

VALUTAZIONE DEGLI SPOSTAMENTI PERMANENTI SISMOINDOTTI MEDIANTE UN APPROCCIO ACCOPPIATO NON LINEARE

Giuseppe Tropeano, Francesco Silvestri
Università di Napoli "Federico II"

giuseppe.tropeano@unina.it, francesco.silvestri@unina.it

Antonio Costanzo, Ernesto Ausilio
Università della Calabria

acostanzo@dds.unical.it, ausilio@dds.unical.it

Sommario

Le procedure per valutare lo spostamento che può subire un pendio sotto l'azione sismica tipicamente si riferiscono a tre diverse classi di metodi: 1) relazioni semplificate; 2) metodi degli spostamenti (o analisi dinamica semplificata) e 3) analisi dinamica avanzata. Tali approcci differiscono sostanzialmente dal grado di conoscenza del modello geotecnico del pendio e dell'azione sismica richiesta. In particolare, la seconda classe di metodi presenta un buon compromesso tra la facilità di applicazione, legata a schemi di pendio semplificati, e l'affidabilità dei risultati che rende tali metodi competitivi rispetto alle analisi dinamiche avanzate. I metodi degli spostamenti prendono origine dal modello di blocco rigido di Newmark (1965) e dalla rimozione delle ipotesi che ne stanno alla base. In particolare l'ipotesi stessa di "blocco rigido" può essere rimossa attraverso due approcci: a) approccio "disaccoppiato", in cui la deformabilità dei terreni che causa la risposta dinamica del sito e gli spostamenti del blocco sono calcolati separatamente o b) approccio "accoppiato" in cui la risposta del sito è valutata contemporaneamente nelle fasi di adesione e scorrimento del pendio.

In questa nota, si sintetizzano gli sviluppi del codice ACST, implementato da Ausilio et al. (2008), effettuati nell'ambito del progetto ReLUIS MT 1.2 "Linee guida e codici per analisi di risposta sismica locale". In particolare, si è introdotta la non linearità nell'analisi della risposta dei terreni attraverso la formulazione modificata dei criteri di Masing secondo la recente formulazione di Phillips & Hashash, (2009). Si è, inoltre, implementata una procedura che permette di individuare automaticamente, durante il calcolo, la superficie di scorrimento di prima rottura. I risultati in termini di risposta sismica e spostamenti cumulati sono stati confrontati con quelli ottenuti con la prima versione del codice.

Introduzione

Molti fenomeni naturali sono accomunati dal fatto che in determinate circostanze possono presentare dinamiche di tipo intermittente: fasi statiche in cui il sistema accumula energia potenziale (fase di aderenza o *stick*) si alternano a fasi dinamiche in cui l'energia potenziale viene trasformata in movimento (fase di scorrimento o *slip*). Tali fenomeni sono riconducibili al problema di moto di scorrimento con attrito tra due corpi materiali con proprietà elastiche o elasto-plastiche noto come modello *stick-slip*. Nel caso delle frane attivate da eventi sismici, i modelli basati sulla dinamica *stick-slip* tengono conto della deformabilità dei terreni interessati nello scorrimento durante entrambe le fasi del moto.

Il modello descritto in questa nota, riprende quello proposto da Rathje & Bray (2000) in cui sono stati introdotti alcuni gradi di libertà. Rathje & Bray (2000), infatti, considerano la superficie di scorrimento coincidente con l'interfaccia *bedrock*-terreno, ed il *bedrock* è considerato rigido.

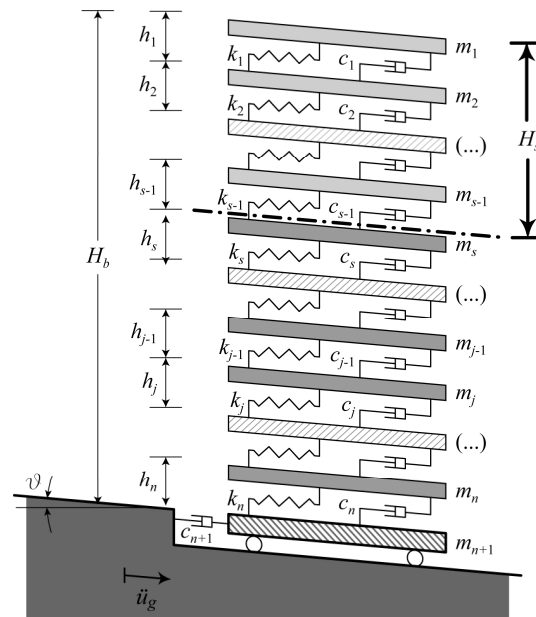


Figura 1. Schema del modello a masse concentrate considerato in questo studio.

Il modello è stato, pertanto, generalizzato con un sistema in cui la superficie di scorrimento si sviluppa in uno strato generico ed il substrato può essere modellato come mezzo deformabile. Il modello è stato implementato in un codice di calcolo, ACST, che risolve l'equazione del moto di un sistema dinamico a masse concentrate come quello schematizzato in Figura 1. Nella versione originaria (Ausilio et al., 2008), il sistema era risolto attraverso un'analisi lineare equivalente nel dominio del tempo.

Modello *stick-slip*

Durante la fase di aderenza, l'equilibrio dinamico del modello si esprime attraverso un sistema di equazioni differenziali del secondo ordine. Supponendo un substrato deformabile il sistema è esprimibile come:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{j} \cdot f(t) \quad (1)$$

in cui \mathbf{M} è la matrice diagonale delle masse, \mathbf{K} e \mathbf{C} sono, rispettivamente le matrici a bande della rigidità e dello smorzamento.

