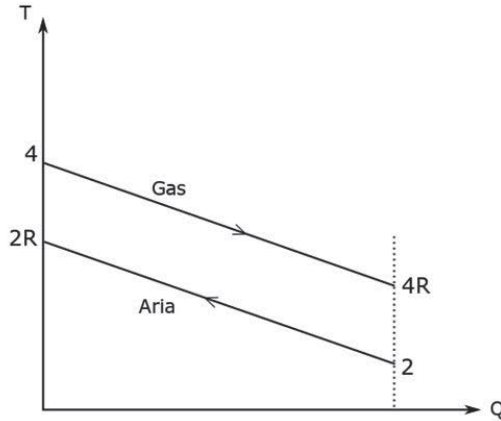
**Figura 4.2.6.** Ciclo termodinamico di Joule rigenerato in sede reale nel piano  $T$ - $s$ .



**Figura 4.2.7.** Schema semplificato di impianto reale di turbina a gas con rigenerazione.

Anche nella sede reale, come nella sede ideale, fissati i rapporti caratteristici  $\beta$  e  $\tau$ , la rigenerazione termodinamica non ha alcuna influenza sui lavori specifici di compressione e di espansione e, quindi, sul lavoro specifico utile. In questo caso, però, ciò è vero a meno degli effetti delle perdite di carico introdotte dallo scambiatore di calore rigenerativo su ambedue i lati caldo e freddo, assenti nel ciclo non rigenerato, che si sommano rispettivamente alle perdite di carico al camino e in camera di combustione.

Poiché in sede reale si rimuovono le astrazioni tipiche delle sedi ideali e limite, lo scambiatore rigenerativo sarà caratterizzato da differenze di temperatura finite tra le due sezioni calda e fredda, come mostrato nella curva caratteristica riportata in figura 4.2.8.



**Figura 4.2.8.** Schema semplificato di impianto reale di turbina a gas con rigenerazione.

Con riferimento alle figure 4.2.6, 4.2.7 e 4.2.8, l'aria compressa uscente dal compressore alla temperatura  $T_2$  entra nel rigeneratore dove, scambiando calore con i gas scaricati dalla turbina alla temperatura  $T_4$ , si riscalda fino alla temperatura  $T_{2R} < T_4$ . Contemporaneamente, i gas di scarico uscenti dalla turbina alla temperatura  $T_4$  entrano nel rigeneratore dove, scambiando calore con l'aria compressa uscente dal compressore alla temperatura  $T_2$ , si raffreddano fino alla temperatura  $T_{4R} > T_2$ . In sede reale, pertanto, la temperatura dell'aria uscente dallo scambiatore di calore rigenerativo è sempre minore di quella dei gas in ingresso e la temperatura dei gas uscenti dallo scambiatore è sempre maggiore di quella dell'aria in ingresso.

Considerando valori medi dei calori specifici negli intervalli di temperatura di interesse, il calore complessivamente scambiato tra gas e aria all'interno del rigeneratore mediante la rigenerazione può essere espresso mediante le relazioni equivalenti:

$$Q_R = Q_{R,a} = m_a c_{p,a} (T_{2R} - T_2) \quad (4.2.12)$$

$$Q_R = Q_{R,g} = m_g c_{p,g} (T_4 - T_{4R}) \quad (4.2.13)$$

da cui:

$$m_a c_{p,a}(T_{2R} - T_2) = m_g c_{p,g}(T_4 - T_{4R}) \quad (4.2.14)$$

essendo, in assenza di perdite energetiche per scambio di calore con l'esterno,  $Q_{R,a} = Q_{R,g} = Q_R$ .

Come nella rigenerazione degli impianti a vapore, si può introdurre il grado di rigenerazione, definito come rapporto tra la quantità di calore effettivamente rigenerata e quella massima rigenerabile:

$$R = \frac{Q_R}{Q_{R,max}} \quad (4.2.15)$$

Ad un primo approccio, il grado di rigenerazione può essere definito facendo riferimento, per quanto concerne il termine  $Q_{R,max}$ , all'aria o ai gas di scarico:

$$Q_{R,max,a} = m_a c_{p,a}(T_{2R,max} - T_2) = m_a c_{p,a}(T_4 - T_2) \quad (4.2.16)$$

$$Q_{R,max,g} = m_g c_{p,g}(T_4 - T_{4R,min}) = m_g c_{p,g}(T_4 - T_2) \quad (4.2.17)$$

In entrambi i casi la differenza di temperatura è la stessa e corrisponde a quella massima tra la temperatura  $T_4$  dei gas all'uscita della turbina e la temperatura  $T_2$  dell'aria all'uscita del compressore. L'aria uscente dal compressore, infatti, si può idealmente riscaldare, al più, fino alla temperatura  $T_{4'}$  mentre i gas uscenti dalla turbina si possono idealmente raffreddare, al più, fino alla temperatura  $T_2$ . Le due espressioni non hanno però lo stesso valore perché in sede reale  $m_g > m_a$ ,  $c_{p,g} > c_{p,a}$  e, di conseguenza,  $m_g c_{p,g} > m_a c_{p,a}$ . Occorre perciò verificare se il grado di rigenerazione espresso dalla (4.2.15) è fisicamente coerente con la definizione della massima quantità di calore rigenerabile espressa dalle relazioni (4.2.16) e (4.2.17).

Si osserva, innanzitutto, che essendo  $m_g c_{p,g} > m_a c_{p,a}$  per la (4.2.14) deve essere:

$$(T_{2R} - T_2) > (T_4 - T_{4R}) \quad (4.2.18)$$

Se si fa riferimento alla massima quantità di calore rigenerabile riferita ai gas di scarico, espressa dall'equazione (4.2.17), essa si ottiene, come già osservato, quando i gas si raffreddano, al limite, fino alla temperatura  $T_{4R} \equiv T_2$ . Sostituendo  $T_2$  a  $T_{4R}$  nell'equazione (4.2.18) si ottiene  $T_{2R} > T_4$ . Questo risultato è in contrasto con il secondo principio della termodinamica perché non è possibile che il fluido freddo (aria) si riscaldi fino ad una temperatura maggiore di quella del fluido caldo (gas

di scarico). Pertanto, la massima quantità di calore rigenerabile riferita ai gas di scarico, espressa dall'equazione (4.2.17), non è fisicamente consistente.

Se si fa riferimento invece alla massima quantità di calore rigenerabile riferita all'aria, espressa dall'equazione (4.2.16), essa analogamente si ottiene, come già osservato, quando l'aria si riscalda, al limite, fino alla temperatura  $T_{2R} \equiv T_4$ . Sostituendo  $T_4$  a  $T_{2R}$  nell'equazione (4.2.18) si ottiene  $T_{4R} > T_2$ . Questo risultato è coerente con il secondo principio della termodinamica perché il fluido caldo si troverà sempre a temperatura maggiore, o al limite uguale<sup>13</sup> a quella del fluido freddo. Pertanto, la massima quantità di calore rigenerabile riferita all'aria, espressa dall'equazione (4.2.16), è fisicamente consistente.

È appena il caso di osservare, infine, che le curve caratteristiche dei fluidi caldo e freddo (precedentemente rappresentate in figura 4.2.8, non sono più parallele ma convergono verso la temperatura crescente, poiché la capacità termica dei gas è maggiore della capacità termica dell'aria. Come si ricorderà, infatti, la pendenza delle curve caratteristiche dello scambio termico sul piano  $T-Q$ , è inversamente proporzionale alla capacità termica dei fluidi, per cui, nella fattispecie, si ha:

$$\begin{aligned} tg(\alpha_a) &= \frac{1}{m_a c_{p,a}} \\ tg(\alpha_g) &= \frac{1}{m_g c_{p,g}} \end{aligned} \quad (4.2.19)$$

ed essendo  $m_g c_{p,g} > m_a c_{p,a}$  ne segue che  $tg(\alpha_g) < tg(\alpha_a)$ , quindi la curva di scambio termico dei gas è meno ripida della curva di scambio termico dell'aria.

Per quanto sopra, il grado di rigenerazione può essere espresso mediante le relazioni:

$$R = \frac{Q_R}{Q_{R,max}} = \frac{m_g c_{p,g} (T_4 - T_{4R})}{m_a c_{p,a} (T_4 - T_2)} = \frac{m_a c_{p,a} (T_{2R} - T_2)}{m_a c_{p,a} (T_4 - T_2)} = \frac{T_{2R} - T_2}{T_4 - T_2} \quad (4.2.20)$$

Per sviluppare in modo semplice l'analisi del ciclo rigenerato in sede reale si possono adottare ulteriori ipotesi semplificative, assumendo che la massa e il calore specifico dei gas e dell'aria siano uguali, come già supposto per l'analisi del rendimento in sede reale.

<sup>13</sup> Ciò avviene unicamente nel punto in cui  $T_{2R} \equiv T_4$ , poiché le due curve di scambio termico non sono parallele, ma ciò è un caso limite che non contrasta con il secondo principio della termodinamica se si considera una differenza infinitesima di temperatura tra i due fluidi caldo e freddo.

Come già sottolineato in occasione dell'analisi del rendimento reale, queste ipotesi semplificative si rendono necessarie per una formulazione analitica semplificata dell'espressione del rendimento reale, non già ai fini della valutazione delle prestazioni del ciclo, bensì per poter effettuare, su base semplice, considerazioni concettuali di carattere generale per le quali non è richiesta una formulazione rigorosa. Si ribadisce, pertanto, che la formulazione del rendimento basata su tali ipotesi non è utile ai fini di una valutazione persino approssimata delle prestazioni. Posto quindi  $m_g c_{p,g} = m_a c_{p,a}$  il grado di rigenerazione dato dalla equazione (4.2.20) può essere espresso mediante le relazioni equivalenti:

$$R = \frac{Q_R}{Q_{R,max}} = \frac{T_4 - T_{4R}}{T_4 - T_2} = \frac{T_{2R} - T_2}{T_4 - T_2} \quad (4.2.21)$$

Ciò premesso, sviluppando l'espressione del rendimento del ciclo rigenerato a partire dalla sua forma indiretta si ottiene:

$$\begin{aligned} \eta_R &= 1 - \frac{q_{2R}}{q_{1R}} = 1 - \frac{T_{4R} - T_1}{T_3 - T_{2R}} = 1 - \frac{T_{4R} - T_1 + (T_4 - T_4)}{T_3 - T_{2R} + (T_2 - T_2)} = \\ &= 1 - \frac{(T_4 - T_1) - (T_4 - T_{4R})}{(T_3 - T_2) - (T_{2R} - T_2)} \end{aligned} \quad (4.2.22)$$

e infine, introducendo il grado di rigenerazione:

$$\eta_R = 1 - \frac{(T_4 - T_1) - R \cdot (T_4 - T_2)}{(T_3 - T_2) - R \cdot (T_4 - T_2)} \quad (4.2.23)$$

Dal confronto con il rendimento del ciclo non rigenerato, dato dall'espressione:

$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (4.2.24)$$

si evince che il rendimento  $\eta_R$  del ciclo rigenerato, è maggiore rendimento  $\eta$  del ciclo non rigenerato perché la frazione a secondo membro, che è una frazione propria, contiene un uguale sottraendo al numeratore e al denominatore, che causa una diminuzione della frazione con un conseguente aumento del rendimento. Per  $R = 0$ , cioè in assenza di rigenerazione, le due espressioni (4.2.23) e (4.2.24) ovviamente coincidono.

L'equazione (4.2.23) può essere espressa in funzione di  $\beta$  e  $\tau$  procedendo come segue. Si aggiungono e si tolgono  $T_3$  nel primo termine a numeratore,  $T_1$  nel primo termine a denominatore,  $T_1$  e  $T_3$  nel secondo termine a numeratore e a denominatore, cosicché la (4.2.23) diventa:

$$\eta_R = 1 - \frac{[(T_3 - T_1) - (T_3 - T_4)] - R \cdot [(T_3 - T_1) - (T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)]}{[(T_3 - T_1) - (T_2 - T_1)] - R \cdot [(T_3 - T_1) - (T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)]} \quad (4.2.25)$$

Introducendo i rendimenti del compressore e della turbina si ha ancora:

$$\eta_R = 1 - \frac{[(T_3 - T_1) - (T_3 - T_4')\eta_T] - R \cdot [(T_3 - T_1) - (T_3 - T_4')\eta_T - (T_2' - T_1)\frac{1}{\eta_C}]}{[(T_3 - T_1) - (T_2' - T_1)\frac{1}{\eta_C}] - R \cdot [(T_3 - T_1) - (T_3 - T_4')\eta_T - (T_2' - T_1)\frac{1}{\eta_C}]} \quad (4.2.26)$$

da cui

$$\eta_R = 1 - \frac{R \cdot (T_2' - T_1)\frac{1}{\eta_C} + (1 - R) \cdot [(T_3 - T_1) - (T_3 - T_4')\eta_T]}{R \cdot (T_3 - T_4')\eta_T + (1 - R) \cdot [(T_3 - T_1) - (T_2' - T_1)\frac{1}{\eta_C}]} \quad (4.2.27)$$

Dividendo il numeratore e il denominatore per  $T_1$  si ottiene infine:

$$\eta_R = 1 - \frac{R \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)\frac{\beta^\lambda}{\eta_C} + (1 - R) \cdot \left[(\tau - 1) - \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)\tau\eta_T\right]}{R \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)\tau\eta_T + (1 - R) \cdot \left[(\tau - 1) - \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)\frac{\beta^\lambda}{\eta_C}\right]} \quad (4.2.28)$$

Si possono ora analizzare i due casi limite per  $R = 0$  e per  $R = 1$ .

Rigenerazione nulla  $R = 0$

Questa condizione è stata in realtà già esaminata attraverso l'analisi del rendimento del ciclo reale espresso mediante l'equazione (4.1.86) in funzione del rendimento limite e del rendimento interno. Nella fattispecie, per  $R = 0$  la (4.2.28) diventa:

$$\eta_{R=0} = 1 - \frac{(\tau - 1) - \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)\tau\eta_T}{(\tau - 1) - \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)\frac{\beta^\lambda}{\eta_C}} \quad (4.2.29)$$

La relazione (4.2.29) rappresenta una formulazione più diretta e compatta del rendimento del ciclo non rigenerato alternativa alla (4.1.86) che, come ricordato, esprime il rendimento del ciclo non rigenerato in funzione del rendimento limite e del rendimento interno. L'equivalenza delle due formulazioni può essere verificata seguendo il procedimento analitico, un po' laborioso, di seguito illustrato. Combinando infatti la (4.1.86) con la (4.1.79), che fornisce l'espressione del parametro  $\theta$  ( $\theta = \frac{q_{1,l}}{q_{1,r}}$ ), risulta:



$$\eta = \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) \cdot \left[ \frac{(\tau - \beta^\lambda)}{(\tau - \beta^\lambda) - (\beta^\lambda - 1) \left(\frac{1}{\eta_c} - 1\right)} \right] \cdot \frac{1}{\eta_c} \cdot \left[ 1 - \frac{1 - \eta_T \eta_c}{1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau}} \right] \quad (4.2.30)$$

Sviluppando questa relazione si ha:

$$\begin{aligned} \eta &= \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) \cdot \left[ \frac{(\tau - \beta^\lambda)}{(\tau - \beta^\lambda) - (\beta^\lambda - 1) \left(\frac{1}{\eta_c} - 1\right)} \right] \cdot \frac{1}{\eta_c} \cdot \left[ 1 - \frac{1 - \eta_T \eta_c}{1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau}} \right] \\ \eta &= \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) \cdot \left[ \frac{(\tau - \beta^\lambda)}{\tau - \beta^\lambda - \frac{\beta^\lambda}{\eta_c} + \beta^\lambda + \frac{1}{\eta_c} - 1} \right] \cdot \frac{1}{\eta_c} \cdot \left[ \frac{1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau} - 1 + \eta_T \eta_c}{\frac{1}{\tau} (\tau - \beta^\lambda)} \right] \\ & \quad (4.2.31) \\ \eta &= \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) \cdot \left[ \frac{\tau \eta_T - \frac{\beta^\lambda}{\eta_c}}{(\tau - 1) - \frac{\beta^\lambda}{\eta_c} \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)} \right] \\ \eta &= \frac{\tau \eta_T \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) - \frac{\beta^\lambda}{\eta_c} \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)}{(\tau - 1) - \frac{\beta^\lambda}{\eta_c} \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)} \end{aligned}$$

Aggiungendo e togliendo a numeratore il termine  $(\tau - 1)$ , si ha ancora:

$$\eta = \frac{\tau \eta_T \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) - \frac{\beta^\lambda}{\eta_c} \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) + (\tau - 1) - (\tau - 1)}{(\tau - 1) - \frac{\beta^\lambda}{\eta_c} \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)} \quad (4.2.32)$$

da cui infine:

$$\eta = \frac{\left[(\tau - 1) - \frac{\beta^\lambda}{\eta_c} \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)\right] - \left[(\tau - 1) - \tau \eta_T \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)\right]}{(\tau - 1) - \frac{\beta^\lambda}{\eta_c} \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right)} \quad (4.2.33)$$

che, come si verifica facilmente, coincide con la relazione (4.2.29).

