



**AIDMI**

**ASSOCIAZIONE NAZIONALE  
DISEGNO DI MACCHINE**

**EVOLUZIONE DEL DISEGNO  
NELL'INTEGRAZIONE DELLE POLITICHE  
E DELLE METODOLOGIE INDUSTRIALI**

**ATTI**

**DEL**

**IX CONVEGNO  
NAZIONALE**

**CASERTA - AVERSA**

**27, 28, 29 SETTEMBRE 1995**

# APPLICAZIONE DELLA TECNICA TOMOGRAFICA NELLA SPERIMENTAZIONE MECCANICA : ELABORAZIONE E RAPPRESENTAZIONE 3D DEI RISULTATI

F.Bertolino, F.Ginesu, V.Savona

Dipartimento d'Ingegneria Meccanica  
Università di Cagliari  
Piazza D'Armi - 09123 Cagliari

## Riassunto

Vengono presentate alcune applicazioni della tomografia alla sperimentazione meccanica. Viene in particolare esaminato il valore dell'indice di rifrazione all'interno di una barretta di Pyrex. Si evidenzia come alcune tecniche di *volume rendering* agevolino l'interpretazione dei risultati.

## Abstract

Some applications of tomography to the experimental mechanics are shown. In particular the value of the refractive index inside a Pyrex bar is studied. The authors point out that the techniques, used for interpolation and 3D restitution inside the material volume, make easy the analysis of whole data.

## 1. INTRODUZIONE

Per l'analisi del danneggiamento subito da materiali compositi e da pannelli sandwich vengono utilizzate numerose tecniche non distruttive che vanno dalle radiografie a raggi X, agli ultrasuoni, alla microscopia ottica [1, 2]. In particolare la radiografia a raggi X con uso di penetrante permette, grazie all'utilizzo di pellicole radiografiche ad altissima risoluzione, di individuare modalità di danneggiamento caratteristiche, quali fratture nella matrice, rotture di fibre e delaminazioni. Le tecniche ad ultrasuoni consentono la localizzazione di tipici difetti interni dei materiali compositi quali vuoti e zone ad alta concentrazione di matrice. Mediante alcune tecniche ottiche quali l'interferometria olografica e l'interferometria moirè [3, 4] è inoltre possibile evidenziare le deformazioni ai bordi dei diversi strati di materiali in fibra di carbonio e matrice termoplastica. Queste tecniche non consentono però la localizzazione del danneggiamento all'interno del volume ed è questo il motivo che rende importante affrontare l'analisi e lo sviluppo di metodi di controllo basati sulla tomografia computerizzata (TC) [5-8].

La TC è stata introdotta nel 1971 come metodo di diagnosi medica di tipo radiologico ed agli inventori, Hounsfield e Cromack, nel 1979 fu conferito il premio Nobel per la medicina. Fino a pochi anni fa la TC è stata usata quasi esclusivamente in campo medico, benché possa essere facilmente adattata al controllo non distruttivo di componenti meccanici. Nella TC a raggi X, un sottile fascio di raggi attraversa una sezione dell'oggetto prima di essere registrata da un opportuno acquisitore. Se  $f(s)$  è il coefficiente di attenuazione del materiale nel punto  $s$ , allora un raggio X che attraversa una piccola distanza  $\Delta s$  nel punto  $s$  subisce la perdita d'intensità relativa:

$$\frac{\Delta I}{I} = f(s) * \Delta s \quad (1)$$

Se in un sistema di coordinate cilindriche localizziamo il raggio proiettante con l'angolo  $\theta_m$  e con la sua distanza minima dall'origine  $r_n$  e se con  $I_0$  ed  $I_1$  indichiamo rispettivamente l'intensità del fascio prima e dopo l'attraversamento dell'oggetto, allora possiamo scrivere:

$$p(\theta_m, r_n) = \ln\left(\frac{I_0}{I_1}\right) = \int_s [f(s) * ds] \quad (2)$$