Il termine che compare al secondo membro dell'eq. (1) è il vettore delle sollecitazioni esterne applicate a ciascuna massa.

Per la valutazione delle accelerazioni assolute, il vettore \mathbf{j} presenta tutti i termini nulli tranne il termine $n+1$, che è unitario. La $f(t)$ risulta invece pari a:

$$f(t) = c_{n+1} \cdot \dot{u}_g = \rho_r V_{Sr} \cdot \dot{u}_g \quad (2)$$

che equivale a tener conto dell'assorbimento di energia per radiazione nel semispazio deformabile dovuta alla riflessione del treno d'onda. Tale effetto è modellato utilizzando uno smorzatore viscoso equivalente con coefficiente, c_{n+1} , pari all'impedenza del *bedrock*, $\rho_r V_{Sr}$.

Durante la fase di aderenza (*stick*), la resistenza attrittiva lungo la superficie di scorrimento può essere posta pari a $m_T a_y$, dove m_T è la massa totale di terreno al di sopra della superficie di scorrimento e a_y è l'accelerazione sismica critica del pendio. La forza che agisce sulla superficie di scorrimento, al tetto del generico strato s , è data da:

$$-m_T \cdot \ddot{u}_s - \mathbf{1}^T \mathbf{M}_s \cdot \ddot{\mathbf{u}} \quad (3)$$

Il primo termine è la forza d'inerzia indotta dall'accelerazione assoluta dello strato s , \ddot{u}_s , mentre il secondo è la risultante delle forze di inerzia agenti all'interno della massa in frana

causate dalla distribuzione non uniforme delle accelerazioni relative, $\mathbf{1M}_s\ddot{\mathbf{u}}$, riferite alla accelerazione dello strato s (Figura 2), $\mathbf{1}$ è il vettore unitario. Con il pedice 'S' si sono indicate, in generale, le sottomatrici e i sottovettori con indice compreso tra 1 e $(s - 1)$ coincidenti con le masse del sistema discreto sopra la superficie di scorrimento.

Gli spostamenti permanenti, u_0 , sono innescati quando la forza indicata nell'eq. (3) è pari alla forza di resistenza $m_T a_y$; in questo caso (fase di scorrimento o 'slip') l'equazione del moto per la massa deformabile al di sopra della superficie di scorrimento, in termini di accelerazione relativa, è data dall'espressione:

$$\mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_S \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_S \mathbf{u} = -\mathbf{M}_S \cdot \mathbf{1} \cdot (\ddot{u}_s + \ddot{u}_0) \quad (4)$$

Durante lo scorrimento, l'equilibrio è governato dalla condizione:

$$-m_T \cdot (\ddot{u}_s + \ddot{u}_0) - \mathbf{1}^T \mathbf{M}_S \cdot \ddot{\mathbf{u}} = m_T \cdot a_y \quad (5)$$

Poiché nell'eq. (4) oltre agli spostamenti nodali, compare come ulteriore incognita la storia temporale dell'accelerazione alla base della massa in frana, \ddot{u}_0 , la soluzione del sistema può essere determinata introducendo il valore di \ddot{u}_0 dall'eq. (5) ottenendo l'equazione:

$$\mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}_S \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_S \mathbf{u} = \mathbf{M}_S \cdot \mathbf{1} \cdot a_y \quad (6)$$

dove \mathbf{M}^* è data da:

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{M}_S - \frac{1}{m_T} \mathbf{M}_S \cdot \mathbf{1} \cdot \mathbf{1}^T \mathbf{M}_S \quad (7)$$

L'eq. (6) rappresenta la risposta in oscillazione libera della massa instabile. La frequenza naturale del sistema durante la fase di scorrimento risulta maggiore rispetto a quella che avrebbe lo stesso sistema dinamico in condizioni 'stick'; ciò è legato numericamente proprio alla matrice delle masse, \mathbf{M}^* .

Risolvendo, infine, l'eq. (6) in termini di accelerazione nodale relativa, $\ddot{\mathbf{u}}$, la storia temporale dell'accelerazione alla base della massa in frana si ottiene dalla condizione indicata nella relazione (5). Lo spostamento, u_0 , si ottiene integrando due volte l'accelerazione \ddot{u}_0 fintanto che la velocità, \dot{u}_0 , si mantenga maggiore di zero, in modo del tutto analogo al metodo originario di Newmark (1965).

Generalità sul codice ACST

Il modello descritto è stato implementato in un codice di calcolo (ACST). Il codice, sviluppato nel 2008 (Ausilio et al., 2008), ottimizza le procedure di immissione dei dati in input, la discretizzazione del profilo di terreno e la restituzione dei risultati. Nella Tabella 1 sono sintetizzate le caratteristiche della prima versione del codice e di quella attuale.

Le modifiche hanno riguardato principalmente il metodo di risoluzione della equazione del moto, l'introduzione della non linearità nella modellazione del comportamento del terreno ed in particolare la definizione dei cicli di isteresi (cfr. Tabella 1).