L'equazione (4.2.29) presenta ovviamente gli stessi due zeri ricavati dall'equazione (4.1.86) equivalente, vale a dire:

$$\begin{aligned} \eta &= 0 & \text{per} & \beta = 1 \\ \eta &= 0 & \text{per} & \beta = (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}} \end{aligned}$$

Rigenerazione massima  $R = 1$

In questo caso, in ordine alle ipotesi assunte, risulta  $T_{4R} = T_2$  e  $T_{2R} = T_4$ , il che significa che nel rigeneratore la differenza di temperatura tra i due fluidi è dovunque nulla. Si ribadisce che questa è una condizione limite che presuppone superfici di scambio termico dello scambiatore rigenerativo infinite e che pertanto non può avere realizzazione pratica; di fatto, questa soluzione teorica corrisponde a un caso semi-ideale con rigeneratore ideale e turbomacchine reali. Sviluppando la (4.2.23) per  $R = 1$  si ha:

$$\eta_R = 1 - \frac{(T_4 - T_1) - (T_4 - T_2)}{(T_3 - T_2) - (T_4 - T_2)} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = 1 - \frac{(T_{2'} - T_1) \cdot \frac{1}{\eta_C}}{(T_3 - T_{4'}) \cdot \eta_T} = 1 - \frac{l_{C,l} \cdot \frac{1}{\eta_C}}{l_{T,l} \cdot \eta_T} \quad (4.2.34)$$

da cui:

$$\eta_R = 1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau \eta_T \eta_C} \quad (4.2.35)$$

Stesso risultato si ottiene più direttamente ponendo  $R = 1$  nell'equazione (4.2.28).

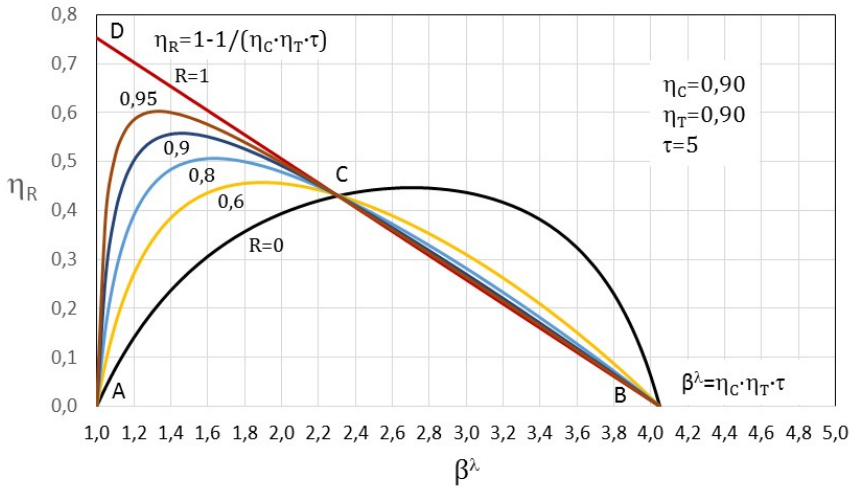
L'equazione (4.2.35) presenta i seguenti valori caratteristici:

$$\begin{aligned} \eta_R &= 1 - \frac{1}{\tau \eta_T \eta_C} & \text{per} & \beta = 1 \\ \eta_R &= 0 & \text{per} & \beta = (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}} \end{aligned}$$

Si osserva che il rendimento del ciclo rigenerato si annulla per lo stesso valore  $\beta = (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}}$  per il quale si annulla anche il rendimento del ciclo non rigenerato.

Si osserva inoltre che per  $\beta = 1$ , posto  $\eta_T = \eta_C = 1$ , il rendimento del ciclo coincide, come atteso, con il rendimento del ciclo rigenerato ideale  $\eta_R = 1 - \frac{1}{\tau}$ .

La figura 4.2.9 sintetizza l'andamento del ciclo reale rigenerato in funzione del rapporto di compressione  $\beta$  e del grado di rigenerazione  $R$ .



**Figura 4.2.9.** Rendimento del ciclo reale rigenerato in funzione del rapporto di compressione e del grado di rigenerazione.

Tutte le curve ottenute per diversi valori del grado di rigenerazione  $R$ , come si dimostra analiticamente nel seguito, hanno tre punti in comune:

1. Il punto A, per  $\beta = 1$
2. Il punto B, per  $\beta = (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}}$
3. Il punto C, dove si ha indifferenza alla rigenerazione

Nei primi due casi il rendimento è nullo perché il lavoro utile specifico è nullo, mentre la quantità di calore fornita dall'esterno non è nulla. Come già osservato, infatti, il lavoro utile specifico non è influenzato dalla rigenerazione in quanto, a meno delle perdite di carico nel rigeneratore, dipende solo dai valori di  $\beta$  e  $\tau$  e, come già dimostrato durante l'analisi del ciclo reale non rigenerato, esso è nullo nelle condizioni in parola (Cfr. eq. (4.1.96)).

La quantità di calore fornita dall'esterno, in realtà, è non nulla per qualunque valore di  $R < 1$ , poiché finché  $R < 1$  sarà sempre necessario integrare la quota di calore rigenerato con una quota di calore fornita dall'esterno. Per  $R = 1$ , invece, come già evidenziato dall'analisi dell'equazione (4.2.35), il rendimento è ancora nullo nel secondo caso, per  $\beta = (\tau \eta_T \eta_C)^{\frac{1}{\lambda}}$ , mentre nel primo caso, per  $\beta = 1$ , non è nullo e vale  $\eta_R = 1 - \frac{1}{\tau \eta_T \eta_C}$ .

Questa singolarità si spiega, con l'ausilio della figura 4.2.10, considerando che per  $R < 1$  il punto 2R sta necessariamente in un punto generico dell'isobara tra il punto 2 e il punto 3 e perciò  $T_{2R} < T_3$ ; di conseguenza, per raggiungere la temperatura massima del ciclo  $T_3$  è necessario fornire calore dall'esterno. Se però  $R = 1$ , il punto 2R coincide con

il punto 3 e perciò  $T_{2R} = T_3$ ; di conseguenza non è più necessario fornire calore dall'esterno. In tal caso il rendimento, espresso come rapporto  $\eta_R = \frac{l_u}{q_1}$ , assume la forma indeterminata  $\eta_R = \frac{0}{0}$ , ma se determinato mediante l'equazione (4.2.35) risulta, appunto,  $\eta_R = 1 - \frac{1}{\tau \eta_T \eta_C}$ .

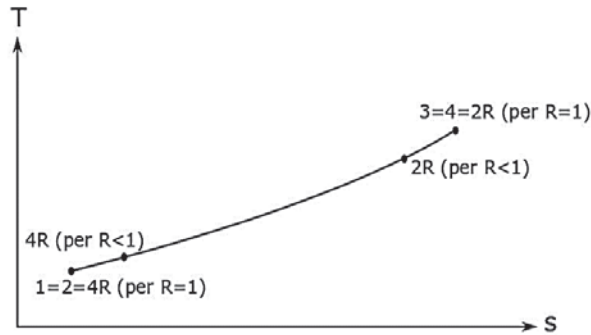


Figura 4.2.10. Rappresentazione del ciclo rigenerato per  $\beta = 1$ .

Dal punto di vista analitico si osserva inoltre che se invece di  $R = 1$  si assume  $R < 1$  a meno di una quantità tendente a zero, piccola a piacere ma non nulla, allora sarà  $T_{2R} < T_3$  per una differenza comunque piccola ma non nulla e di conseguenza per raggiungere la temperatura massima del ciclo  $T_3$  sarà comunque necessario fornire una quantità di calore dall'esterno, ancorché tendente a zero; ragionando in questo modo il rendimento risulterà nullo anche in questo caso. Questo apparente paradosso può essere ulteriormente spiegato considerando l'andamento delle curve di rendimento in funzione di  $R$  di cui in figura 4.2.9. Come già osservato, infatti, all'aumentare di  $R$  le curve di rendimento diventano sempre più ripide e il massimo aumenta il suo valore spostandosi verso valori di  $\beta$  sempre minori. Ragionando al limite, per  $R \rightarrow 1$  il luogo del massimo tende al punto D, con  $\beta \rightarrow 1$  e  $\eta_R \rightarrow 1 - \frac{1}{\tau \eta_T \eta_C}$  e la curva di rendimento ha, in realtà, l'andamento A-D-C-B; più specificamente risulta:

$$\lim_{\beta \rightarrow 1^+} \eta_R = 1 - \frac{1}{\tau \eta_T \eta_C} \quad (\text{limite destro})$$

$$\eta_R = 0 \quad \text{per} \quad \beta = 1$$

Per quanto riguarda il terzo caso, nel punto C si ha l'uguaglianza dei rendimenti dei cicli rigenerato e non rigenerato. Come si ricorderà, infatti, l'indifferenza alla rigenerazione si verifica quanto la temperatura di fine espansione  $T_4$  e la temperatura di fine compressione  $T_2$  sono uguali ed è pertanto evidente che in tali circostanze non si può avere

scambio di calore nel rigeneratore, qualunque sia valore del grado di rigenerazione  $R$ . Si evidenzia che il punto C, in cui si intersecano tutte le curve, non corrisponde alle condizioni di massimo lavoro utile, come invece avviene in sede ideale o limite; è appena il caso di ribadire, inoltre, che la rigenerazione ha senso a sinistra del punto C, ovvero per  $\beta < \beta_C$ , dove risulta  $\eta_R > \eta$ .

Analisi dei punti in comune al variare di  $R$

Si può effettuare una analisi per ricercare i punti comuni, al variare del grado di rigenerazione  $R$ , considerando due valori di  $R$  qualsiasi,  $R_1$  e  $R_2$ , e uguagliando i rendimenti  $\eta_{R_1}$  e  $\eta_{R_2}$ , per cui risulta:

$$\frac{(T_4 - T_1) - R_1(T_4 - T_2)}{(T_3 - T_2) - R_1(T_4 - T_2)} = \frac{(T_4 - T_1) - R_2(T_4 - T_2)}{(T_3 - T_2) - R_2(T_4 - T_2)} \quad (4.2.36)$$

Sviluppando questa relazione si ha:

$$\begin{aligned} [(T_4 - T_1) - R_1(T_4 - T_2)] \cdot [(T_3 - T_2) - R_2(T_4 - T_2)] \\ = [(T_4 - T_1) - R_2(T_4 - T_2)] \cdot [(T_3 - T_2) - R_1(T_4 - T_2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (T_4 - T_1)(T_4 - T_2)R_2 + (T_4 - T_2)(T_3 - T_2)R_1 \\ = (T_4 - T_1)(T_4 - T_2)R_1 + (T_4 - T_2)(T_3 - T_2)R_2 \end{aligned}$$

$$(T_4 - T_1)(T_4 - T_2)(R_2 - R_1) = (T_4 - T_2)(T_3 - T_2)(R_2 - R_1)$$

da cui:

$$[(T_4 - T_1) - (T_3 - T_2)] \cdot (T_4 - T_2) \cdot (R_2 - R_1) = 0 \quad (4.2.37)$$

e infine:

$$(R_2 - R_1) \cdot [(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)] \cdot (T_4 - T_2) = 0 \quad (4.2.38)$$

L'equazione (4.2.38) esprime il prodotto di tre fattori, pertanto sarà soddisfatta quando ciascuno dei tre fattori è nullo. Si hanno quindi le seguenti possibili condizioni:

1.  $R_2 = R_1$

Questa soluzione è banale perché considera due valori uguali del grado di rigenerazione e, quindi, in sostanza non fa riferimento a due casi distinti.

2.  $(T_3 - T_4) = (T_2 - T_1)$

Questa soluzione implica l'uguaglianza dei lavori della turbina e del compressore,  $l_T = l_C$ , pertanto il lavoro utile specifico  $l_u$  è nullo. Come già evidenziato, ciò avviene per  $\beta = 1$  ( $l_T = l_C = 0$ ) e per  $\beta = (\tau\eta_T\eta_C)^{\frac{1}{\lambda}}$  ( $l_T = l_C > 0$ ), e come già discusso, tali condizioni non dipendono dal grado di rigenerazione perché il lavoro utile specifico non è influenzato dalla rigenerazione.

Queste condizioni corrispondono ai punti A e B del diagramma di figura 4.2.9).

3.  $T_4 = T_2$

Questa soluzione è quella che stabilisce i limiti della rigenerazione che prescindono dal grado di rigenerazione, in quanto per  $T_4 = T_2$  la rigenerazione è impossibile qualunque sia il valore di  $R$ .

Questa condizione corrisponde al punto C del diagramma di figura 4.2.9).

Con riferimento a quest'ultima condizione, è lecito chiedersi come si posiziona il punto C rispetto alla condizione di massimo lavoro utile. Le due temperature  $T_4$  e  $T_2$  possono essere espresse a partire dai lavori della turbina e del compressore mediante le relazioni:

$$\begin{aligned} T_4 &= T_3 - (T_3 - T_4')\eta_T = T_3 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{\beta^\lambda} \right) \eta_T \right] \\ T_2 &= T_1 + (T_2' - T_1) \frac{1}{\eta_C} = T_1 \left[ 1 + (\beta^\lambda - 1) \frac{1}{\eta_C} \right] \end{aligned} \quad (4.2.39)$$

Uguagliando e dividendo ambo i membri per  $T_1$  si ha:

$$\tau - \tau\eta_T + \frac{\tau\eta_T}{\beta^\lambda} = 1 + \frac{\beta^\lambda}{\eta_C} - \frac{1}{\eta_C} \quad (4.2.40)$$

da cui

$$\beta^\lambda - \frac{\tau\eta_C\eta_T}{\beta^\lambda} - \left[ \tau(1 - \eta_T) + \left( \frac{1}{\eta_C} - 1 \right) \right] \eta_C = 0 \quad (4.2.41)$$

Posto quindi:

$$A = \tau(1 - \eta_T) + \left( \frac{1}{\eta_C} - 1 \right) \quad (4.2.42)$$

si ha infine:

$$\beta^{2\lambda} - A\eta_C\beta^\lambda - \tau\eta_C\eta_T = 0 \quad (4.2.43)$$

L'equazione (4.2.43) è una equazione di 2° grado nella variabile  $x = \beta^\lambda$ , che non porta a semplici soluzioni direttamente interpretabili. Posto però  $\eta_C = \eta_T = 1$ , risulta  $A = 0$  e  $\beta^{2\lambda} = \tau$ , soluzione che corrisponde alla condizione di massimo lavoro utile in sede ideale, mentre come si ricorderà, in sede reale tale condizione è data dalla relazione  $\beta^{2\lambda} = \tau \eta_C \eta_T$ .

D'altra parte, per la relazione (4.2.43), il valore del rapporto di compressione  $\beta$  per il quale si ha l'intersezione di tutte le curve a parametro  $R$  (punto C) è dato dalla relazione:

$$\beta^{2\lambda} = \tau \eta_C \eta_T + A \eta_C \beta^\lambda \quad (4.2.44)$$

e poiché è chiaramente  $A \eta_C \beta^\lambda > 0$ , ne segue che il rapporto di compressione corrispondente alla condizione di massimo lavoro utile ( $\beta^{2\lambda} = \tau \eta_C \eta_T$ ) è minore del rapporto di compressione corrispondente al punto C per il quale si ha l'indifferenza alla rigenerazione.

Come già osservato, infine, all'aumentare del grado di rigenerazione  $R$  le curve di rendimento assumono un andamento sempre più ripido e presentano un massimo il cui valore aumenta all'aumentare di  $R$ , con una contestuale diminuzione del rapporto di compressione. La determinazione del valore ottimale del grado di rigenerazione deve essere pertanto ispirata da considerazioni che tengono conto non solo del rendimento ma anche del lavoro utile specifico. La scelta di un grado di rigenerazione elevato al fine di ottenere un rendimento elevato, infatti, comporta la scelta di un rapporto di compressione tanto più basso quanto più alto è il grado di rigenerazione e il valore del rendimento che si vuole ottenere; ciò però implica, per contro, una diminuzione del lavoro utile specifico e, di conseguenza, un aumento delle dimensioni di tutti i componenti dell'impianto, la cui compattezza può essere, viceversa, un requisito essenziale. Nella pratica, la rigenerazione è limitata a impianti di piccola potenza come le microturbine a gas, con potenze indicativamente nel campo 30-200 kW, i cui rapporti di compressione sono generalmente dell'ordine di 3÷5. Tra le turbine a gas rigenerate di maggiore potenza si menziona il modello "Mercury 50" della "Solar Turbines", che ha una potenza di 4,6 MW, un rapporto di compressione pari a 9,9 e un rendimento del 38,5%.

### 4.3 Regolazione della potenza

La regolazione della potenza di un impianto motore termico, in generale, avviene modificando parametri di funzionamento e assetto opera-

tivo dell'impianto in modo da variare la potenza prodotta in un ampio campo di condizioni che vanno dal valore nominale fino a un valore minimo (minimo tecnico) al di sotto nel quale si avrebbe un eccessivo decadimento delle prestazioni. Di norma, è possibile aumentare la potenza oltre il valore nominale, generalmente non oltre il 10%, al fine di fare fronte a situazioni straordinarie di emergenza.

Con specifico riferimento all'impianto di turbina a gas, la potenza effettiva  $P_e$  può essere espressa, con ovvio significato dei termini, mediante le relazioni<sup>14</sup>:

$$P_e = \dot{m}_a l_{u,a} \eta_o \quad (4.3.1)$$

$$P_e = \dot{m}_c H_i \eta_g \quad (4.3.2)$$

Le relazioni (4.3.1) e (4.3.2) mostrano che la potenza dipende essenzialmente da  $\dot{m}_a$ ,  $l_{u,a}$ ,  $\dot{m}_c$ , indirettamente anche da  $\eta_g$ . Sulla base di questi elementi si analizzano nel seguito i vari metodi che si possono adottare per la regolazione della potenza dell'impianto di turbina a gas.