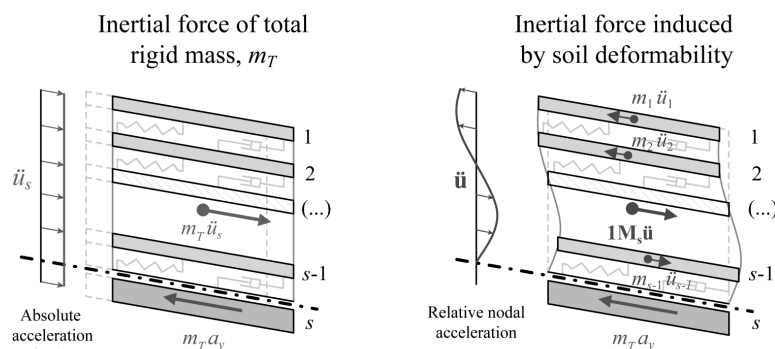


Figura 2. Forze agenti nella massa di frana durante la fase di aderenza (stick).

Nella prima versione, il codice effettuava un'analisi lineare equivalente: lo smorzamento isteretico era, infatti, introdotto come variazione dello smorzamento viscoso in funzione della massima differenza di deformazione attinta in un ciclo completo di carico/scarico utilizzando la formulazione di Chang (2007). Nella versione attuale si è preferito introdurre una formulazione dello smorzamento viscoso secondo la ben nota definizione di Rayleigh, adottando un approccio a doppia frequenza di controllo gestito direttamente dal codice.

Lo smorzamento isteretico è ottenuto in maniera automatica dalla definizione del ciclo di isteresi dei terreni. Il modello adottato per la riduzione della rigidità con la deformazione di taglio è la funzione iperbolica modificata di Konder & Zelasko (1963). La curva che descrive il legame tensio-deformativo di primo carico (curva di *back-bone*, $F_{bb}(\gamma)$), è espressa come:

$$\tau(\gamma) = F_{bb}(\gamma) = \frac{\gamma G_0}{1 + \beta(\gamma/\gamma_r)^s} \quad (8)$$

in cui, γ è la deformazione tangenziale attinta al generico istante calcolo, G_0 è il modulo di rigidità a taglio iniziale, γ_r è la deformazione di riferimento, β e s sono, infine, due parametri adimensionali di forma. Per quanto riguarda i rami di scarico-ricarico si è adottata la recente formulazione proposta da Phillips & Hashash (2009):

$$\tau(\gamma) = F(\gamma_m) \cdot \left[\frac{G_0(\gamma - \gamma_c)}{1 + \beta \left(\frac{\gamma - \gamma_c}{2\gamma_r} \right)^s} - \frac{G_0(\gamma - \gamma_c)}{1 + \beta \left(\frac{\gamma_m}{2\gamma_r} \right)^s} \right] + \frac{G_0(\gamma - \gamma_c)}{1 + \beta \left(\frac{\gamma_m}{2\gamma_r} \right)^s} + \tau_c \quad (9)$$

in cui γ_c and τ_c sono la deformazione e la tensione del punto di inversione, γ_m è la deformazione massima raggiunta nella storia di carico del terreno fino all'istante di calcolo e $F(\gamma_m)$ è un fattore di riduzione tarato sul rapporto tra i dati di smorzamento ottenuti sperimentalmente, ξ_{Measured} , e quelli calcolati adottando i criteri di Masing, ξ_{Masing} :

$$F(\gamma_m) = \frac{\xi_{\text{measured}}}{\xi_{\text{Masing}}} = p_1 - p_2 \left(1 - \frac{G(\gamma_m)}{G_0} \right)^{p_3} \quad (10)$$

in cui p_1 , p_2 e p_3 , sono parametri adimensionali che si ottengono dalla regressione dei dati del rapporto $\xi_{\text{Measured}}/\xi_{\text{Masing}}$, $G(\gamma_m)$ è il valore del modulo secante corrispondente al massimo del livello di deformazione raggiunto, γ_m , fino all'istante di calcolo.

Tabella 1: Principali caratteristiche del codice di calcolo ACST.

	Ausilio et al. (2008)	Tropeano et al. (2011)
Modello	masse discrete (consistenti/concentrate - coefficiente di Roesset, 1977) con <i>bedrock</i> rigido o deformabile	
Linguaggio di programmazione	Visual Basic 6.0	
Superficie di scorrimento	imposta	imposta o valutata automaticamente al superamento della resistenza in un generico strato (criterio di rottura: Mohr-Coulomb)
Metodi di integrazione	Chang (2007)	Metodo β di Newmark
Tipo di analisi	Lineare equivalente	Lineare / non lineare
Smorzamento viscoso:	Chang (2007)	Formulazione completa di Rayleigh
Smorzamento isteretico:	Non presente	Criteri di Masing generalizzati + formulazione di Phillips & Hashash (2009)