### 1. Laminazione all'aspirazione del compressore

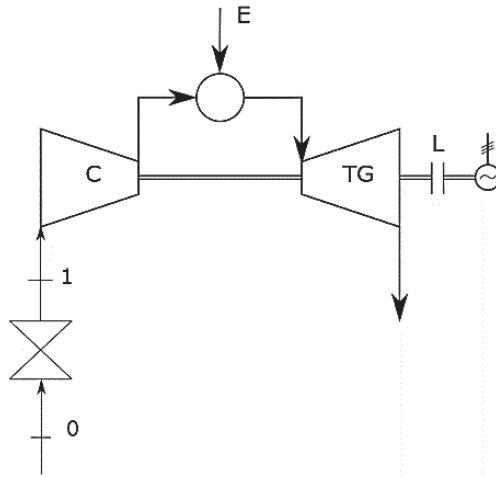
La potenza può essere teoricamente regolata agendo con una valvola di laminazione all'aspirazione. Si tratta di un sistema di regolazione fortemente dissipativo e costruttivamente impegnativo perché la valvola di regolazione deve agire su portate molto grandi e per questo non ha applicazione pratica. È tuttavia interessante studiarne, sul piano concettuale, le modalità di attuazione e gli effetti prodotti.

Le figure 4.3.1 e 4.3.2 mostrano lo schema semplificato di impianto corrispondente a questa soluzione e gli effetti sul ciclo termodinamico, rappresentato in sede limite per semplicità.

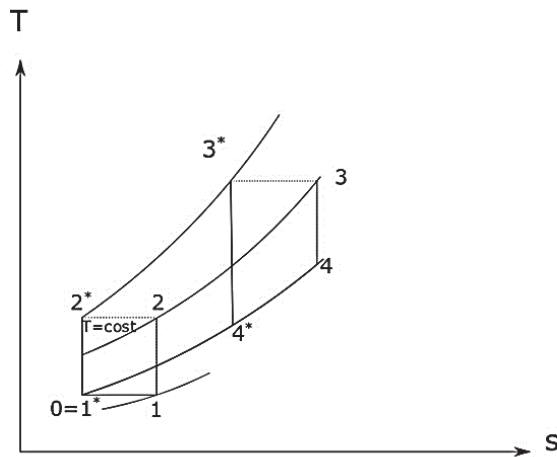
L'azione della laminazione all'aspirazione del compressore introduce una perdita di carico che determina una riduzione della pressione all'aspirazione del compressore rispetto alla pressione ambiente. Come già discusso durante lo studio del ciclo reale della turbina a gas (Cfr. § 4.1), la trasformazione di laminazione è isoentalpica, in quanto avviene in assenza di scambi di calore e di lavoro, e poiché si assume che il fluido operativo segua il comportamento volumetrico del gas perfetto, la trasformazione è anche isoterma, per cui la temperatura di fine compressione resta invariata. Ne conseguono gli effetti sulla potenza dell'impianto di seguito descritti.

<sup>14</sup> Ovviamente la potenza può essere anche riferita ai gas ed espressa mediante la relazione:  $P_e = \dot{m}_g l_{u,g} \eta_o$ .





**Figura 4.3.1.** Schema di regolazione con valvola di strozzamento all'aspirazione.



**Figura 4.3.2.** Effetti della regolazione con strozzamento all'aspirazione sul ciclo termodinamico.

Come si evince dalla figura 4.3.2, il lavoro specifico del compressore rimane costante, rimanendo inalterati la temperatura di fine compressione e il rapporto di compressione, che dipende solo dalle caratteristiche costruttive e dalla velocità di rotazione della macchina, mentre quello della turbina diminuisce. Di conseguenza diminuisce il lavoro specifico utile e quindi, in ossequio all'equazione (4.3.1), la potenza.

Per l'equazione di continuità in regime stazionario, la portata massica dell'aria può essere espressa, con riferimento alla sezione di aspirazione, mediante la relazione:

$$\dot{m}_a = \rho_1 A_1 c_1 = \frac{p_1}{RT_1} A_1 c_1 \quad (4.3.3)$$

dove  $\rho_1$  e  $c_1$  sono rispettivamente la densità e la velocità assoluta dell'aria nella sezione di ingresso del compressore (punto 1) e  $A_1$  l'area della sezione di ingresso. Le grandezze  $R$  e  $A_1$  sono costanti per definizione,  $T_1$  è invariante durante la laminazione, così pure  $c_1$  che, come  $\beta$ , dipende solo dalle caratteristiche costruttive e dalla velocità di rotazione della macchina. Di conseguenza esiste un legame di proporzionalità diretta tra la pressione a valle della valvola e la portata massica di aria entrante nel compressore: al diminuire di  $p_1$  con l'azione della valvola di laminazione diminuisce pertanto la portata di aria  $\dot{m}_a$ , con una ulteriore diminuzione di potenza sempre in ossequio all'equazione (4.3.1).

D'altra parte, mantenendo costante la temperatura massima  $T_3$ , rimane costante anche il rapporto aria/combustibile  $\alpha$ ; alla diminuzione della portata d'aria deve perciò corrispondere una diminuzione proporzionale della portata di combustibile  $\dot{m}_c$ , il che comporta ancora la diminuzione della potenza in ossequio, questa volta, all'equazione (4.3.2). Un ulteriore contributo alla diminuzione della potenza è dato, sempre in ossequio all'equazione (4.3.2), dalla diminuzione del rendimento globale  $\eta_g$  determinato dalla caduta di pressione all'aspirazione.

## 2. Diminuzione della quantità di combustibile introdotto in camera di combustione

Diminuendo la portata di combustibile  $\dot{m}_c$  rimanendo inalterata la portata d'aria  $\dot{m}_a$  aspirata dal compressore, si ha un aumento del rapporto aria/combustibile  $\alpha$  e quindi la temperatura massima del ciclo  $T_3$  diminuisce. Come si ricorderà, trascurando le perdite in camera di combustione, è infatti:

$$\alpha = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c} = \frac{H_i - h_3}{h_3 - h_2} = \frac{H_i - h_2}{h_3 - h_2} - 1 \quad (4.3.4)$$

Contestualmente diminuiscono il  $q_1$ , perché diminuisce la  $T_3$ , il  $q_2$ , perché con la  $T_3$  diminuisce anche la  $T_4$ , e il lavoro specifico utile del ciclo  $l_w$ , perché diminuisce il lavoro di espansione  $l_T$  mentre rimane costante il lavoro di compressione  $l_C$  (ciò è anche evidente dal piano  $T-s$  perché l'area del ciclo diminuisce). Ne consegue pertanto una diminuzione della potenza come sancito dall'equazione (4.3.1), per ciò che concerne il lavoro utile specifico  $l_w$ , e dall'equazione (4.3.2) per ciò che concerne la portata di combustibile  $\dot{m}_c$ . L'equazione (4.3.2) evidenzia però anche un altro aspetto, concernente l'effetto sulla potenza prodotto anche dalla diminuzione del rendimento globale  $\eta_g$ . Come si ricorderà, infatti, il rendimento globale  $\eta_g$  può essere espresso come prodotto dei tre ren-

dimenti della camera di combustione  $\eta_{cc}$  del ciclo reale  $\eta_r$ , e organico  $\eta_o$ ; inoltre, il rendimento del ciclo reale  $\eta_r$  può essere espresso come prodotto dei due rendimenti limite  $\eta_l$  e interno  $\eta_i$  del ciclo:

$$\eta_g = \eta_{cc} \cdot \eta_l \cdot \eta_i \cdot \eta_o \quad (4.3.5)$$

essendo anche:

$$\eta_l \cong \eta_{id} = \left(1 - \frac{1}{\beta^\lambda}\right) \quad (4.3.6)$$

$$\eta_i = \frac{\theta}{\eta_c} \left[ 1 - \frac{(1 - \eta_T \eta_c)}{1 - \frac{\beta^\lambda}{\tau}} \right] \quad (4.3.7)$$

Si osserva che i rendimenti della camera di combustione  $\eta_{cc}$  e organico  $\eta_o$  si possono considerare pressoché costanti, come pure il rendimento limite  $\eta_l$ , il quale dipende solo dal rapporto di compressione  $\beta$ . Viceversa, come si evince dalla (4.3.7), il rendimento interno  $\eta_i$  diminuisce al diminuire di  $\tau$ , ovvero della temperatura massima  $T_3$ , e, quindi della portata di combustibile  $\dot{m}_c$ .

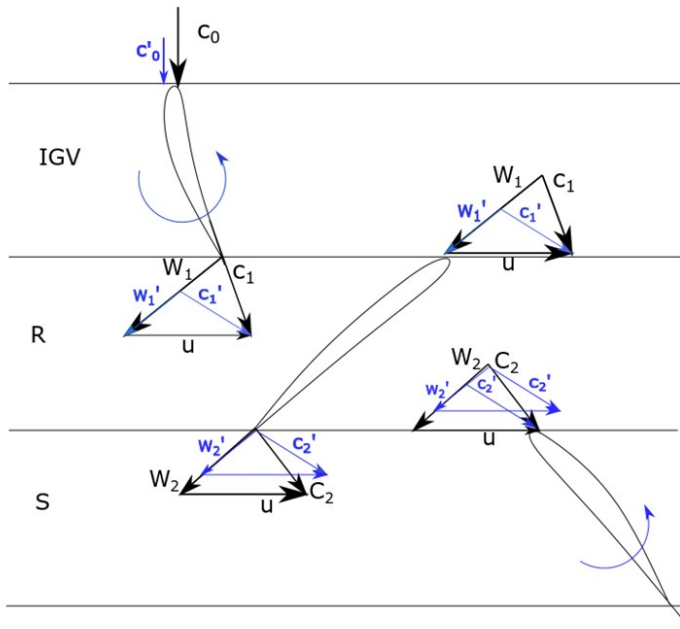
Questo metodo di regolazione viene diffusamente utilizzato nelle turbine a gas di piccola e media taglia o, comunque, in turbine a gas di livello tecnologico non particolarmente sofisticato. Esso consente di ridurre la potenza fino a un minimo tecnico dell'ordine del 30-40% della potenza nominale, con penalizzazioni sul rendimento progressivamente crescenti al diminuire della potenza. Una riduzione della potenza al di sotto dei valori sopra indicati determinerebbe un'insostenibile diminuzione del rendimento del ciclo e instabilità della combustione.

### 3. Regolazione della portata d'aria mediante calettamento variabile delle palettature del compressore

Il metodo di regolazione precedentemente descritto si applica, come detto, a macchine di piccola e media taglia e non particolarmente sofisticate, perché di semplice attuazione e controllo. Ma a fronte della sua semplicità funzionale questo metodo incide sensibilmente sul rendimento dell'impianto, a causa della diminuzione della temperatura massima del ciclo che consegue alla diminuzione della portata di combustibile a portata d'aria costante. Questo inconveniente può essere in parte superato variando la portata d'aria  $\dot{m}_a$  proporzionalmente alla portata di combustibile  $\dot{m}_c$ , in modo da mantenere costante il rapporto aria/combustibile  $\alpha$  e, di conseguenza, la temperatura massima del ciclo  $T_3$ . Rispetto al primo caso (laminazione all'aspirazione), la variazio-

ne della portata d'aria evolvente nel compressore può essere in questo caso ottenuta, senza sostanziali penalizzazioni sul rendimento, modificando la geometria del compressore per mezzo di palettature statoriche a calettamento variabile.

La figura 4.3.3 schematizza la variazione dei triangoli di velocità in una sezione iniziale del compressore costituita da un distributore all'ingresso (IGV, inlet guide vanes) a calettamento variabile e un successivo stadio costituito da un rotore a calettamento fisso e da uno statore a valle a calettamento variabile. Nella figura 4.3.3 sono indicate con  $c_0, c_1, c_2, w_1, w_2$  le velocità assolute e relative all'ingresso e all'uscita dell'IGV e del rotore in condizioni nominali, con  $c'_0, c'_1, c'_2, w'_1, w'_2$  le corrispondenti velocità assolute e relative in condizioni di regolazione con attuazione del calettamento variabile.



**Figura 4.3.3.** Effetti della regolazione con calettamento variabile sui triangoli di velocità di un sistema IGVR-statore.

La rotazione in senso antiorario del distributore IGVR produce un duplice effetto:

- la riduzione della sezione di passaggio dei condotti fissi delimitati dalle IGVR, con conseguente diminuzione della portata volumetrica e, quindi, della portata massica e della componente assiale della velocità;

- la diminuzione dell'angolo  $\alpha_1$  della velocità assoluta rispetto alla direzione tangenziale.

Poiché la velocità di trascinamento  $u$  rimane costante, il triangolo di velocità all'uscita del distributore si modifica come illustrato in figura. La contemporanea variazione della componente assiale della velocità e dell'angolo  $\alpha_1$  comporta una riduzione del modulo della velocità relativa  $w_1$ , rappresentata ora dal vettore  $w_1'$ , ma non dell'angolo  $\beta_1$  della velocità relativa rispetto alla direzione tangenziale, per cui la velocità relativa  $w_1'$  conserva la stessa direzione della  $w_1$  nominale all'ingresso del rotore.

All'uscita del rotore, la diminuzione della componente assiale di velocità e, quindi, del modulo della velocità relativa  $w_2$ , rappresentata ora dal vettore  $w_2'$ , insieme alla costanza della velocità di trascinamento  $u$  e dell'angolo  $\beta_2$  della velocità relativa rispetto alla direzione tangenziale, stabilito dalla geometria della paletta, determinano una rotazione antioraria della velocità assoluta  $c_2$ , rappresentata ora dal vettore  $c_2'$ . Affinché la nuova direzione della  $c_2'$  sia congruente con la paletta statorica a valle è necessario che anche questa ruoti in senso antiorario, analogamente alle IGV. La variazione del calettamento come sopra descritto può essere ripetuta in ulteriori stadi a valle, di norma 4÷6, fino a che le variazioni di direzione del flusso relativo e assoluto nei rotori e negli statori a valle non diventino irrilevanti ai fini della stabilità fluidodinamica.

Questo metodo si attua per una regolazione relativamente limitata della potenza, fino a valori intorno al 70 % della potenza nominale, in ordine ai vincoli di carattere meccanico e fluidodinamico che pongono un limite alla variazione del calettamento delle palette entro angoli di rotazione dell'ordine di 25-30 gradi al massimo. Raggiunti tali limiti, la regolazione della potenza può proseguire fino al minimo tecnico con la sola riduzione della portata di combustibile descritta nel punto precedente. La relazione tra la variazione della potenza e l'angolo di rotazione è quasi lineare perché la componente assiale di velocità, responsabile della portata, è proporzionale al seno dell'angolo del flusso rispetto alla direzione tangenziale.

#### 4. Variazione della velocità di rotazione

Un altro efficiente metodo di regolazione adottabile per ridurre la potenza diminuendo la portata d'aria  $\dot{m}_a$  proporzionalmente alla portata di combustibile  $\dot{m}_c$ , conservando la similitudine dei triangoli di velocità del flusso, consiste nel modificare la velocità di rotazione  $u$  del gruppo turbo-compressore. Questo metodo, tuttavia, non è applicabile agli impianti monoasse per la produzione di energia elettrica in quanto la velocità di rotazione è imposta dall'alternatore in relazione alla frequenza

di rete. È invece applicabile nei casi in cui l'utilizzatore può operare a velocità variabile.

Per ovviare a questo problema si può realizzare un impianto a due assi:

- un primo asse, svincolato dall'utilizzatore, in cui sono calettati il compressore e una turbina di adeguata potenza che ha l'unico compito di azionare il compressore;
- un secondo asse in cui sono calettati l'utilizzatore e una seconda turbina che ha il solo compito di azionare l'utilizzatore.

Mentre il secondo asse ruota a velocità costante, se questa è imposta da un alternatore, il primo asse può variare la velocità in funzione del carico operando in condizioni ottimali dal punto di vista fluidodinamico.

Il fatto che il secondo asse ruoti a velocità costante ha poca influenza sul rendimento e sulla stabilità di funzionamento della turbina, caratterizzata da palettature più tozze rispetto al compressore e per questo meno sensibili alle variazioni dell'angolo di incidenza del flusso; ciò anche perché nei condotti palari lo sviluppo dello strato limite è contrastato dall'aumento dell'energia cinetica del flusso durante l'espansione.

Il fatto, invece, che il primo asse possa ruotare a velocità variabile, consente al compressore, molto più sensibile alle variazioni dell'angolo di incidenza e suscettibile di instabilità per stallo e pompaggio, di operare in condizioni di similitudine cinematica dei triangoli di velocità al variare del carico. In tal modo il compressore può operare, nelle diverse condizioni di carico, in punti di funzionamento ottimali lontani dalle condizioni di instabilità per stallo e pompaggio.

## 4.4 Impianti di turbina a gas a due assi

Sul piano concettuale un impianto di turbina a gas a due assi può essere concepito secondo due diverse configurazioni, con turbine disposte in parallelo o in serie.

### **Impianto a due assi con turbine in parallelo**

La figura 4.4.1 mostra lo schema funzionale semplificato di un impianto di turbina a gas a due assi con turbine disposte in parallelo, mentre la figura 4.4.2 riporta un'illustrazione schematica del ciclo termodinamico.

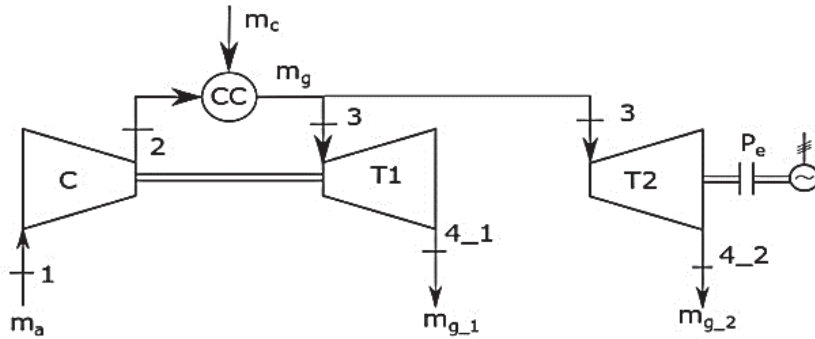


Figura 4.4.1. Schema turbina a gas a due assi con turbine in parallelo.

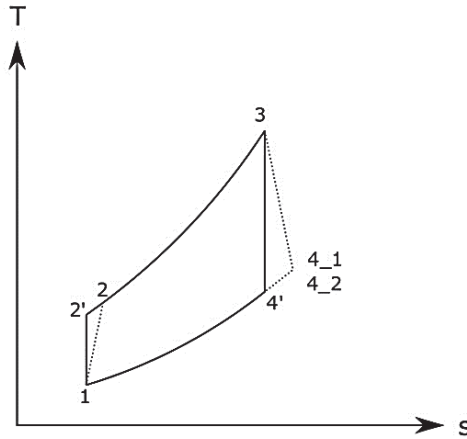


Figura 4.4.2. Ciclo termodinamico di turbina a gas a due assi con turbine in parallelo.

Sul primo asse sono calettati il compressore e la prima turbina T1, esclusivamente preposta al trascinamento del compressore, nella quale fluisce una frazione  $\dot{m}_{g,1}$  della portata massica di gas  $\dot{m}_g$  complessivamente uscente dalla camera di combustione. La portata  $\dot{m}_{g,1}$  è tale da assicurare la potenza della turbina necessaria per il trascinamento del compressore. Il gruppo compressore-turbina T1 è svincolato dall'utilizzatore e perciò può ruotare a velocità diversa e, soprattutto, variabile secondo il carico.

Sul secondo asse sono calettati l'utilizzatore e la seconda turbina T2, esclusivamente preposta al trascinamento dell'utilizzatore, nella quale fluisce la restante frazione  $\dot{m}_{g,2}$  della portata complessiva di gas  $\dot{m}_g$ . La seconda turbina è perciò esclusivamente preposta alla produzione di potenza utile.

Con riferimento al ciclo termodinamico, fino al punto 3 si ha un unico fluido operativo che si divide poi nelle due turbine evolvendo secondo due distinte curve di espansione. Il punto 4 di fine espansione sarà in generale diverso per le due turbine (4<sub>1</sub> e 4<sub>2</sub>), a meno che esse non abbiano uguale rendimento.

Con riferimento alla figura 4.4.1 si possono esprimere i seguenti bilanci di massa e di energia (potenza):

Bilancio di materia sui due assi

$$\dot{m}_g = \dot{m}_a + \dot{m}_c = \dot{m}_{g,1} + \dot{m}_{g,2} \quad (4.4.1)$$

Bilancio di energia (potenza) sul primo asse

Sul primo asse si ha il bilancio energetico che assicura l'equilibrio del gruppo compressore-turbina T1:

$$P_c = P_{T1} \quad (4.4.2)$$

ed esplicitando:

$$\dot{m}_a c_{p,a} \cdot (T_2 - T_1) = \dot{m}_{g,1} c_{p,g} \cdot (T_3 - T_{4,1}) \cdot \eta_{o,1} \quad (4.4.3)$$

Il rendimento  $\eta_{o,1}$  è il rendimento organico del primo asse e tiene conto del fatto che una piccola parte della potenza prodotta dalla turbina T1 viene assorbita dagli ausiliari asserviti al gruppo compressore-turbina T1.

Bilancio di energia (potenza) sul secondo asse

Sul secondo asse si ha la produzione da parte della turbina T2 della potenza  $P_e$  effettivamente disponibile all'utilizzatore:

$$P_e = P_{T2} \quad (4.4.4)$$

ed esplicitando:

$$P_e = \dot{m}_{g,2} c_{p,g} \cdot (T_3 - T_{4,2}) \cdot \eta_{o,2} \quad (4.4.5)$$

Analogamente al primo asse, il rendimento  $\eta_{o,2}$  è il rendimento organico del secondo asse e tiene conto del fatto che una piccola parte della potenza prodotta dalla turbina T2 viene assorbita dagli ausiliari asserviti al gruppo utilizzatore-turbina T2.

Per un prestabilito valore della portata d'aria all'ingresso del compressore (si può eventualmente operare in termini specifici facendo ri-



ferimento ad una portata d'aria unitaria), noti i valori delle temperature estreme  $T_1$  e  $T_3$  e del rapporto di compressione  $\beta$ , assumendo per semplicità nulle tutte le perdite di carico, si determinano immediatamente le temperature di fine compressione  $T_2$  e di fine espansione  $T_{4,1}$  e  $T_{4,2}$  del primo e del secondo gruppo, essendo:

$$\begin{aligned} T_2' &= T_1 \cdot \beta^{\lambda_a} \\ T_2 &= T_1 + \frac{T_2' - T_1}{\eta_c} \end{aligned} \quad (4.4.6)$$

$$\begin{aligned} T_4' &= T_3 \cdot \frac{1}{\beta^{\lambda_g}} \\ T_{4,1} &= T_3 - \eta_{T,1} \cdot (T_3 - T_4') \end{aligned} \quad (4.4.7)$$

$$T_{4,2} = T_3 - \eta_{T,2} \cdot (T_3 - T_4')$$

Si noti che il punto 4' di fine espansione isoentropica è lo stesso per le due turbine in quanto dipendente esclusivamente da  $T_3$  e da  $\beta$ .

Note la portata d'aria  $\dot{m}_a$  e le temperature  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  e  $T_{4,1}$ , nonché il rendimento organico  $\eta_{o,1}$  del primo gruppo, dall'equazione (4.4.3) si determina la portata massica di gas  $\dot{m}_{g,1}$  evolvente nella turbina T1. La portata massica di gas  $\dot{m}_{g,2}$  evolvente nella turbina T2 si determina attraverso il bilancio di materia di cui all'equazione (4.4.1) per differenza rispetto alla portata totale  $\dot{m}_g$ :

$$\dot{m}_{g,2} = \dot{m}_g - \dot{m}_{g,1} \quad (4.4.8)$$

La portata massica  $\dot{m}_g$  non è però nota a priori, ma può essere determinata attraverso i bilanci di materia e di energia della camera di combustione. Per quanto riguarda il bilancio di materia, dalla (4.4.1) si ha:

$$\dot{m}_g = \dot{m}_a \cdot \left(1 + \frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_a}\right) = \dot{m}_a \cdot \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) = \dot{m}_a \cdot \left(\frac{\alpha + 1}{\alpha}\right) \quad (4.4.9)$$

mentre per quanto riguarda il bilancio di energia, si ha (Cfr. eq. (4.1.110)):

$$\alpha = \frac{(H_i + h_c) \cdot \eta_{cc} - h_3}{h_3 - h_2} \quad (4.4.10)$$

Dal bilancio energetico del secondo asse, espresso dall'equazione (4.4.5), noto il rendimento organico  $\eta_{o,2}$ , si determina infine la potenza  $P_e$  effettivamente disponibile all'utilizzatore.

Nella realtà non si adotta la soluzione in parallelo a causa delle difficoltà costruttive insite nella ripartizione della portata dei gas all'uscita della camera di combustione in condotti separati che alimentano le due turbine e delle difficoltà operative insite nel controllo della ripartizione della portata di gas nelle due turbine.

### Impianto a due assi con turbine in serie

La soluzione adottata in pratica è quella di porre le due turbine in cascata. La figura 4.4.3 mostra lo schema funzionale semplificato di un impianto di turbina a gas a due assi con turbine disposte in serie, mentre la figura 4.4.4 riporta un'illustrazione schematica del ciclo termodinamico.

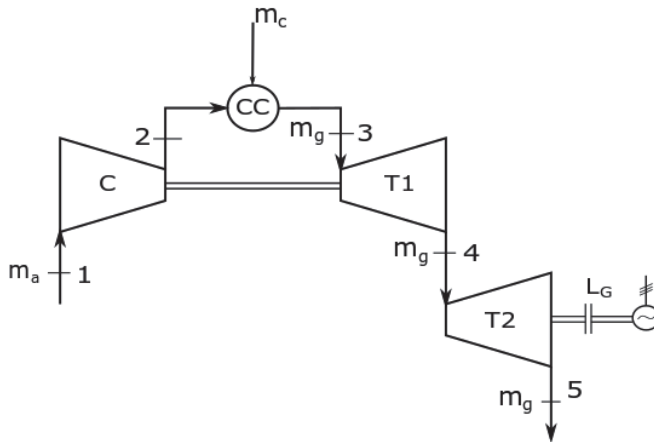


Figura 4.4.3. Schema turbina a gas a due assi con turbine in serie.

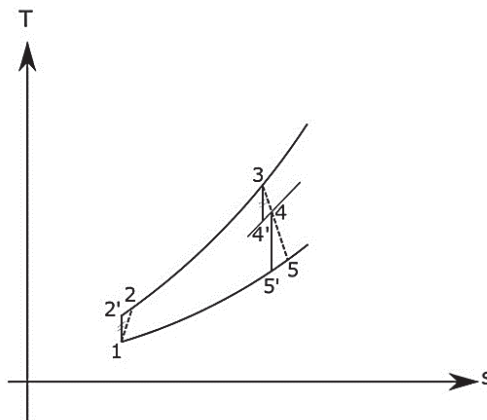


Figura 4.4.4. Ciclo termodinamico di turbina a gas a due assi con turbine in serie.

Come nel caso precedente, sul primo asse sono calettati il compressore e la prima turbina T1, esclusivamente preposta al trascinamento del compressore, nella quale, però, ora fluisce l'intera portata di gas  $\dot{m}_g$  uscente dalla camera di combustione. L'equilibrio meccanico del sistema compressore-turbina T1 questa volta è intrinsecamente determinato dalla pressione allo scarico della turbina (punto 4), intermedia tra le pressioni minima e massima del ciclo, e dal corrispondente salto entalpico. Come nel caso precedente, il gruppo compressore-turbina T1 è svincolato dall'utilizzatore e perciò può ruotare a velocità diversa e, soprattutto, variabile in relazione al carico.

Sul secondo asse sono calettati l'utilizzatore e la seconda turbina T2, esclusivamente preposta al trascinamento dell'utilizzatore, nella quale fluisce sempre l'intera portata di gas  $\dot{m}_g$  uscente dalla camera di combustione. La seconda turbina, che sfrutta il restante salto di pressione e, quindi, il corrispondente salto entalpico, è perciò esclusivamente preposta alla produzione di potenza utile.

Il gruppo sul primo asse compressore-turbina T1 è chiamato generatore di gas caldi, perché il suo scopo è, in sostanza, quello di produrre un flusso di gas ad elevata temperatura e a pressione maggiore di quella atmosferica in modo da realizzare un salto entalpico da utilizzare per l'espansione nella turbina T2, che sviluppa in tal modo la potenza destinata all'utilizzatore.

Con riferimento alla figura 4.4.3 si possono esprimere i seguenti bilanci di energia (potenza) sui due assi:

Bilancio di energia (potenza) sul primo asse

Sul primo asse si ha il bilancio energetico che assicura l'equilibrio del gruppo compressore-turbina T1, che in termini globali si esprime come nel caso precedente:

$$P_C = P_{T1} \quad (4.4.11)$$

ed esplicitando:

$$\dot{m}_a c_{p,a} \cdot (T_2 - T_1) = \dot{m}_g c_{p,g} \cdot (T_3 - T_4) \cdot \eta_{0,1} \quad (4.4.12)$$

Bilancio di energia (potenza) sul secondo asse

Sul secondo asse si ha la produzione da parte della turbina T2 della potenza  $P_e$  effettivamente disponibile all'utilizzatore, che in termini globali si esprime come nel caso precedente:

$$P_e = P_{T2} \quad (4.4.13)$$

ed esplicitando:

$$P_e = \dot{m}_g c_{p,g} \cdot (T_4 - T_5) \cdot \eta_{o,2} \quad (4.4.14)$$

Con gli stessi presupposti del caso precedente, vale a dire per un prestabilito valore della portata d'aria all'ingresso del compressore (ovvero considerando, in termini specifici, una portata d'aria unitaria), noti i valori della temperatura  $T_1$  e del rapporto di compressione  $\beta_C$ , distinto in questo caso dai rapporti di espansione  $\beta_{T1}$  e  $\beta_{T2}$  delle due turbine, assumendo sempre per semplicità nulle tutte le perdite di carico, si determina immediatamente la temperatura di fine compressione  $T_2$  essendo sempre:

$$\begin{aligned} T_2' &= T_1 \cdot \beta_C^{\lambda_a} \\ T_2 &= T_1 + \frac{T_2' - T_1}{\eta_c} \end{aligned} \quad (4.4.15)$$

Nota quindi la temperatura massima del ciclo  $T_3$ , nonché il rendimento organico  $\eta_{o,1}$ , il bilancio energetico del primo asse, espresso dall'equazione (4.4.12), consente di determinare la temperatura  $T_4$  una volta nota la portata dei gas  $\dot{m}_g$ . La portata dei gas  $\dot{m}_g$  si determina sempre attraverso i bilanci di materia e di energia della camera di combustione, essendo, come nel caso precedente:

$$\dot{m}_g = \dot{m}_a \cdot \left(1 + \frac{\dot{m}_c}{\dot{m}_a}\right) = \dot{m}_a \cdot \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) = \dot{m}_a \cdot \left(\frac{\alpha + 1}{\alpha}\right) \quad (4.4.16)$$

mentre per quanto riguarda il bilancio di energia, si ha:

$$\alpha = \frac{(H_i + h_c) \cdot \eta_{cc} - h_3}{h_3 - h_2} \quad (4.4.17)$$

Determinata la temperatura  $T_4$  dall'equazione (4.4.12), per poter determinare la potenza effettiva  $P_e$  mediante l'equazione (4.4.14) è necessario determinare la temperatura  $T_5$  a fine espansione della seconda turbina. La temperatura  $T_5$  può essere determinata ricorrendo alle solite relazioni:

$$\begin{aligned} T_5 &= T_4 - \eta_{T,2} \cdot (T_4 - T_5') \\ T_5' &= T_4 \cdot \frac{1}{\beta_{T2}^{\lambda_g}} \end{aligned} \quad (4.4.18)$$

La determinazione della temperatura  $T_5'$ , tuttavia, presuppone la conoscenza del rapporto di espansione della seconda turbina  $\beta_{T2}$ , che è incognito non essendo nota la pressione intermedia, il cui valore dipende

proprio dall'equilibrio meccanico del primo asse. Per determinare  $\beta_{T2}$  si procede quindi come segue.

Nota la temperatura  $T_4$ , precedentemente determinata dal bilancio energetico del primo asse di cui all'equazione (4.4.12), si determinano nell'ordine, la temperatura  $T'_4$  di fine espansione isoentropica e, quindi, il rapporto di espansione  $\beta_{T1}$  della prima turbina, mediante le relazioni:

$$T'_4 = T_3 - \frac{(T_3 - T_4)}{\eta_{T1}}$$

$$\beta_{T1} = \left(\frac{T_3}{T'_4}\right)^{\frac{1}{\lambda_g}} \quad (4.4.19)$$

D'altra parte, il rapporto di compressione totale  $\beta_C$  uguaglia il prodotto dei rapporti di espansione  $\beta_{T1}$  e  $\beta_{T2}$  delle due turbine, si ha infatti:

$$\beta_C = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_5} = \frac{p_3}{p_4} \cdot \frac{p_4}{p_5} = \beta_{T1} \cdot \beta_{T2} \quad (4.4.20)$$

Pertanto, una volta determinato  $\beta_{T1}$  dalle (4.4.19), si determina  $\beta_{T2}$  dalla (4.4.20), essendo:

$$\beta_{T2} = \frac{\beta_C}{\beta_{T1}} \quad (4.4.21)$$

Determinato così il rapporto di espansione  $\beta_{T2}$  si può determinare la temperatura  $T_5$  mediante le equazioni (4.4.18) e infine, dal bilancio energetico del secondo asse, espresso dall'equazione (4.4.14), noto il rendimento organico  $\eta_{0,2}$ , si determina la potenza  $P_e$  effettivamente disponibile all'utilizzatore.



## Capitolo 5

# Introduzione agli impianti combinati e alla cogenerazione

### 5.1 Potenzialità del recupero dell'energia termica rilasciata dalle turbine a gas

Come già evidenziato, la turbina a gas è un motore termico caratterizzato, nella configurazione in ciclo semplice, da rendimenti oramai paragonabili a quelli degli impianti a vapore. Rispetto agli impianti a vapore presenta però una sostanziale differenza in relazione al livello di temperatura dell'energia non convertita in lavoro e restituita all'ambiente.

Mentre negli impianti a vapore l'energia termica non trasformata in lavoro viene rilasciata all'esterno, principalmente attraverso il condensatore, ad una temperatura di poco maggiore di quella ambiente, essendo perciò di nessuna utilità ai fini di un eventuale recupero<sup>1</sup>, nelle turbine a gas tale energia viene rilasciata, come calore sensibile dei gas reflui, ad elevata temperatura, dell'ordine di 550÷650 °C (e oltre) nelle turbine a gas industriali (heavy duty) e di 400-450 °C nelle turbine a gas di derivazione aeronautica (aeroderivative). Il calore sensibile dei gas di scarico della turbina a gas rappresenta, per questo, una vera e propria fonte energetica di qualità, in virtù dell'elevata temperatura, della continuità e regolarità di produzione, della disponibilità e fruibilità e, quindi, delle potenzialità di recupero.