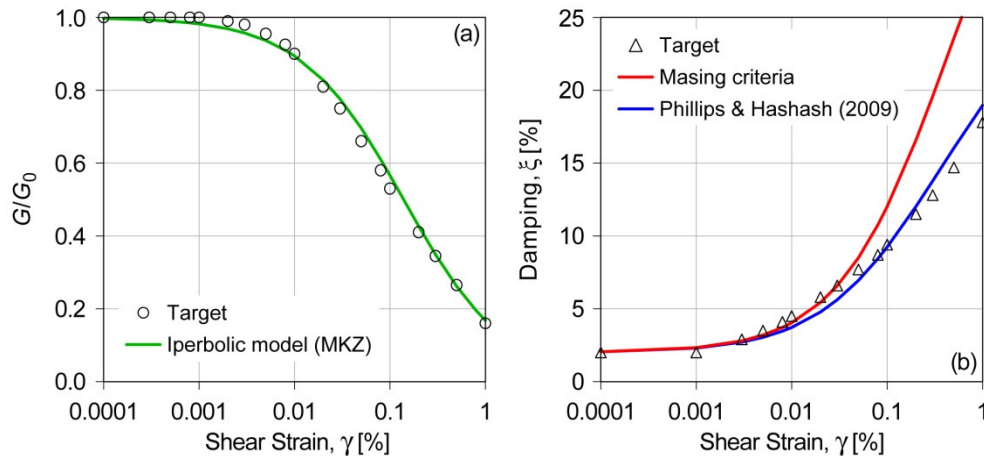


Figura 3. (a) Modello MKZ applicato alla curva di riduzione della rigidità normalizzata di Vucetic & Dobry (1991) per argilla con $IP = 30\%$ e (b) confronto tra le curve di smorzamento ottenute mediante l'applicazione dei criteri di Masing e del metodo proposto da Phillips & Hashash (2009).

L'espressione (9) consente un miglior adattamento della curva dello smorzamento isteretico del modello numerico ai dati sperimentali. Il fattore di riduzione $F(\gamma_m)$ introduce, inoltre, una riduzione sensibile della rigidità a taglio tanto da poter essere considerato un parametro di degradazione ciclica del materiale, come mostrato in Figura 8.

Esempio di applicazione

Il modello implementato e il codice di calcolo ACST è stato testato per uno schema di pendio indefinito con un angolo di inclinazione di 20° , costituito da un'argilla di media plasticità ($IP=30\%$). Sono stati considerati due profili di sottosuolo, il primo è un terreno normal-consolidato (NC) ed uno leggermente sovraconsolidato (OC) i cui parametri sono riportati nella Figura 4a.

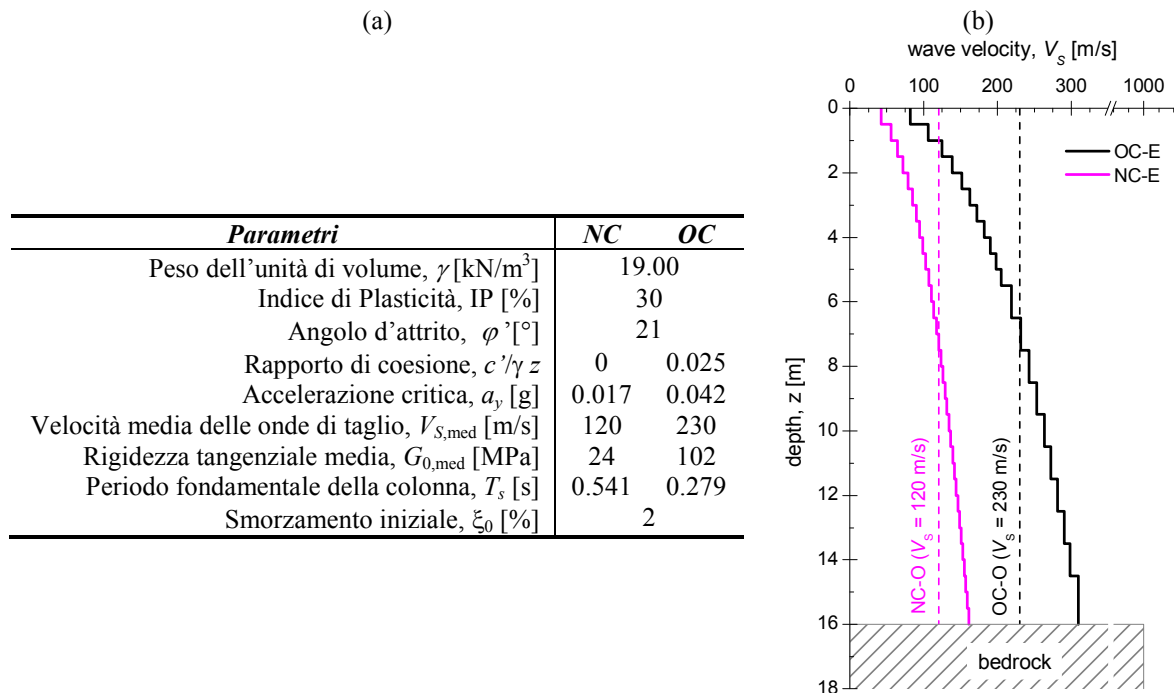


Figura 4: Proprietà e parametri geotecnici dei terreni considerati (a) e profili di velocità delle onde di taglio (b).

L'accelerazione sismica critica, valutata a partire dai parametri di resistenza adottati per lo schema di pendio indefinito, risulta $a_y = 0.017g$ e $0.042g$, rispettivamente per il sottosuolo NC e OC, non dipendente dalla profondità, avendo posto costante il rapporto di coesione. La rigidezza iniziale, G_0 , dei terreni è stata considerata variabile con la profondità in funzione dell'indice di plasticità e del grado di sovraconsolidazione utilizzando le relazioni proposte da Rampello et al (1994).

Nella Figura 4b i valori di rigidezza sono riportati in termini di profili di velocità delle onde di taglio, V_s , come richiesto in input dal codice ACST, ottenuti a partire dalla relazioni di Rampello et al. (1994). Sono state, inoltre, considerate le curve di riduzione della rigidezza normalizzata e dello smorzamento in funzione della deformazione di letteratura di Vucetic & Dobry (1991) per argilla con IP = 30% (Figura 3).