---

<sup>1</sup> Anche l'energia termica non trasferita al ciclo termodinamico nel generatore di vapore e rilasciata in atmosfera come calore sensibile dei gas reflui, è priva di interesse pratico ai fini di un eventuale recupero.

Il recupero può essere effettuato con riferimento a due diversi campi di applicazione:

- Recupero di energia termica con utilizzo finalizzato alla conversione termodinamica in energia meccanica in un impianto motore termico sottoposto in cascata, di norma un impianto a vapore d'acqua specificamente concepito;
- Recupero dell'energia termica finalizzato al suo utilizzo diretto o indiretto in processi tecnologici di tipo prevalentemente industriale.

Nel primo caso si realizza un sistema integrato per la sola produzione di energia meccanica (elettrica) con due sezioni di conversione costituite rispettivamente da un impianto di turbina a gas (impianto sovrapposto) e un impianto di turbina a vapore (impianto sottoposto); il sistema integrato nel suo complesso è denominato "Impianto a cicli combinati gas-vapore", o "Impianto combinato gas-vapore" o ancora, più semplicemente e sinteticamente, "Impianto combinato".

Nel secondo caso si realizza un sistema integrato per la produzione combinata e contestuale di energia meccanica (elettrica) e termica per usi tecnologici e di processo. La produzione combinata di energia elettrica e termica prende il nome di "Cogenerazione".

L'impianto combinato, nella sua generalità, può essere basato su un motore termico sovrapposto diverso dalla turbina a gas, ad esempio un motore alternativo a combustione interna, e su un motore termico sottoposto diverso dall'impianto a vapore, ad esempio un motore ORC a fluido organico.

Anche la cogenerazione può essere realizzata, in pratica, con qualsiasi motore termico (motori alternativi a combustione interna, impianti a vapore, impianti combinati, motori Stirling, ecc.) ed anche con sistemi di conversione diretta, per via elettrochimica, come le celle a combustibile, o anche per via fotovoltaica, come i pannelli solari ibridi fotovoltaico-termici.

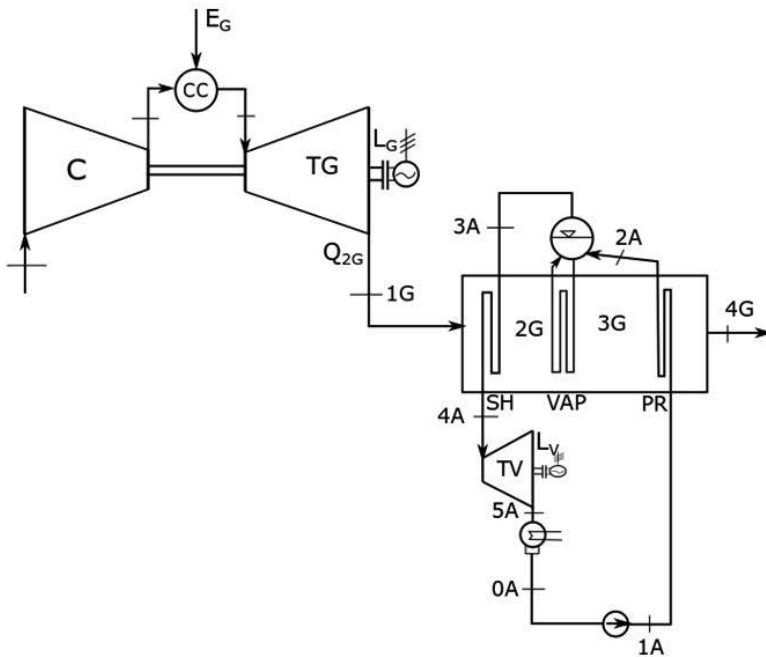
Nel seguito vengono riportati brevi cenni sulle caratteristiche costitutive e funzionali e sul bilancio energetico degli impianti combinati e sui principi informatori della cogenerazione.

## 5.2 Impianti combinati gas-vapore

Un impianto combinato è costituito da un sistema integrato composto da due impianti motori termici in cascata: l'impianto sovrapposto, alimentato da una fonte esterna di energia (combustibile), e l'impianto sottoposto, alimentato con l'energia termica rilasciata dall'impianto sovrapposto. L'esempio più comune è quello dell'impianto combinato



gas-vapore, composto da una turbina a gas, che costituisce l'impianto sovrapposto, e da un impianto a vapore d'acqua, che costituisce l'impianto sottoposto. La figura 5.2.1 mostra lo schema elementare di impianto combinato gas-vapore a due alberi, con turbina a vapore disgiunta dalla turbina a gas<sup>2</sup>.



**Figura 5.2.1.** Schema elementare di un impianto combinato gas-vapore.

I gas di scarico uscenti dalla turbina a gas (impianto sovrapposto) vengono inviati in un generatore di vapore a recupero dove avviene lo scambio di calore con l'acqua e la produzione di vapore surriscaldato, che viene inviato nella turbina a vapore. L'impianto a vapore (impianto sottoposto) è più semplice di un impianto a vapore convenzionale;

<sup>2</sup> Si possono avere soluzioni monoalbero, specie per applicazioni di piccola-media potenza, dove la turbina a vapore è calettata sullo stesso albero della turbina a gas in modo da avere un solo alternatore. In questo caso, il collegamento tra turbina a gas e turbina a vapore può prevedere una frizione (clutch) che consente alla turbina a gas di funzionare in modo indipendente senza trascinare la turbina a vapore in caso di fermata della sezione a vapore.

Nel caso di impianti di grande potenza, viceversa, si possono avere sistemi multialbero costituiti, ad esempio, da due turbine a gas, due generatori di vapore a recupero e una sola turbina a vapore, realizzando così un sistema con tre turboalternatori.

il generatore di vapore a recupero, in particolare, è costruttivamente diverso dal generatore di vapore convenzionale perché in questo caso non si ha la combustione. Nella configurazione elementare schematizzata in figura 5.2.1, il generatore di vapore a recupero è composto da tre sezioni distinte di scambio termico costituite da fasci tubieri disposti in controcorrente rispetto ai gas, dove si ha il preriscaldamento dell'acqua di alimento fino alle condizioni di saturazione (sezione di preriscaldamento, PR), la vaporizzazione con produzione di vapore saturo (sezione di vaporizzazione, VAP) e, infine, il surriscaldamento del vapore saturo (sezione di surriscaldamento, SH).

L'impianto illustrato in figura 5.2.1 è a un livello di pressione, nel senso che produce vapore surriscaldato ad una sola pressione. Negli impianti combinati di potenza medio-alta si produce vapore ad almeno due diversi livelli di pressione (due flussi distinti ad alta e media pressione) che alimentano turbine a vapore a più ammissioni. Negli impianti di grande potenza si adottano, di norma, tre livelli di pressione.

Nell'impianto a vapore sottoposto non si pratica la rigenerazione perché l'aumento di rendimento del ciclo che ne consegue è in questo caso vanificato dalla diminuzione del rendimento del generatore di vapore causata dalla temperatura dell'acqua di alimento in ingresso più elevata, non essendo possibile raffreddare ulteriormente i gas reflui come avviene nei generatori di vapore a combustione attraverso il preriscaldamento dell'aria comburente.

### Bilancio energetico e rendimento dell'impianto combinato

Con riferimento alla figura 5.2.1, indicati con  $E_G = m_c H_i$  e con  $L_G$  rispettivamente l'energia del combustibile introdotto nella camera di combustione e il lavoro prodotto dalla turbina a gas, indicati inoltre con  $\eta_{cc}$ ,  $\eta_{r,G}$ ,  $\eta_{o,G}$  i rendimenti della camera di combustione, del ciclo reale e organico della turbina a gas, si ha:

$$\eta_G = \frac{L_G}{E_G} = \eta_{cc} \cdot \eta_{r,G} \cdot \eta_{o,G} \quad (5.2.1)$$

Nel quadro di un approccio semplificato, in questa sede si possono considerare trascurabili le perdite minori (secondarie) della turbina a gas, considerando unitari i rendimenti della camera di combustione e organico. In prima approssimazione si ha pertanto:

$$\eta_{cc} = \eta_{o,G} = 1$$

$$\eta_G = \frac{L_G}{E_G} = \eta_{r,G} = \frac{L_G}{Q_{1G}} = 1 - \frac{Q_{2G}}{Q_{1G}} \quad (5.2.2)$$

Dal bilancio energetico della turbina a gas, ovvero dalle equazioni (5.2.2), l'energia termica  $Q_{2G}$  rilasciata dalla turbina a gas risulta:

$$Q_{2G} = E_G - L_G = (1 - \eta_G) \cdot E_G \quad (5.2.3)$$

La sezione a vapore è alimentata con l'energia termica  $Q_{2G}$ , pertanto il suo rendimento sarà dato dalla relazione:

$$\eta_V = \frac{L_V}{Q_{2G}} \quad (5.2.4)$$

Il rendimento dell'impianto combinato è dato dal rapporto fra l'effetto utile (somma del lavoro utile prodotto dai due impianti a gas e a vapore) e l'energia messa a disposizione dall'esterno per la produzione dell'effetto utile (energia primaria del combustibile), vale a dire:

$$\eta_{IC} = \frac{L_G + L_V}{E_G} = \eta_G + \frac{L_V}{E_G} \quad (5.2.5)$$

Combinando la (5.2.5) con le equazioni (5.2.3) e (5.2.4) si ha:

$$\eta_{IC} = \eta_G + \frac{\eta_V \cdot Q_{2G}}{E_G} = \eta_G + \eta_V \cdot (1 - \eta_G) \quad (5.2.6)$$

o anche, rielaborando la (5.2.6):

$$\eta_{IC} = \eta_G + \eta_V - \eta_G \cdot \eta_V \quad (5.2.7)$$

$$\eta_{IC} = \eta_V + \eta_G \cdot (1 - \eta_V) \quad (5.2.8)$$

Le equazioni (5.2.6÷5.2.8) esprimono il rendimento dell'impianto combinato semplicemente in funzione dei rendimenti  $\eta_G$  e  $\eta_V$  delle due sezioni a gas e a vapore. L'equazione (5.2.7), in particolare, esprime una simmetria termodinamica per la quale il rendimento dell'impianto combinato è dato dalla somma meno il prodotto dei rendimenti delle due sezioni. Questa condizione si realizza quando si hanno due processi in cascata in cui la sezione sottoposta è alimentata con tutta l'energia termica rilasciata dalla sezione sovrapposta (l'energia termica rilasciata dalla turbina a gas è tutta quanta introdotta nel generatore di vapore a recupero) e solo con questa (la sezione a vapore sottoposta non utilizza altre fonti energetiche esterne, ad esempio non prevede l'utilizzo di combustibile addizionale in una post-combustione nel generatore di vapore).

Si osservi che nelle equazioni (5.2.6÷5.2.8) compaiono i rendimenti globali dell'impianto a gas e dell'impianto a vapore, entrambi dati dal

prodotto dei rendimenti dei processi in cascata interni a ciascun impianto. Per l'impianto di turbina a gas il rendimento globale  $\eta_G$  è dato dall'equazione (5.2.1), ma per le ipotesi assunte esso coincide, con buona approssimazione, con il rendimento del ciclo  $\eta_{r,G}$  come sancito dalle equazioni (5.2.2). Per l'impianto a vapore vale la relazione:

$$\eta_V = \eta_{GVR} \cdot \eta_{r,V} \cdot \eta_{o,V} \quad (5.2.9)$$

In questo caso, tuttavia, i rendimenti del generatore di vapore a recupero  $\eta_{GVR}$  e del ciclo reale  $\eta_{r,V}$  sono sensibilmente più bassi dei corrispondenti rendimenti degli impianti a combustione convenzionali.

Nel caso di generatori di vapore a recupero a un livello di pressione, come quello in esame, il rendimento del generatore di vapore è dell'ordine del 65÷75%, intorno all'80% nel caso di generatori di vapore a due livelli di pressione e all'85% nel caso di tre livelli di pressione, a fronte di un valore medio di riferimento del 90% nel caso dei generatori di vapore a combustione convenzionali.

Per quanto riguarda il ciclo termodinamico, sebbene negli impianti più moderni e di potenza più elevata, a due e a tre livelli di pressione, si realizzino temperature del vapore surriscaldato simili o perfino maggiori di quelle tipiche degli impianti a vapore subcritici (540 °C), le pressioni, per ragioni che in questa sede non è il caso di approfondire, sono sensibilmente inferiori rispetto a quelle tipiche degli impianti a vapore a combustione. Per giunta, come già precisato, in nessun caso si effettua la rigenerazione, poiché l'aumento del rendimento del ciclo termodinamico che ne conseguirebbe è vanificato dalla diminuzione del rendimento del generatore di vapore a recupero. Ciò si evince chiaramente dall'equazione (5.2.5) considerando che gli eventuali spillamenti rigenerativi di vapore non hanno nessuna influenza sul funzionamento della turbina a gas, quindi sui termini  $L_G$  ed  $E_G$ , mentre il vapore sottratto all'espansione riduce il lavoro  $L_V$ , determinando di conseguenza una diminuzione del rendimento complessivo dell'impianto combinato. Negli impianti di taglia medio-piccola, ad un solo livello di pressione, inoltre, si effettua un solo surriscaldamento del vapore e, spesso, a temperatura minore di quella tipica degli impianti a vapore a combustione, essendo la temperatura massima del vapore stabilita in relazione alla temperatura dei gas di scarico della turbina a gas. Ne segue che per un impianto a vapore ad un solo livello di pressione come quello in esame si possono ottenere valori del rendimento del generatore di vapore al più del 75% e del ciclo al più del 35%. Posto ottimisticamente, per esempio,  $\eta_{GVR} = 0,75$ ,  $\eta_{r,V} = 0,35$ ,  $\eta_{o,V} = 0,98^3$ , risulta:

<sup>3</sup> Il rendimento organico è paragonabile a quello delle turbine a gas per l'esigua incidenza, rispetto agli impianti a vapore convenzionali, di organi ausiliari e accessori.

$$\eta_V = 0,75 \cdot 0,35 \cdot 0,98 = 0,257$$

Considerata inoltre una turbina a gas di media tecnologia, con  $\eta_G = 0,34$ , risulta ancora:

$$\eta_{IC} = \eta_G + \eta_V - \eta_G \eta_V = 0,34 + 0,257 - 0,34 \cdot 0,257 = 0,51$$

È rilevante il fatto che il rendimento globale del 51% è ottenuto con una turbina a gas basata su tecnologie che si possono considerare risalenti alla fine degli anni '80 del secolo scorso, integrata con un impianto a vapore sottoposto molto semplice, caratterizzato da un rendimento globale paragonabile a quello dei piccoli impianti a biomasse o di termovalorizzazione dei rifiuti. Il costo specifico di impianti combinati di questa tipologia è dell'ordine di 500÷600 €/kW. È appena il caso di ricordare che i più moderni impianti USC (ultra-supercritici) a vapore, con costi unitari di impianto pari a circa il triplo, presentano rendimenti dell'ordine del 45÷46%. L'impianto combinato, d'altra parte, utilizza un combustibile pregiato (gas naturale), il cui costo specifico è pari a circa di 3÷4 volte rispetto a quello del combustibile utilizzato negli impianti a vapore (carbone) il che si riflette, in ultima analisi, in un maggior costo specifico (del kWh) dell'energia prodotta.

Sul fronte delle migliori tecnologie disponibili, per un impianto combinato a 3 livelli di pressione di moderna concezione, assumendo per la sezione a vapore  $\eta_{GVR} = 0,85$ ,  $\eta_{r,V} = 0,40$ ,  $\eta_{o,V} = 0,98$ , si ottiene:

$$\eta_V = 0,85 \cdot 0,40 \cdot 0,98 = 0,333$$

Come si evince da questo esempio, anche nel caso delle migliori tecnologie degli impianti combinati il rendimento dell'impianto a vapore rimane sensibilmente minore del rendimento degli impianti a vapore convenzionali, per via del minore rendimento del generatore di vapore e del minore rendimento del ciclo in assenza di rigenerazione.

Considerata una turbina a gas, con  $\eta_G = 0,40$ , risulta ancora:

$$\eta_{IC} = \eta_G + \eta_V - \eta_G \eta_V = 0,40 + 0,333 - 0,40 \cdot 0,333 = 0,60$$

I due esempi riproducono un valore approssimato del rendimento dell'impianto combinato avendo trascurato le perdite secondarie della turbina a gas (della camera di combustione e meccaniche/organiche). Tali perdite sono però molto piccole e si può dimostrare che esse incidono sul rendimento complessivo dell'impianto combinato per meno di un punto percentuale.

Con turbine a gas di ultima generazione, caratterizzate oramai da rendimenti persino del 43-44%, e con temperatura dei gas di scarico fino a 680 °C, si raggiungono attualmente rendimenti dell'impianto combinato intorno al 63%.

### Potenza dell'impianto combinato

Il rapporto tra la potenza delle due sezioni a vapore e a gas rappresenta un'importante caratteristica dell'impianto combinato, in quanto la potenza della sezione a vapore può essere intesa come l'incremento di potenza, rispetto alla potenza della turbina a gas, che si può ottenere attraverso il recupero dell'energia termica dei gas allo scarico della turbina.