Nelle analisi compiute, il *bedrock* è stato considerato deformabile alla profondità, H_b , di 16 m, con peso dell'unità di volume, γ_r , di 22 kN/m^3 , e velocità delle onde S, V_{sr} , pari a 1000 m/s . La profondità della superficie di scorrimento, H_s , è stata posta pari a 5, 10 e 15 m, per i confronti con le analisi di Ausilio et al (2008).

Il moto di riferimento è la componente NS della registrazione del *main shock* della sequenza umbro-marchigiana del 1997-1998 ($M_w = 5.7$), nella stazione di Borgo Cerreto-Torre ($a_g = 0.185 \text{ g}$, $T_m = 0.154 \text{ s}$). L'analisi della risposta sismica della colonna di terreno in condizioni di scorrimento impedito, è stata confrontata con i risultati dell'analisi nel dominio del tempo ottenuti con il codice NERA (Bardet & Tobita, 2001).

Nella Figura 5 è riportato, a titolo di esempio, il confronto in termini di profilo di accelerazione (a), deformazione (b) e tensione tangenziale (c) massimi per il terreno NC. I risultati restituiti dai due codici di calcolo non lineari (linee nere) sono confrontabili sebbene i risultati restituiti da NERA presentano profili più irregolari dovuti all'amplificazione delle alte frequenze. Ciò può essere dovuto allo sviluppo di errori numerici tipicamente alla ripresa della rigidezza nei rami di scarico ricarico dei cicli di isteresi e al fatto che NERA non tiene conto dello smorzamento viscoso.

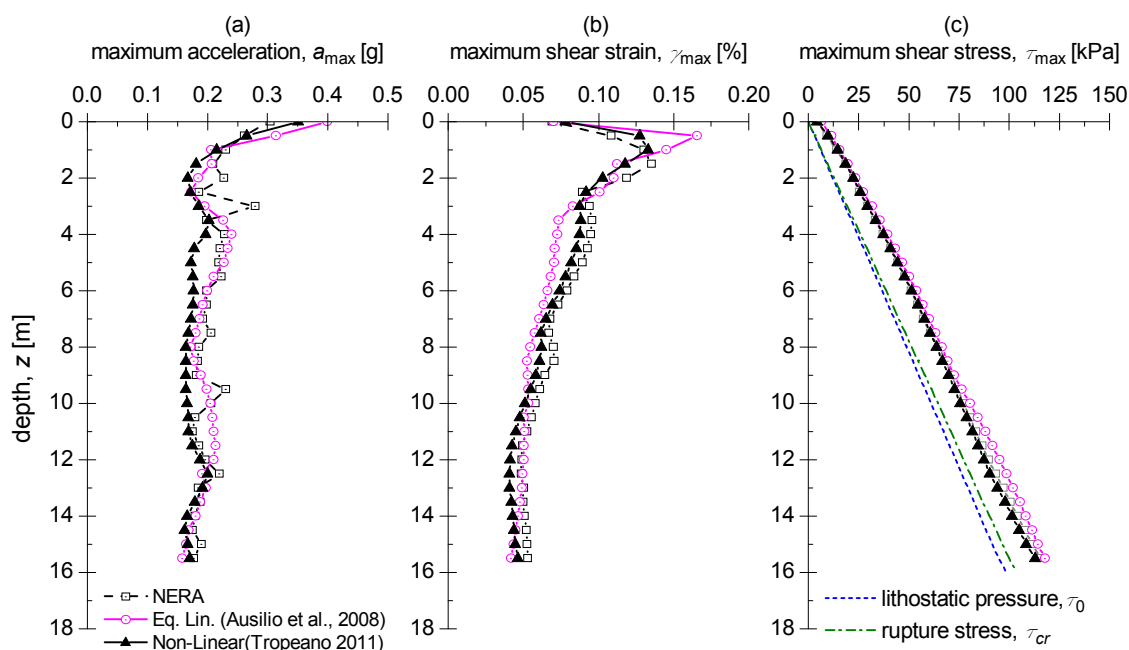


Figura 5: Analisi di risposta di sito 1D da analisi lineari equivalenti (Ausilio et al., 2008) e non lineari incrementali (NERA – questo studio) per il terreno NC: profili di accelerazione di picco (a) deformazione di taglio (b) e tensione tangenziale (c) massimi.