Il rapporto in parola può essere facilmente determinato a partire dalle definizioni operative dei rendimenti dell'impianto combinato e della turbina a gas:

$$\eta_{IC} = \frac{P_G + P_V}{\dot{E}_G} \quad (5.2.10)$$

$$\eta_G = \frac{P_G}{\dot{E}_G}$$

Dividendo membro a membro le (5.2.10) si ottiene:

$$\frac{\eta_{IC}}{\eta_G} = \frac{P_G + P_V}{P_G} = 1 + \frac{P_V}{P_G} \quad (5.2.11)$$

da cui:

$$\frac{P_V}{P_G} = \frac{\eta_{IC}}{\eta_G} - 1 = \frac{\eta_{IC} - \eta_G}{\eta_G} \quad (5.2.12)$$

Combinando la (5.2.12) con la (5.2.7) si ha anche:

$$\frac{P_V}{P_G} = \eta_V \cdot \frac{1 - \eta_G}{\eta_G} = \eta_V \cdot \left( \frac{1}{\eta_G} - 1 \right) \quad (5.2.13)$$

Nell'equazione (5.2.12), il termine a secondo membro rappresenta l'incremento relativo di rendimento che si ottiene con l'impianto combinato rispetto alla sola turbina a gas. Poiché, come detto, la potenza della sezione a vapore può essere intesa come l'incremento di potenza che si ottiene con l'impianto combinato rispetto alla sola turbina a gas, l'equazione in parola indica che l'incremento relativo di potenza che si ottiene con l'impianto combinato uguaglia il corrispondente incremento relativo di rendimento.

È semplice quindi, determinare il rapporto tra le due potenze  $P_V$  e  $P_G$  una volta noto il rendimento globale delle singole sezioni di impianto. Con riferimento ai due esempi precedenti si ha rispettivamente:

$$\frac{P_V}{P_G} = \frac{\eta_{IC} - \eta_G}{\eta_G} = \frac{0,51 - 0,34}{0,34} = 0,50$$

$$\frac{P_V}{P_G} = \frac{\eta_{IC} - \eta_G}{\eta_G} = \frac{0,60 - 0,40}{0,40} = 0,50$$

È significativo osservare che in entrambi i casi la potenza della sezione a vapore risulta uguale al 50% della potenza della turbina a gas. D'altra parte, i due esempi si riferiscono a due configurazioni impiantistiche completamente differenti: la prima corrispondente ad un impianto combinato poco evoluto, con una sezione a vapore a un livello di pressione, la seconda ad un impianto combinato molto evoluto, con una sezione a vapore a tre livelli di pressione. All'aumentare del livello tecnologico, e quindi del rendimento, della turbina a gas il rapporto tra le potenze delle due sezioni a vapore e a gas si mantiene costante in conseguenza del contestuale aumento del livello tecnologico, e quindi del rendimento, della sezione a vapore, come si evince facilmente dall'equazione (5.2.13).

Effettivamente, gli impianti combinati reali, basati su turbine a gas industriali (cioè di tipo "heavy-duty") di vario livello tecnologico, sono di norma caratterizzati da un rapporto tra le potenze delle due sezioni a vapore e a gas intorno al 50%. Valori inferiori di tale rapporto derivano semplicemente da un minore livello tecnologico nell'impianto a vapore sottoposto e preposto al recupero dell'energia termica dalla sezione a gas sovrapposta.

Per quanto sopra, pertanto, la potenza complessiva di un impianto combinato è data, indicativamente, per circa due terzi dalla sezione a gas e per circa un terzo dalla sezione a vapore.

### **Bilancio energetico del generatore di vapore**

Si può affermare che il generatore di vapore rappresenta il componente centrale dell'impianto a vapore sottoposto perché ad esso compete il recupero dell'energia termica rilasciata dalla turbina a gas, anche se la conversione efficiente in energia meccanica dell'energia termica recuperata dalla turbina a gas è poi realizzata dal ciclo termodinamico dell'impianto a vapore.

Lo studio del generatore di vapore si effettua a partire dal bilancio energetico, che può essere definito con l'ausilio della curva caratteristica illustrata nella figura 5.2.2.

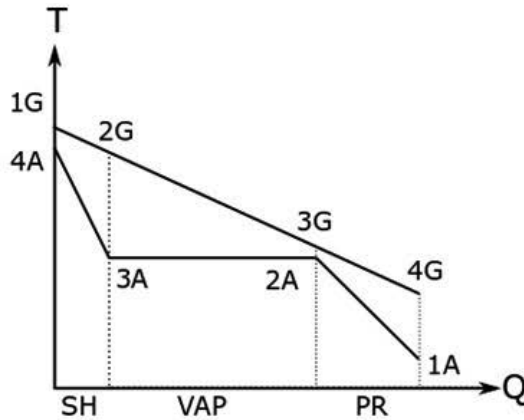


Figura 5.2.2. Curva caratteristica del generatore di vapore a recupero.

Supponendo che tutto il calore  $Q_G$  ceduto dai gas nel generatore di vapore a recupero venga acquisito dall'acqua, quindi trascurando le perdite per scambio termico con l'esterno, si ha:

$$Q_G = Q_A \quad (5.2.14)$$

dove il calore  $Q_A$  acquisito dall'acqua corrisponde al calore  $Q_{1V}$  entrante nel ciclo termodinamico dell'impianto a vapore. Il bilancio energetico relativo a tutto il generatore di vapore a recupero, esplicitando i termini  $Q_G$  e  $Q_A$ , risulta pertanto:

$$\begin{aligned} m_G c_{p,G} (T_{1G} - T_{4G}) &= m_V [(h_{4A} - h_{3A}) + (h_{3A} - h_{2A}) + (h_{2A} - h_{1A})] \\ &= m_V (h_{4A} - h_{1A}) \end{aligned} \quad (5.2.15)$$

Nella (5.2.15), la temperatura  $T_{1G}$  dei gas all'ingresso del generatore di vapore corrisponde alla temperatura dei gas reflui allo scarico della turbina a gas; per una turbina a gas di caratteristiche note, risultano pertanto noti  $m_G$ ,  $c_{p,G}$ ,  $T_{1G}$ ; in sede di progetto vengono inoltre specificate le due differenze di temperatura caratteristiche del generatore di vapore:

$$\Delta T_{AT} = T_{1G} - T_{4A} \quad (5.2.16)$$

$$\Delta T_{PP} = T_{3G} - T_{2A}$$

La prima delle due,  $\Delta T_{AT}$ , rappresenta la differenza di temperatura di approccio (approach temperature) tra i gas all'ingresso del generatore di vapore e il vapore surriscaldato uscente; la seconda,  $\Delta T_{PP}$ , rappresenta la minima differenza di temperatura tra i gas e l'acqua, localizzata



all'interno del generatore di vapore nel punto in cui inizia il processo di vaporizzazione (pinch-point). È evidente che la quantità di calore recuperata dai gas di scarico della turbina a gas e la sua qualità saranno tanto maggiori quanto minori sono queste differenze di temperatura. Valori caratteristici della differenza di temperatura  $\Delta T_{AT}$  sono dell'ordine di  $20 \div 30$  °C, trattandosi di una differenza di temperatura localizzata in corrispondenza di una sezione di scambio termico tra fluidi in fase gassosa (e perciò caratterizzati da bassi valori dei coefficienti di scambio termico); i valori caratteristici della differenza di temperatura  $\Delta T_{PP}$  sono invece dell'ordine di  $5 \div 10$  °C, trattandosi di una differenza di temperatura localizzata in corrispondenza di una sezione di scambio termico dove è presente un fluido in condizioni di saturazione (e perciò caratterizzato da elevati valori del coefficiente di scambio termico).

Stabilita la differenza di temperatura di approccio  $\Delta T_{AT}$  e nota la temperatura  $T_{1G}$ , mediante la prima delle (5.2.16) si può definire la temperatura  $T_{4A}$  del vapore surriscaldato in uscita dal generatore di vapore. Si può quindi stabilire un valore coerente della pressione massima del vapore<sup>4</sup> e, di conseguenza, tutti i valori dell'entalpia dell'acqua nei punti caratteristici del generatore di vapore e di cui all'equazione (5.2.15), possono essere facilmente determinati.

Nel bilancio energetico espresso dall'equazione (5.2.15) sono presenti due incognite: la massa  $m_V$  di vapore prodotto e la temperatura  $T_{4G}$  dei gas all'uscita del generatore di vapore; per la loro determinazione è perciò necessario disporre di una seconda equazione. Allo scopo si può introdurre un bilancio energetico parziale che considera le sole sezioni di vaporizzazione e di surriscaldamento:

$$m_G c_{p,G} (T_{1G} - T_{3G}) = m_V [(h_{4A} - h_{3A}) + (h_{3A} - h_{2A})] = m_V (h_{4A} - h_{2A}) \quad (5.2.17)$$

Stabilita la differenza di temperatura di  $\Delta T_{PP}$  e nota la temperatura  $T_{2A}$ , mediante la seconda delle (5.2.16) si può determinare la temperatura  $T_{3G}$ , perciò la (5.2.17) contiene la sola incognita  $m_V$ . Determinata mediante la (5.2.17) la massa di vapore  $m_V$  si determina quindi  $T_{4G}$  dal bilancio energetico generale espresso dalla (5.2.15).

Nota la massa di vapore  $m_V$ , inoltre, per mezzo del bilancio energetico parziale al surriscaldatore o al vaporizzatore è possibile determinare l'ulteriore temperatura  $T_{2G}$  di estremità all'interno del generatore di vapore, potendo così procedere al dimensionamento di tutte le sezioni di scambio termico, ossia i preriscaldatori, i vaporizzatori e i surriscaldatori.

---

<sup>4</sup> Si ricordi che per specificati valori della temperatura massima del ciclo (del vapore surriscaldato) la pressione massima deve essere stabilita tenendo conto delle implicazioni sul titolo allo scarico della turbina.

La conoscenza della temperatura  $T_{4G}$  è necessaria per poter determinare il rendimento del generatore di vapore a recupero. Ricordando la definizione operativa del rendimento esso, è dato semplicemente dalla relazione:

$$\eta_{GVR} = \frac{Q_{1V}}{Q_{2G}} \quad (5.2.18)$$

che esprime il rapporto tra la quantità di calore  $Q_{1V}$  effettivamente trasferita al ciclo termodinamico dell'impianto a vapore (effetto utile), dato dal secondo membro della (5.2.15), e la quantità di calore  $Q_{2G}$  entrante nel generatore di vapore (l'energia messa a disposizione per ottenere l'effetto utile), che corrisponde all'energia termica rilasciata dalla turbina a gas:

$$Q_{2G} = m_G c_{p,G} (T_{1G} - T_0) \quad (5.2.19)$$

ricordando che  $T_{1G}$  coincide con la temperatura dei gas allo scarico della turbina a gas ed essendo  $T_0$  la temperatura di riferimento. Esplicitando i termini a numeratore e a denominatore dell'equazione (5.2.18) e tenendo presente l'uguaglianza espressa dall'equazione (5.2.15) si ha:

$$\eta_{GVR} = \frac{m_G c_{p,G} (T_{1G} - T_{4G})}{m_G c_{p,G} (T_{1G} - T_0)} \quad (5.2.20)$$

da cui

$$\eta_{GVR} = \frac{T_{1G} - T_{4G}}{T_{1G} - T_0} = 1 - \frac{T_{4G} - T_0}{T_{1G} - T_0} \quad (5.2.21)$$

L'espressione (5.2.21) del rendimento del generatore di vapore a recupero non è rigorosa perché non tiene conto delle inevitabili perdite per scambio di calore, sempre presenti malgrado un efficace isolamento termico. Nondimeno, essa riproduce il rendimento del generatore di vapore con ottima approssimazione data la modesta entità delle perdite in parola.

Dalle due formulazioni diretta e indiretta, espresse dall'equazione (5.2.21), si evince che il rendimento del generatore di vapore dipende essenzialmente dalla temperatura dei gas all'ingresso e all'uscita. Più specificamente, dalla formulazione indiretta, espressa dall'ultimo membro della (5.2.21), si evince che il rendimento aumenta all'aumentare della temperatura dei gas all'ingresso  $T_{1G}$ , ossia della temperatura dei gas di scarico della turbina a gas, e al diminuire della temperatura all'uscita  $T_{4G}$ . Dalla figura 5.2.2, si evince inoltre che ad un aumento

della temperatura  $T_{1G}$  corrisponde, per un prefissato valore costante della differenza di temperatura  $\Delta T_{pp}$  al pinch-point, una diminuzione della temperatura  $T_{4G}$ , con un effetto sinergico sull'aumento del rendimento del generatore di vapore. L'aumento della temperatura  $T_{1G}$ , per un prefissato valore costante della differenza di temperatura  $\Delta T_{AP}$  di approccio al surriscaldatore, consente di aumentare la temperatura  $T_{4A}$  del vapore surriscaldato all'uscita del generatore di vapore, con un benefico effetto sul rendimento del ciclo.

Quando sopra rappresenta chiaramente la ricaduta dell'evoluzione tecnologica della turbina a gas sull'evoluzione tecnologica del generatore di vapore a recupero e dell'intero impianto a vapore sottoposto.

## 5.3 Cogenerazione

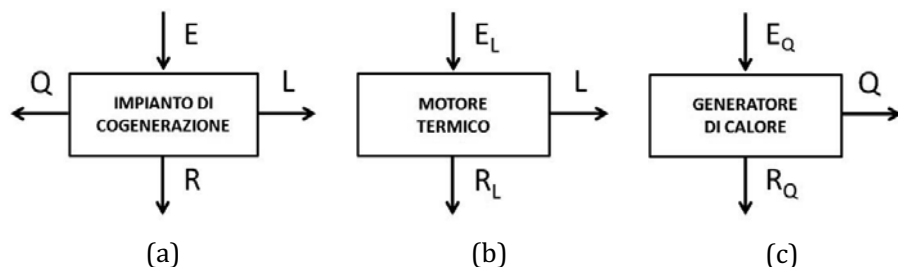
### Generalità sulla cogenerazione

La cogenerazione, come detto, consiste nella produzione combinata e contestuale di energia meccanica/elettrica e termica per usi tecnologici e di processo, effettuata in alternativa alla produzione separata delle due forme di energia. Tecnicamente, la cogenerazione può essere definita come:

*“L'insieme delle operazioni volte alla produzione di energia meccanica/elettrica e calore, entrambi considerati effetti utili, partendo da una qualsivoglia sorgente di energia”.*

Il processo di cogenerazione deve realizzare un più razionale uso dell'energia primaria rispetto a processi che producono separatamente le due forme di energia; inoltre, la produzione di energia meccanica/elettrica e termica deve avvenire in modo sostanzialmente interconnesso in cascata.

La figura 5.3.1 mostra una rappresentazione schematica dei processi di cogenerazione e di produzione separata di energia elettrica e termica. Negli schemi indicati,  $E$  rappresenta l'energia che alimenta il generico processo,  $L$  l'energia elettrica,  $Q$  l'energia termica utile ed  $R$  l'energia non convertita in effetto utile e rilasciata nell'ambiente.



**Figura 5.3.1.** Schemi a blocchi rappresentativi della cogenerazione (a) e della produzione separata di energia elettrica (b) e termica (c).

L'impianto di cogenerazione può essere basato su impianti motori primi di varia tipologia e su configurazioni impiantistiche estremamente varie che dipendono dalla tipologia dello stesso motore primo, dalle caratteristiche dell'utenza, dal combustibile utilizzato, e da molti altri fattori costruttivi, gestionali e normativi.

Gli impianti motori primi più ricorrenti nella pratica tecnica sono in particolare i seguenti:

- turbine a gas;
- impianti con turbine a vapore a condensazione e spillamento e a contropressione;
- motori alternativi a combustione interna ad accensione comandata e ad accensione spontanea;
- impianti combinati.

### Indici di merito della cogenerazione

Con riferimento alla figura (5.3.1) si definiscono i rendimenti della produzione separata di energia elettrica e termica mediante le relazioni:

$$\eta_{Ls} = \frac{L}{E_L} \tag{5.3.1}$$

$$\eta_{Qs} = \frac{Q}{E_Q}$$

Le relazioni (5.3.1), come è noto, esprimono indici di merito del processo a cui si riferiscono basati sul primo principio della termodinamica, in cui cioè non si tiene conto del "valore termodinamico" dell'energia nelle sue diverse forme chimica, meccanica e termica. Sulla stessa base si definisce un rendimento  $\eta_{CG}$  (di primo principio) dell'impianto di cogenerazione, espresso secondo l'usuale definizione generale come rapporto tra l'effetto utile e l'energia utilizzata per ottenere l'effetto uti-

le. Poiché nel caso della cogenerazione l'energia elettrica  $L$  e l'energia termica  $Q$  sono entrambi effetti utili si avrà:

$$\eta_{CG} = \frac{Q + L}{E} \quad (5.3.2)$$

Si definiscono inoltre i rendimenti della sola produzione elettrica  $\eta_L$  e della sola produzione termica  $\eta_Q$  dell'impianto di cogenerazione, espressi mediante le relazioni:

$$\eta_L = \frac{L}{E} \quad (5.3.3)$$

$$\eta_Q = \frac{Q}{E}$$

per cui il rendimento dell'impianto di cogenerazione si esprime anche mediante la relazione:

$$\eta_{CG} = \eta_L + \eta_Q \quad (5.3.4)$$

La relazione (5.3.2), in quanto basata sul primo principio della termodinamica, non consente di valutare correttamente la bontà del processo cogenerativo in relazione alle due diverse forme di energia prodotte; perciò, più che come rendimento energetico, il termine  $\eta_{CG}$  deve essere più propriamente interpretato come un indice di utilizzazione del combustibile o dell'energia utilizzata per produrre gli effetti utili. Infatti, impianti diversi caratterizzati dallo stesso valore del rendimento  $\eta_{CG}$  ma da una produzione di energia elettrica e termica in proporzioni diverse, non possono essere confrontati sulla base del solo rendimento della cogenerazione.