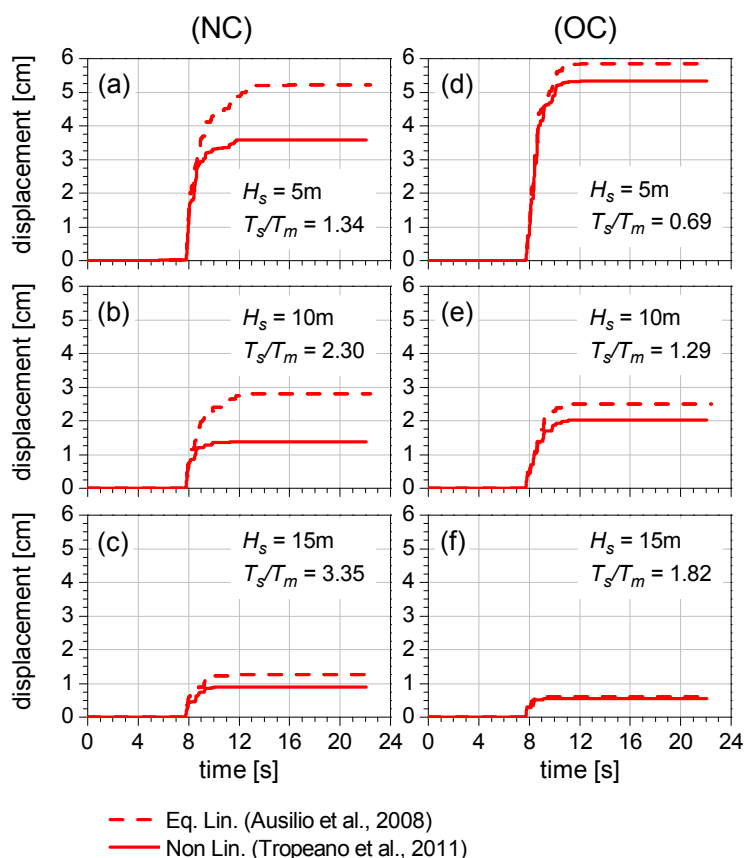


Figura 6: Confronto tra gli spostamenti cumulati con analisi lineare equivalente (Ausilio et al., 2008) e con analisi non lineari (Tropeano et al., 2011) al variare della profondità della superficie di scorrimento.

In generale, anche per il sottosuolo OC, le analisi non-lineari manifestano una minore amplificazione del moto in superficie rispetto alle analisi lineari–equivalenti

I confronti in termini di storia temporale degli spostamenti cumulati per entrambi i profili sono riportati in figura Figura 6, in cui si evidenzia come gli effetti della non linearità tendano a ridurre i valori dello spostamento cumulato in relazione alle caratteristiche di rigidità e deformabilità del terreno.

Individuazione della superficie di scorrimento

Per evidenziare la possibile variabilità dell'ubicazione della superficie di scorrimento critica, sono state effettuate alcune analisi considerando i terreni descritti nel paragrafo precedente, facendo variare le caratteristiche del moto del substrato di riferimento. Sono stati utilizzati dei segnali ottenuti a partire da leggi sinusoidali con ampiezza pari a $5a_y$, $10a_y$ e $20a_y$, frequenza compresa tra 0.5 e 5Hz e con un numero di cicli costante in cui il primo e l'ultimo ciclo sono stati modulati in ampiezza con due relazioni tipo sigmoide (p.es. nella Figura 7a si riporta il segnale ottenuto per sinusoidi con frequenza 1Hz).

Nella Figura 7 si riportano, a titolo di esempio, i risultati in termini di storie temporali dell'accelerazione alla profondità del piano di scorrimento (b) e in superficie (c) ottenuti per il sottosuolo NC. Nella stessa figura sono mostrati i profili istantanei di spostamento relativo al moto del *bedrock* della colonna di terreno indagata per 5 istanti di tempo che coprono un intervallo in cui si susseguono una fase di aderenza e di scorrimento in cui appare evidente la superficie di prima rottura individuata automaticamente dal codice alla profondità di 12m.

La scala degli spostamenti nella Figura 7d non consente di mostrare adeguatamente le deformazioni della colonna di terreno che assumono un ruolo importante nel calcolo dell'accelerazione alla superficie di scorrimento.

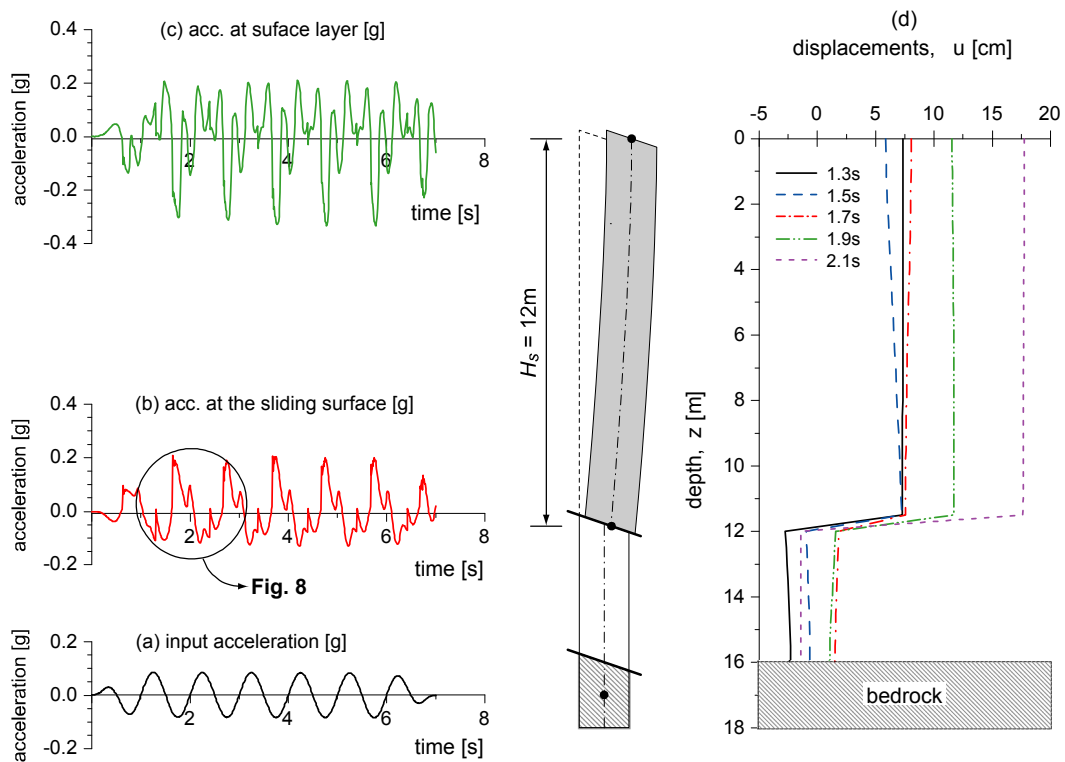


Figura 7. Esempio di risposta del profilo NC sottoposto ad un accelerogramma sintetico (a) con frequenza 1 Hz: storia temporale delle accelerazioni alla profondità della superficie di scorrimento (b), in superficie (c) e profili di spostamenti istantanei (d).