Si introduce in tal senso un ulteriore indice di merito  $I_E$ , denominato "indice elettrico", che esprime il rapporto tra l'energia elettrica e l'effetto utile complessivamente prodotto dall'impianto di cogenerazione, vale a dire<sup>5</sup>:

$$I_E = \frac{L}{L + Q} = \frac{\eta_L}{\eta_L + \eta_Q} = \frac{\eta_L}{\eta_{CG}} \quad (5.3.5)$$

<sup>5</sup> L'indice elettrico viene anche definito come rapporto tra i due effetti utili elettrico e termico, vale a dire:  $I_E = \frac{L}{Q}$ . L'espressione  $I_E = \frac{L}{L+Q}$  qui utilizzata è preferibile essendo un indice adimensionale normalizzato della produzione elettrica variabile nell'intervallo (0, 1).

In linea di principio si può affermare che a pari valore del rendimento  $\eta_{CG}$  dell'impianto di cogenerazione, l'effetto utile complessivo sarà tanto più di qualità quanto più elevato è l'indice elettrico  $I_E$ .

Come detto, il processo di cogenerazione deve realizzare un più razionale uso dell'energia primaria rispetto a processi che producono separatamente le due forme di energia, in altre parole esso deve consentire un risparmio di energia primaria rispetto alla produzione separata delle due forme di energia, per cui deve essere:

$$E < E_L + E_Q \quad (5.3.6)$$

Il risparmio di energia primaria può essere quantificato mediante l'indice  $IRE$  (indice di risparmio energetico), definito mediante la relazione:

$$IRE = \frac{(E_L + E_Q) - E}{E_L + E_Q} = 1 - \frac{E}{E_L + E_Q} \quad (5.3.7)$$

Nell'attuale quadro normativo che introduce vari incentivi per gli impianti di cogenerazione che rispondono a specificati requisiti (cogenerazione ad alto rendimento, CAR) l'indice  $IRE$  è indicato con il termine  $PES$ , acronimo della corrispondente definizione in lingua inglese "Primary Energy Saving".

Rielaborando l'equazione (5.3.7), con semplici passaggi si ottiene:

$$IRE = 1 - \frac{1}{\frac{\eta_L}{\eta_{LS}} + \frac{\eta_Q}{\eta_{QS}}} \quad (5.3.8)$$

L'equazione (5.3.8) consente di determinare l'indice  $IRE$  una volta noti i rendimenti  $\eta_L$  ed  $\eta_Q$  delle sole produzioni elettrica e termica dell'impianto di cogenerazione e i rendimenti  $\eta_{LS}$  e  $\eta_{QS}$  della produzione separata di energia elettrica e termica. I primi sono una caratteristica dell'impianto di cogenerazione, mentre i secondi sono specificati dalla normativa.

### **Esempio di calcolo degli indici di un impianto di cogenerazione con turbina a gas**

Si consideri l'impianto di cogenerazione basato su una turbina a gas schematizzato nella figura 5.3.2. Il calore  $Q$  sia associato, per esempio, alla produzione di vapore in un generatore di vapore a recupero a un livello di pressione del tutto analogo a quelli descritti in tema di impianti combinati.

I rendimenti della turbina a gas e del generatore di vapore a recupero siano rispettivamente:

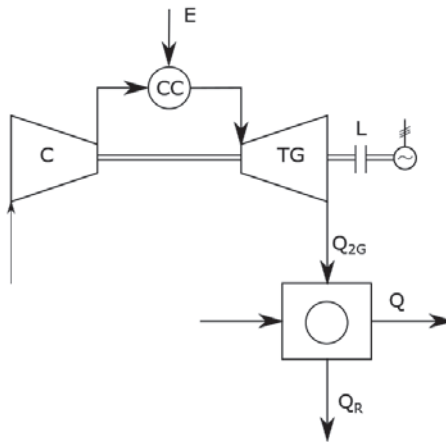
$$\eta_G = 0,40 \text{ (es. TG aeroderivata)}$$

$$\eta_{GVR} = 0,70$$

I rendimenti della produzione separata di energia elettrica e termica siano rispettivamente<sup>6</sup>:

$$\eta_{LS} = 0,525$$

$$\eta_{QS} = 0,90$$



**Figura 5.3.2.** Schema di impianto di cogenerazione con turbina a gas.

Sulla base delle specifiche stabilite risulta:

$$\eta_L = \frac{L}{E} = \eta_G = 0,40$$

$$\eta_Q = \frac{Q}{E} = \frac{Q}{Q_{2G}} \cdot \frac{Q_{2G}}{E} = \eta_{GVR} \cdot (1 - \eta_G) = 0,70 \cdot (1 - 0,40) = 0,42$$

$$\eta_{CG} = \eta_L + \eta_Q = 0,40 + 0,42 = 0,82$$

$$I_E = \frac{L}{L+Q} = \frac{\eta_L}{\eta_{CG}} = \frac{0,40}{0,82} = 0,49$$

$$IRE = 1 - \frac{1}{\frac{\eta_L + \eta_Q}{\eta_{LS} + \eta_{QS}}} = 1 - \frac{1}{\frac{0,40 + 0,42}{0,525 + 0,90}} = 0,186$$

Dai risultati ottenuti si evince in sintesi quanto segue:

- L'impianto considerato è caratterizzato da un rendimento di primo principio dell'82%; ciò significa che di tutta l'energia associata al combustibile utilizzato, l'82% si trasforma in effetto utile complessivo e solo il restante 18% viene rilasciato nell'ambiente.
- L'effetto utile è ripartito quasi al 50% tra energia elettrica (49%) ed energia termica (51%).

<sup>6</sup> Valori di riferimento della normativa vigente validi per impianti alimentati con gas naturale.

- Rispetto alla produzione separata di energia elettrica e termica, l'impianto consente un risparmio di combustibile del 18,6%.

Si osserva che in questo caso, il rendimento della sola produzione elettrica coincide con il rendimento della turbina a gas ( $\eta_L = \eta_G$ ) ed è perciò indipendente dalla produzione di energia termica. Ciò avviene, più in generale, quando il recupero di calore viene effettuato sui gas reflui di un motore a combustione interna come nella fattispecie.

Si osserva inoltre, che se si introduce l'espressione ricavata per il rendimento della sola produzione termica  $\eta_Q = \eta_{GVR} \cdot (1 - \eta_G)$  nell'espressione del rendimento della cogenerazione, si ottiene:

$$\eta_{CG} = \eta_G + \eta_{GVR} \cdot (1 - \eta_G) = \eta_G + \eta_{GVR} - \eta_G \cdot \eta_{GVR} \quad (5.3.9)$$

Quindi il rendimento della cogenerazione è dato dalla somma meno il prodotto dei rendimenti delle due sezioni in cascata costituite, in questo caso, dalla turbina a gas e dal generatore di vapore a recupero. Come già rimarcato per il rendimento degli impianti combinati, questa espressione, di carattere generale, è valida quando la sezione di recupero (sottoposta al motore primo) è alimentata con tutta e solo con l'energia termica rilasciata dalla turbina a gas (motore primo sovrapposto).



## Capitolo 6

# Introduzione agli impianti idroelettrici

### 6.1 Generalità sugli impianti idroelettrici

Gli impianti motori idraulici convertono l'energia potenziale meccanica di una massa d'acqua in lavoro meccanico sfruttando il dislivello geodetico tra due bacini o tra le due sezioni di un corpo idrico più in generale.

A seconda delle dimensioni del corpo idrico a monte gli impianti idroelettrici si distinguono in<sup>1</sup>:

- Impianti a serbatoio:           invaso con autonomia maggiore di 400 ore;
- Impianti a bacino:            invaso con autonomia compresa tra 2 e 400 ore;
- Impianti ad acqua fluente:   invaso con autonomia minore di 2 ore.

Una categoria particolare di impianti idroelettrici è quella degli impianti di pompaggio nei quali l'acqua fluisce dal bacino superiore verso il bacino inferiore nei momenti di maggiore richiesta di energia elettrica, per essere successivamente pompata dal bacino inferiore a quello superiore, generalmente durante le ore notturne, in modo da ricostituire l'invaso. Il ciclo di pompaggio ha frequenza giornaliera e permette di realizzare un livellamento del profilo di carico contribuendo alla copertura dei picchi durante le ore diurne, consentendo peraltro un funzionamento più regolare degli impianti termoelettrici durante le ore notturne grazie all'energia elettrica richiesta per il pompaggio.

Il macchinario utilizzato nelle centrali di pompaggio è reversibile: sullo stesso asse di rotazione sono infatti calettate una turbomacchina

---

<sup>1</sup> Fonte ENEL.

reversibile turbina-pompa e una macchina elettrica reversibile generatore-motore (alternatore sincrono). Durante la fase di generazione la turbomacchina funziona come turbina e la macchina elettrica come alternatore, mentre durante la fase di pompaggio la turbomacchina funziona come pompa e la macchina elettrica come motore.

A seconda della taglia, gli impianti motori idraulici si possono distinguere in:

- Impianti di piccola taglia:  $P < 5 \text{ MW}$ , caratterizzati, di norma, da piccoli salti ( $< 50 \text{ m}$ ) e piccole portate ( $< 10 \text{ m}^3/\text{s}$ );
- Impianti di media taglia:  $5 < P < 200 \text{ MW}$ , caratterizzati, di norma, da salti ( $50 - 250 \text{ m}$ ) e portate ( $10 - 100 \text{ m}^3/\text{s}$ ) di media entità;
- Impianti di grande taglia:  $P > 200 \text{ MW}$ , caratterizzati, di norma, da grandi salti ( $> 250 \text{ m}$ ) e grandi portate ( $> 100 \text{ m}^3/\text{s}$ ).

In realtà la taglia è stabilita essenzialmente dalla potenza, ed essendo la potenza proporzionale al salto e alla portata, impianti di grande taglia, ad esempio, possono essere caratterizzati anche da salti inferiori a quelli sopra indicati e da portate molto grandi e viceversa.

La conversione dell'energia potenziale in lavoro avviene mediante macchine motrici di varia tipologia e caratteristiche, quali in particolare:

- Turbine Pelton, utilizzate per lo sfruttamento di grandi salti geodetici, dal centinaio di metri a oltre un migliaio, e piccole portate, fino a una decina di  $\text{m}^3/\text{s}$ ;
- Turbine Kaplan, utilizzate per lo sfruttamento di piccoli salti geodetici, da qualche metro fino a qualche decina, e grandi portate, dell'ordine anche di centinaia di  $\text{m}^3/\text{s}$ ;
- Turbine Francis, utilizzate per salti geodetici e portate intermedi, ricoprendo parzialmente i campi di applicazione delle turbine Pelton e Kaplan.

Il tema della caratterizzazione degli invasi in relazione alla valutazione delle risorse idrauliche, delle opere idrauliche e del macchinario esula dagli argomenti trattati nel corso di "Sistemi energetici", ma fa parte dell'insegnamento di "Tecnologie delle energie rinnovabili" impartito nell'ambito del corso di laurea magistrale in Ingegneria meccanica.

Nel seguito viene invece approfondito il bilancio energetico dell'impianto motore idraulico.

## 6.2 Bilancio energetico dell'impianto motore idraulico

La figura 6.2.1 mostra lo schema elementare di un impianto idroelettrico. L'acqua accumulata nel bacino superiore fluisce in una condotta verso il bacino inferiore. Lungo il percorso aziona una turbina idraulica dove avviene la conversione dell'energia potenziale posseduta dall'acqua in lavoro meccanico e, quindi, in energia elettrica mediante un alternatore.

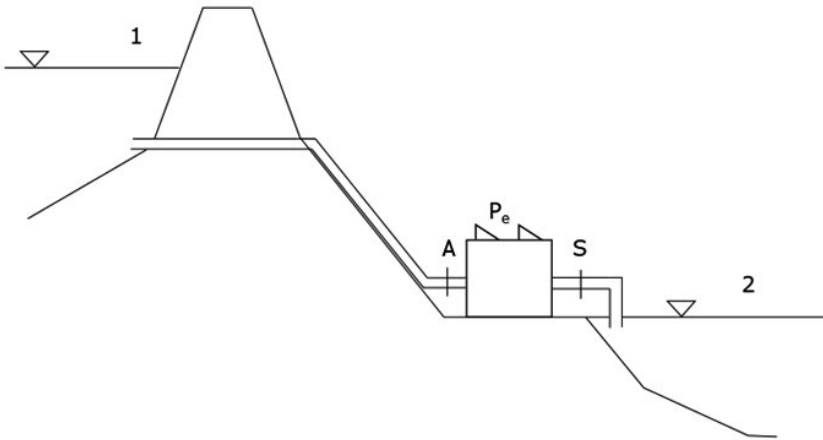


Figura 6.2.1. Schema elementare di un impianto idroelettrico.

### Bilancio energetico globale

Si consideri l'equazione generale dell'energia meccanica espressa in forma differenziale:

$$cdc + gdz + vdp + \delta l + \delta l_d = 0 \quad (6.2.1)$$

ricordando che il termine  $\delta l$  rappresenta il lavoro infinitesimo scambiato dal sistema con l'esterno, mentre il termine  $\delta l_d$  rappresenta il lavoro infinitesimo dissipato a causa delle irreversibilità che caratterizzano le trasformazioni del sistema, con ovvio significato degli altri termini.

Integrando tra le due sezioni "1" e "2", rappresentate dal pelo libero dell'acqua nei due bacini superiore e inferiore rispettivamente, supponendo in via preliminare che non ci siano organi mobili per la conversione in lavoro dell'energia potenziale dell'acqua si ha:

$$l_{d,c} = \left( \frac{c_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} \right) - \left( \frac{c_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} \right) = gH_{t1} - gH_{t2} = gH_0 \quad (6.2.2)$$

essendo  $gH_{t1}$  e  $gH_{t2}$  il carico totale (energia specifica totale) nelle sezioni 1 e 2 rispettivamente, la cui differenza  $gH_0$  rappresenta il carico totale disponibile al livello inferiore. Come mostra l'equazione (6.2.2), in assenza di organi mobili per la sua conversione in lavoro meccanico il carico totale disponibile è completamente dissipato nella condotta ( $l_{d,c}$ ).

Si osserva che la velocità dell'acqua nel pelo libero (velocità di variazione del livello) dei due serbatoi di monte e di valle è praticamente nulla, per cui  $c_1 = c_2 = 0$ ; in prima approssimazione, inoltre, la pressione atmosferica si può considerare invariante rispetto alla quota, per cui  $p_1 = p_2$ . Di conseguenza l'equazione (6.2.2) diventa:

$$l_{d,c} = gH_{t1} - gH_{t2} = g(z_1 - z_2) = gH_0 \quad (6.2.3)$$

Dall'equazione (6.2.3) si evince che la differenza di carico totale tra i due bacini di monte e di valle, ovvero il carico totale disponibile al livello inferiore, corrisponde alla differenza di energia potenziale specifica tra le sezioni 1 e 2.

L'inserimento di una macchina motrice (turbina) nel percorso lungo la condotta consente di trasformare l'energia potenziale disponibile in lavoro utile, con una incidenza delle perdite di energia nella condotta limitate ai valori minimi fisiologici stabiliti da fattori di ordine tecnologico ed economico. In tal caso, dall'integrazione della (6.2.1) si ottiene:

$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + l_d + l_e = 0 \quad (6.2.4)$$

da cui

$$l_e = gH_{t1} - gH_{t2} - l_d = g(z_1 - z_2) - l_d = gH_0 - l_d \quad (6.2.5)$$

dove  $l_e$  rappresenta il lavoro specifico effettivo dell'impianto (disponibile alla flangia di accoppiamento con l'utilizzatore), mentre  $l_d$  è il lavoro specifico, ovvero l'energia specifica complessivamente dissipata. L'energia complessivamente dissipata  $l_d$  è data dalla somma di due contributi distinti,  $l_{d,c}$  e  $l_{d,T}$ , relativi rispettivamente alle condotte e alla turbina:

$$l_d = l_{d,c} + l_{d,T} \quad (6.2.6)$$

Le perdite associate alla turbina, a loro volta, sono date da tre distinti contributi, relativi alle perdite di natura fluidodinamica, o idrauliche,  $l_{d,h}$  (associate alla viscosità del fluido), volumetriche  $l_{d,v}$  (associate a trafileamenti attraverso i giochi) e meccaniche  $l_{d,m}$  (associate al contatto tra superfici in moto relativo). Per semplicità di trattazione, le perdite volumetriche si considerano qui incluse in quelle fluidodinamiche, per cui si ha:

$$l_{d,T} = l_{d,h} + l_{d,m} \quad (6.2.7)$$

Con riferimento all'equazione (6.2.5) è possibile definire un rendimento globale dell'impianto motore idraulico  $\eta_{g,h}$  (escludendo il generatore elettrico), espresso secondo l'usuale definizione generale come rapporto tra l'effetto utile ( $l_e$ ) e l'energia disponibile utilizzata per ottenere l'effetto utile ( $gH_0$ ), vale a dire:

$$\eta_{g,h} = \frac{l_e}{gH_0} \quad (6.2.8)$$

L'espressione del rendimento globale può essere riformulata al fine di evidenziare l'effetto delle varie perdite delle opere idrauliche e della turbina. Allo scopo è necessario sviluppare i bilanci energetici delle singole sezioni di adduzione, di trasformazione e di scarico dell'impianto.