Nella Figura 8 è riportato il ciclo di isteresi relativo allo strato di terreno immediatamente sopra la superficie di prima rottura individuata. A partire dalla tensione litostatica iniziale, τ_0 , il terreno risponde all'azione dinamica con un percorso tensione-deformazione in accordo con i criteri di Masing fino al raggiungimento della tensione limite di rottura, τ_{cr} . La tensione critica, τ_{cr} , in mancanza di un modello che ne descriva il decadimento, si mantiene costante durante le successive fasi di scorrimento in cui il terreno della massa instabile subisce piccole deformazioni che corrispondono a valori più elevati di rigidezza.

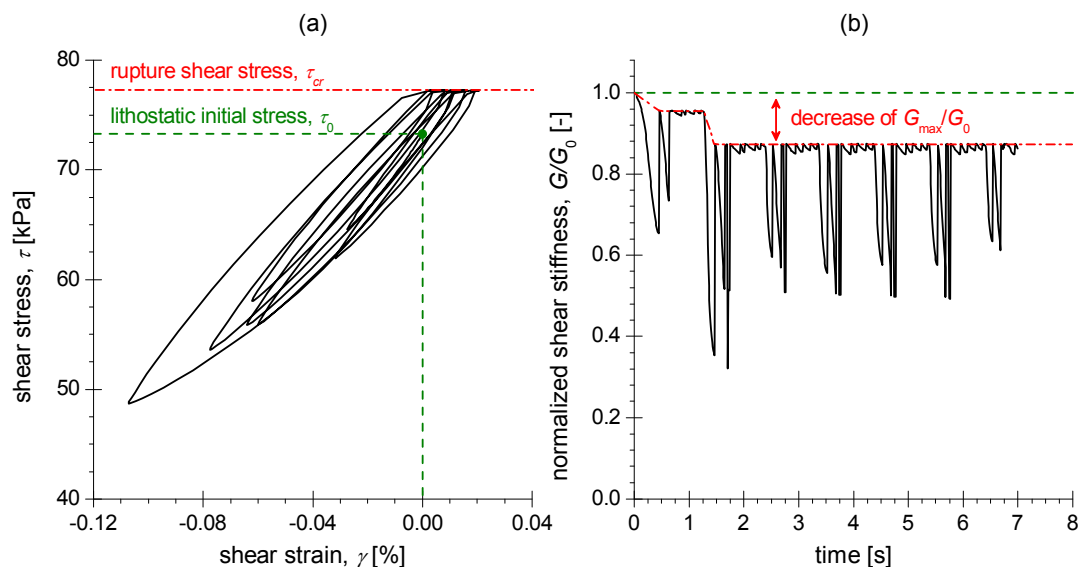


Figura 8. Esempio di ciclo isteretico (a) e storia temporale della rigidezza a taglio in corrispondenza della superficie di scorrimento di prima rottura per il profilo NC.

La storia temporale della rigidità a taglio, G , dello strato immediatamente a contatto con la superficie di scorrimento, normalizzato rispetto al valore di rigidità iniziale, G_0 , è riportata nella Figura 8b. Si noti che la formulazione di Phillips & Hashash (2009) introduce una riduzione della rigidità di circa il 13% che si mantiene costante al raggiungimento del valore massimo della deformazione di taglio.

La Figura 9 mostra la relazione tra la profondità della superficie di scorrimento di prima rottura, H_s , normalizzata rispetto alla profondità della formazione rocciosa di base, H_b , e il rapporto tra il periodo fondamentale della massa instabile, T_s , e quello del moto di input, T . I risultati numerici ottenuti, presentano una dispersione dovuta alla discretizzazione del profilo di terreno, tuttavia è possibile individuare una tendenza che è stata interpretata con una relazione di tipo sigmoide.

La posizione della superficie di scorrimento è stata valutata per entrambi i sottosuoli considerati in questo studio per valori del rapporto di accelerazione, a_y/a_{max} , pari a 0.05, 0.1 e 0.2. La superficie di scorrimento tende ad approfondirsi all'aumentare del rapporto di periodi fintanto che non si raggiunga la profondità del *bedrock*. A parità di rapporto di accelerazione, lo scorrimento è più in superficie all'aumentare della rigidità del terreno.