#### **Bilancio energetico delle condotte di adduzione (1-A) e di scarico (S-2)**

Integrando l'equazione dell'energia (6.2.1) tra le sezioni "1" del pelo libero dell'acqua nel serbatoio superiore e "A" di adduzione alla turbina, tenendo presente che in questo tratto non ci sono organi mobili preposti allo scambio di lavoro, risulta:

$$\frac{c_A^2 - c_1^2}{2} + g(z_A - z_1) + \frac{p_A - p_1}{\rho} + l_{d,1A} = 0 \quad (6.2.9)$$

da cui si ottiene:

$$\left( \frac{c_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho} \right) - \left( \frac{c_A^2}{2} + gz_A + \frac{p_A}{\rho} \right) = gH_{t,1} - gH_{t,A} = l_{d,1A} \quad (6.2.10)$$

Analogamente alla sezione di scarico S-2, integrando l'equazione dell'energia (6.2.1) tra le sezioni "S" di scarico dalla turbina e "2" del pelo libero dell'acqua nel serbatoio inferiore, tenendo presente che anche in questo tratto non ci sono organi mobili preposti allo scambio di lavoro, risulta:

$$\frac{c_S^2 - c_2^2}{2} + g(z_2 - z_S) + \frac{p_2 - p_S}{\rho} + l_{d,S2} = 0 \quad (6.2.11)$$

da cui si ottiene:

$$\left( \frac{c_S^2}{2} + gz_S + \frac{p_S}{\rho} \right) - \left( \frac{c_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho} \right) = gH_{t,S} - gH_{t,2} = l_{d,S2} \quad (6.2.12)$$

Combinando le equazioni (6.2.10) e (6.2.12), ovvero sommando membro a membro, si ottiene:

$$\begin{aligned} \left(\frac{c_1^2}{2} + gz_1 + \frac{p_1}{\rho}\right) - \left(\frac{c_2^2}{2} + gz_2 + \frac{p_2}{\rho}\right) - (l_{d,1A} + l_{d,S2}) \\ = \left(\frac{c_A^2}{2} + gz_A + \frac{p_A}{\rho}\right) - \left(\frac{c_S^2}{2} + gz_S + \frac{p_S}{\rho}\right) \end{aligned} \quad (6.2.13)$$

Il termine  $(l_{d,1A} + l_{d,S2})$  esprime la somma delle perdite nelle condotte di adduzione e di scarico, vale a dire:

$$l_{d,1A} + l_{d,S2} = l_{d,c} \quad (6.2.14)$$

Rielaborando la (6.2.13) si ha pertanto:

$$(gH_{t,A} - gH_{t,S}) = (gH_{t,1} - gH_{t,2}) - l_{d,c} = gH_0 - l_{d,c} \quad (6.2.15)$$

Il termine a primo membro dell'equazione (6.2.15) rappresenta la differenza di carico totale effettivamente disponibile tra le sezioni di adduzione e scarico della turbina, data dalla differenza di carico totale disponibile tra i livelli dei due bacini superiore e inferiore al netto delle perdite nelle condotte.

Con riferimento all'equazione (6.2.15) è perciò possibile definire un rendimento  $\eta_C$  delle condotte (o delle opere idrauliche in senso lato) espresso dalla relazione:

$$\eta_C = \frac{gH_{t,A} - gH_{t,S}}{gH_0} \quad (6.2.16)$$

### **Bilancio energetico della sezione di conversione dell'energia (A-S)**

Integrando l'equazione dell'energia (6.2.1) tra le sezioni "A" ed "S" di adduzione e scarico della turbina, tenendo presente che in questo caso si ha scambio di lavoro con l'esterno, risulta:

$$\frac{c_S^2 - c_A^2}{2} + g(z_S - z_A) + \frac{p_S - p_A}{\rho} + l_{AS} + l_{d,AS} = 0 \quad (6.2.17)$$

da cui, osservando che  $l_{AS}$  è il lavoro effettivo disponibile all'utilizzatore, ossia  $l_{AS} = l_e$  e che  $l_{d,AS}$  rappresenta il lavoro complessivamente perduto in turbina a causa delle perdite fluidodinamiche e meccaniche, ossia  $l_{d,AS} = l_{d,T} = l_{d,h} + l_{d,mr}$  riordinando i termini della (6.2.17) si ottiene:

$$l_e = \left( \frac{c_A^2}{2} + gz_A + \frac{p_A}{\rho} \right) - \left( \frac{c_S^2}{2} + gz_S + \frac{p_S}{\rho} \right) - l_{d,T} = (gH_{t,A} - gH_{t,S}) - (l_{d,h} + l_{d,m}) \quad (6.2.18)$$

La (6.2.18) può essere riscritta riordinando l'espressione a secondo membro come segue:

$$l_e = [(gH_{t,A} - gH_{t,S}) - l_{d,h}] - l_{d,m} = l_h - l_{d,m} \quad (6.2.19)$$

Come detto, il termine  $(gH_{t,A} - gH_{t,S})$  nell'equazione (6.2.19) rappresenta la differenza di carico totale effettivamente disponibile tra le sezioni di adduzione e scarico della turbina, ovvero il lavoro ottenibile da una turbina ideale in assenza di perdite fluidodinamiche. Pertanto, il termine tra parentesi quadre:

$$l_h = (gH_{t,A} - gH_{t,S}) - l_{d,h} \quad (6.2.20)$$

esprime il lavoro della turbina al netto delle perdite fluidodinamiche e pertanto rappresenta il lavoro euleriano (reale) della turbina.

Con riferimento all'equazione (6.2.20) è perciò possibile definire un rendimento idraulico  $\eta_h$  della turbina espresso dalla relazione:

$$\eta_h = \frac{l_h}{gH_{t,A} - gH_{t,S}} \quad (6.2.21)$$

Come già osservato, oltre che alle perdite di natura fluidodinamica in senso stretto, il rendimento idraulico  $\eta_h$  della turbina include anche le perdite di tipo volumetrico.

Con riferimento all'equazione (6.2.19), infine, si introduce il rendimento meccanico  $\eta_m$  dato dalla relazione:

$$\eta_m = \frac{l_e}{l_h} \quad (6.2.22)$$

Combinando la relazione (6.2.8), che esprime il rendimento globale dell'impianto idraulico, con le relazioni (6.2.16) e (6.2.22), che esprimono i rendimenti delle condotte e meccanico rispettivamente, si ottiene:

$$\eta_{g,h} = \frac{l_e}{gH_0} = \frac{\eta_m l_h}{\frac{gH_{t,A} - gH_{t,S}}{\eta_c}} = \eta_c \cdot \eta_m \cdot \frac{l_h}{gH_{t,A} - gH_{t,S}} \quad (6.2.23)$$

Combinando ancora la relazione (6.2.23) con la relazione (6.2.21), che esprime il rendimento idraulico della turbina, si ha infine:

$$\eta_{g,h} = \eta_c \cdot \eta_h \cdot \eta_m = \eta_c \cdot \eta_T \quad (6.2.24)$$

essendo  $\eta_T$  il rendimento globale della turbina, dato dal rapporto tra il lavoro effettivo (alla flangia di accoppiamento con l'utilizzatore) e il carico totale netto disponibile tra le sezioni di estremità della turbina:

$$\eta_T = \eta_h \cdot \eta_m = \frac{l_e}{gH_{t,A} - gH_{t,S}} \quad (6.2.25)$$

È appena il caso di osservare che le perdite meccaniche, in realtà, riguardano tutto il gruppo turboalternatore, essendo l'alternatore calettato sullo stesso asse della turbina e in tal senso può essere opportuno tenere separati i rendimenti idraulico e meccanico.

Analogamente all'espressione del rendimento globale di un impianto motore termico, in funzione dei rendimenti dei processi in cascata di combustione, di conversione termodinamica e di trasferimento meccanico, l'equazione (6.2.24) esprime il rendimento globale di un impianto motore idraulico in funzione dei rendimenti delle opere idrauliche (condotte) e del convertitore meccanico (turbina). Per maggiore generalità, come per il rendimento globale dell'impianto motore termico, nell'equazione (6.2.24) si può introdurre il rendimento organico al posto del rendimento meccanico, in modo da tenere conto anche degli assorbimenti elettrici degli ausiliari, vale a dire:

$$\eta_{g,h} = \eta_c \cdot \eta_h \cdot \eta_o \quad (6.2.26)$$

La differenza tra i due rendimenti meccanico e organico è in questo caso molto modesta poiché l'incidenza degli ausiliari negli impianti idroelettrici è molto minore rispetto agli impianti termoelettrici.

### Esempio 1

Si calcoli l'aumento di temperatura che subirebbe un corso d'acqua lungo il suo percorso verso valle con un dislivello di quota di 427 m sotto le seguenti ipotesi:

- uguale velocità nelle due sezioni 1 e 2 di riferimento agli estremi del percorso;
- variazione della pressione atmosferica con la quota trascurabile;
- flusso idealmente adiabatico;
- assenza di scambi di lavoro con l'esterno;
- calore specifico dell'acqua:  $c_p = 4,186 \frac{kJ}{kg \cdot K}$

Dall'equazione dell'energia in termini meccanici:

$$cdc + gdz + vdp + \delta l + \delta l_d = 0$$

integrando tra le due sezioni estreme si ha:



$$\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + l_e + l_d = 0$$

Poiché per ipotesi  $c_2 = c_1$ ,  $p_2 = p_1$ ,  $l_e = 0$ , risulta:

$$l_d = g(z_1 - z_2)$$

Dall'equazione dell'energia in termini termici si ha invece:

$$cdc + gdz + dh = \delta q - \delta l$$

da cui, integrando sotto le precedenti ipotesi, si ha:

$$h_2 - h_1 = g(z_1 - z_2)$$

Pertanto:

$$l_d = g(z_1 - z_2) = h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1) = c_p\Delta T$$

e infine:

$$\Delta T = \frac{l_d}{c_p} = \frac{g(z_1 - z_2)}{c_p} = \frac{9,81 \cdot 427}{4186} = 1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Nel "Sistema Tecnico" di unità di misura adottato nel passato prima dell'entrata in vigore del "Sistema Internazionale", si utilizzava lo stesso campione ora utilizzato come unità di riferimento della massa per definire l'unità di forza (di peso). In altri termini, nel sistema tecnico di unità di misura, la forza era una grandezza fondamentale mentre la massa era una unità derivata; l'unità di forza veniva chiamata "chilogrammo forza" o "chilogrammo peso" o "kilopond" e veniva indicata col simbolo *kgf* o *kp*:  $1kp = 9,81 \text{ N}$ . In tale sistema, pertanto, il lavoro veniva espresso in  $kp \cdot m$  e perciò  $1 kp \cdot m = 9,81 \text{ J}$ . Per quanto riguarda il cosiddetto "equivalente meccanico del calore", espresso dal coefficiente  $4.186 \text{ J/kcal}$ , nel sistema tecnico risultava pari a  $4.186/9,81 = 427 \text{ kp} \cdot m/kcal$ . Per tale motivo la dissipazione energetica specifica legata al salto di  $427 \text{ m}$  di dislivello, scelto non a caso, equivale proprio a  $427 \text{ kp} \cdot m = 1 \text{ kcal}$ , essendo la *kcal* per definizione proprio la quantità di calore che è necessario fornire ad un *kg* di acqua (ovvero a un *kp*) per aumentarne la temperatura di  $1 \text{ } ^\circ\text{C}^2$ .

<sup>2</sup> Rigorosamente 1 kg di acqua distillata, da  $14,5 \text{ } ^\circ\text{C}$  a  $15,5 \text{ } ^\circ\text{C}$ , a pressione atmosferica.

## Esempio 2

Si abbia un impianto idroelettrico con le seguenti caratteristiche:

Salto geodetico disponibile:	$H = 200 \text{ m}$
Portata d'acqua:	$Q = 54000 \text{ m}^3/\text{h} \text{ (} 15 \text{ m}^3/\text{s)}$
Rendimento della condotta:	$\eta_c = 0,90$
Rendimento idraulico della turbina:	$\eta_h = 0,85$
Rendimento organico della turbina:	$\eta_o = 0,98$

### Calcolo della potenza effettiva<sup>3</sup>

Si può immediatamente determinare il rendimento globale dell'impianto essendo:

$$\eta_{g,h} = \frac{l_e}{gH_0} = \eta_c \cdot \eta_h \cdot \eta_o = 0,90 \cdot 0,85 \cdot 0,98 = 0,75$$

Dal salto geodetico si ha inoltre:

$$gH_0 = g(z_2 - z_1) = 9,81 \cdot 200 = 1962 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \left( \frac{\text{J}}{\text{kg}} \right)$$

Noti  $\eta_{g,h}$  e  $gH_0$  si può determinare  $l_e$ :

$$l_e = \eta_{g,h} \cdot gH_0 = 0,75 \cdot 1962 = 1471 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Ai fini della determinazione della potenza dell'impianto occorre determinare la portata massica di acqua evolvente; essendo nota la portata volumetrica si ha:

$$\dot{m} = \rho \cdot Q = 1000 \cdot \frac{54000}{3600} = 15000 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Infine, la potenza effettiva dell'impianto risulta:

$$P_e = \dot{m} \cdot l_e = 15000 \cdot 1471 = 22064 \text{ kW}$$

### Calcolo delle perdite nella condotta

Dall'equazione che esprime il rendimento della condotta si ha:

$$gH_{t,A} - gH_{t,S} = \eta_c \cdot gH_0 = 0,90 \cdot 1962 = 1766 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

<sup>3</sup> Per via degli arrotondamenti, i risultati di alcune delle operazioni che seguono possono presentare qualche differenza nelle cifre meno significative rispetto ai valori riportati, determinati mediante un foglio elettronico e perciò più rigorosi.

per cui le perdite nella condotta risultano:

$$l_{d,c} = gH_0 - (gH_{t,A} - gH_{t,S}) = (1962 - 1766) = 196 \frac{J}{kg}$$

o anche:

$$l_{d,c} = gH_0 \cdot (1 - \eta_c) = 1962 \cdot (1 - 0,90) = 196 \frac{J}{kg}$$

La potenza perduta nella condotta sarà infine:

$$P_{d,c} = \dot{m} \cdot l_{d,c} = 15000 \cdot 196 = 2943 \text{ kW}$$

#### Calcolo delle perdite fluidodinamiche della turbina

Dall'equazione che esprime il rendimento idraulico della turbina si ha:

$$l_h = \eta_h \cdot (gH_{t,A} - gH_{t,S}) = 0,85 \cdot 1766 = 1501 \frac{J}{kg}$$

per cui le perdite fluidodinamiche risultano:

$$l_{d,h} = (gH_{t,A} - gH_{t,S}) - l_h = (1766 - 1501) = 265 \frac{J}{kg}$$

o anche:

$$l_{d,h} = (gH_{t,A} - gH_{t,S}) \cdot (1 - \eta_h) = 1766 \cdot (1 - 0,85) = 265 \frac{J}{kg}$$

La potenza associata alle perdite fluidodinamiche sarà infine:

$$P_{d,h} = \dot{m} \cdot l_{d,h} = 15000 \cdot 265 = 3973 \text{ kW}$$

#### Calcolo delle perdite organiche nella turbina

Dall'equazione che esprime il rendimento organico della turbina si ha:

$$l_h = \frac{l_e}{\eta_o} = \frac{1471}{0,98} = 1501 \frac{J}{kg}$$

per cui le perdite organiche risultano:

$$l_{d,o} = l_h - l_e = (1501 - 1471) = 30 \frac{J}{kg}$$

o anche:

$$l_{d,o} = l_h \cdot (1 - \eta_o) = 1501 \cdot (1 - 0,98) = 30 \frac{J}{kg}$$

o ancora:

$$l_{d,o} = l_e \cdot \left( \frac{1}{\eta_o} - 1 \right) = 1471 \cdot \left( \frac{1}{0,98} - 1 \right) = 30 \frac{J}{kg}$$

La potenza associata alle perdite meccaniche e agli assorbimenti degli ausiliari sarà infine:

$$P_{d,o} = \dot{m} \cdot l_{d,o} = 15000 \cdot 30 = 450 \text{ kW}$$

#### Verifica della potenza

Si può effettuare una verifica del procedimento determinando la potenza effettiva dell'impianto per via indiretta, sottraendo le varie perdite alla potenza massima teorica, data dal prodotto della portata massica dell'acqua per la differenza di energia potenziale tra i due livelli.

La potenza massima teorica è quindi data dalla relazione:

$$P_t = \dot{m} \cdot gH_0 = 15000 \cdot 1962 = 29430 \text{ kW}$$

La potenza complessivamente perduta risulta:

$$P_d = P_{d,c} + P_{d,h} + P_{d,o} = 2943 + 3973 + 450 = 7366 \text{ kW}$$

per cui la potenza effettiva dell'impianto sarà:

$$P_e = P_t - P_d = 29430 - 7366 = 22064 \text{ kW}$$

valore che coincide con quello calcolato per via diretta a partire dal lavoro specifico  $l_e$ .



Finito di stampare nel mese di dicembre 2021

Giorgio Cau è professore ordinario di Sistemi per l'Energia e l'Ambiente presso il Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Chimica e dei Materiali dell'Università degli Studi di Cagliari. È titolare degli insegnamenti di "Sistemi Energetici" nell'ambito del corso di Laurea in Ingegneria Meccanica e di "Tecnologie Energetiche Industriali" nei corsi di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica e in Ingegneria Energetica.

Svolge la sua attività di ricerca principalmente nell'ambito dei sistemi e delle tecnologie di conversione industriale dell'energia, con particolare interesse per le fonti energetiche rinnovabili. È autore di oltre 180 pubblicazioni su temi concernenti sviluppo, progettazione, modellazione numerica, sperimentazione, ottimizzazione, analisi energetica, economica e ambientale di sistemi energetici complessi. È responsabile scientifico del laboratorio "Idrogeno da fonti rinnovabili e accumulo termico" della Piattaforma Energie Rinnovabili di Sardegna Ricerche.

euro 15,00

ISBN 978-88-3312-040-9  
e-ISBN 978-88-3312-041-6