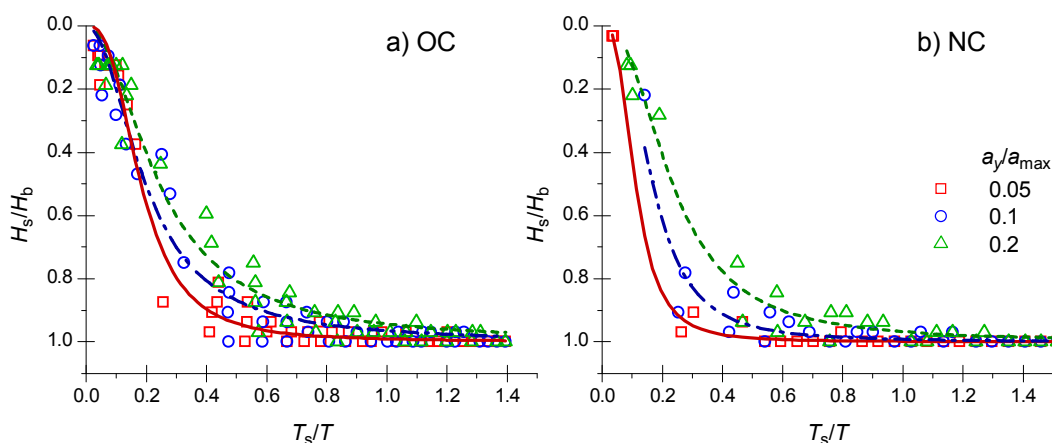


Figura 9. Andamento della profondità della superficie di scorrimento relative al bedrock, H_s/H_b , in funzione del rapporto tra i periodi al variare del rapporto di accelerazione per il sottosuolo OC (a) e NC(b).

Conclusioni

In questa nota è stata presentata l'evoluzione del codice di calcolo, ACST, che implementa un modello accoppiato non-lineare a masse concentrate per la valutazione della risposta di sito e il calcolo degli spostamenti cumulati per strutture geotecniche in cui il problema può essere assimilato ad uno schema monodimensionale (p.es. pendio infinito, scorrimento alla base di terrapieni). Per la modellazione del comportamento isteretico non lineare del terreno, è stata introdotta la recente formulazione proposta di Phillips & Hashash (2009) che considera un fattore di riduzione dei criteri di Masing generalizzati permettendo un migliore adattamento delle curve di scarico/ricarico ai dati sperimentali. È stata, inoltre, implementata una procedura per la rilevazione automatica della superficie di scorrimento, in corrispondenza al primo strato in cui si verifica per la prima volta il superamento della resistenza limite.

Il confronto con le analisi lineare equivalente indica che gli effetti non lineari sono significativi soprattutto negli strati più superficiali, dove l'ampiezza del moto può essere significativamente più bassa a causa delle maggiori deformazioni attinte nel terreno. La non linearità, inoltre, produce effetti rilevanti sull'entità degli spostamenti cumulati. Gli spostamenti ottenuti con l'analisi accoppiata non lineare sono stati confrontati con gli

spostamenti calcolati con analisi lineari equivalenti ottenuti in un precedente lavoro, dimostrando come il modello lineare equivalente può risultare significativamente conservativo, in particolare per i terreni meno rigidi e per scorrimenti che si sviluppano negli strati più superficiali.

Infine, i primi risultati delle analisi mostrano che la profondità in cui si attinge la superficie di prima rottura dipende in maniera marcata dal rapporto tra il periodo fondamentale del terreno, T_s , e quello del segnale, T . Per bassi valori del rapporto T_s/T , associati ad una risposta più rigida del terreno instabile, lo scorrimento si verifica negli strati più superficiali, mentre all'aumentare del rapporto, lo scorrimento di innesca in corrispondenza della profondità in cui si ha il maggior contrasto di impedenza ovvero, nei casi esaminati, all'interfaccia di *bedrock*-terreno.

Bibliografia

- Ausilio, E., Costanzo, A., Silvestri, F., Tropeano, G. (2008). *Prediction of seismic slope displacements by dynamic stick-slip analyses*. Proc. MERCEA'08, Reggio Calabria and Messina, Italy, July 8-11, 2008.
- Bardet, J. P., Tobita, T. (2001). *NERA a Computer Program for Nonlinear Earthquake site Response Analyses of Layered Soil Deposits*. Univ. of Southern California, Dep. of Civil Eng.
- Chang, S. Y. (2007). *Improved explicit method for structural dynamics*. Journal of Engineering Mechanics, 133 (7), 748-760.
- Konder, R. L., and Zelasko, J. S. (1963). *A Hyperbolic Stress-Strain Formulation for Sands*, Proceedings of the Second Pan American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, pp. 289-324.
- Newmark, N.W. (1965). *Effects of earthquakes on dams and embankments*. The V Rankine Lecture of the British Geotechnical Society, Géotechnique, 15 (2), 139-160.
- Phillips, C., Hashash, Y.M.A. (2009). *Damping formulation for non linear 1D site response analyses*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 29, 1143-1158.
- Rampello, S., Silvestri, F., Viggiani, G. (1994). *The dependence of small stress strain stiffness on stress state and history for fine grained soils: the example of Vallericca clay*. Proc. of Intern. Symp. On Pre-failure deformation of geomaterials, IS-Hokkaido, 1, 273-279, Balkema
- Rathje, E. M., Bray, J. D. (2000). *Nonlinear coupled seismic sliding analysis of earth structures*. J. Geotech. Geoenviron. Eng., 126 (11), 1002-1014.
- Roesset, J. (1977). *Soil amplification of earthquake*. In 'Numerical Methods in Geotechnical Engineering', Desai, christian. McGraw-Hill.
- Tropeano, G., Ausilio, E., and Costanzo, A. (2011). *Non-linear coupled approach for the evaluation of seismic slope displacements*. In Verdugo, R., editor, V International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering. Santiago (Chile), 10-13 January 2011.
- Vucetic, M., Dobry, R. (1991). *Effect of soil plasticity on cyclic response*. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 117, No.1, pp. 89-107.