La TC a raggi X consiste quindi nell'acquisizione, da diverse angolazioni, delle radiografie di un oggetto e nella ricostruzione della funzione attenuazione  $f$  al suo interno, strato dopo strato, attraverso l'inversione della trasformata di Radon (2). La TC può essere applicata ogni volta che si sottopone un oggetto a qualche forma di radiazione che si propaga al suo interno lungo linee rette. Viene usata con i raggi X, con i fasci di elettroni (microscopia elettronica per trasmissione), con la luce, il calore, i raggi gamma (PET: Positron Emission Tomography), gli ultrasuoni, etc. La tomografia ottica usa la luce come vettore d'informazione: una sua possibile applicazione nel settore meccanico è lo studio del tensore degli sforzi in un modello fotoelastico tridimensionale [9-11]. La tomografia interferometrica d'altra parte consente di studiare le variazioni subite da un parametro ottico all'interno di un oggetto semitrasparente [12, 13]: alla NASA per es. si sono ottenuti ottimi risultati nella misura del campo di densità intorno alla pala di un elicottero [14].

L'aspetto negativo degli scanners per la tomografia computerizzata è sempre stato la scarsa risoluzione spaziale. Le apparecchiature mediche generalmente consentono risoluzioni comprese tra 0.5 mm ed 1.0 mm: questi valori dipendono essenzialmente dalla necessità di limitare le radiazioni assorbite dai tessuti e dalla velocità di acquisizione che deve essere tale da limitare i rischi legati al movimento del paziente.

Nel controllo non-distruttivo dei materiali i limiti citati sono assenti, e ciò consente di spingere la risoluzione spaziale a valori estremamente interessanti, dell'ordine dei 50  $\mu\text{m}$ . [15] Ciò comporta la raccolta, l'elaborazione e l'analisi di grandi quantità di dati: a partire dalle informazioni relative ai vari strati del componente, un programma di visualizzazione deve essere in grado di ricomporre l'intero volume e di esaminarlo in modo esaustivo ed affidabile.

Nel presente lavoro si illustra una prova di tomografia interferometrica, dalla fase di acquisizione ed elaborazione delle immagini, alla descrizione degli algoritmi di ricostruzione tomografica e di visualizzazione dei risultati.

## 2. ALGORITMI PER LA TOMOGRAFIA COMPUTERIZZATA

Gli algoritmi per la ricostruzione tomografica possono essere divisi in tre categorie: quelli che si basano sul "*Fourier slice theorem*", il "*filtered back-projection*" (ancora oggi il più utilizzato grazie alla sua semplicità), e i metodi algebrici [5-8]. Per garantire un buon risultato, i primi due metodi richiedono un insieme completo di dati, fatto non sempre possibile nella pratica sperimentale in quanto considerazioni pratiche limitano il numero di "viste" (gruppo di raggi per un dato angolo di proiezione) dell'oggetto e/o il loro range angolare. Le tecniche di ricostruzione algebrica sono invece particolarmente adatte nei casi in cui l'insieme dei dati sia limitato [16, 17], anche perché consentono di sfruttare, nel processo di ricostruzione, un'eventuale conoscenza a priori del fenomeno fisico in esame. La sperimentazione numerica ha messo in evidenza che nella ricostruzione di funzioni continue si possono ottenere risultati soddisfacenti anche con solo 5 angoli di proiezione. Il primo passo consiste nel discretizzare la sezione su cui è definita la funzione da ricostruire. Per semplificare i calcoli e limitare l'occupazione di memoria, si è scelto un mesh strutturato di forma circolare, cioè deformazione di un mesh quadrato. Questa scelta è giustificata anche dal tipo di algoritmi di visualizzazione dei risultati, particolarmente efficienti quando operano su mesh strutturati. Il numero massimo di nodi è legato alla quantità d'informazione disponibile, pari al numero di proiezioni acquisite intorno ad uno strato. È possibile comunque utilizzare un mesh meno fitto e risolvere un problema ai minimi quadrati, con un numero di equazioni superiore al numero d'incognite. Il problema continuo viene quindi discretizzato usando, all'interno di ogni singolo quadrilatero del mesh, delle funzioni polinomiali interpolanti (vedi il metodo degli Elementi Finiti). La trasformata di Radon assume quindi la forma algebrica:

$$[A]_{n \times m} * \{f\}_m = \{p\}_n \quad (3)$$

in cui  $[A]$  prende il nome di matrice di proiezione, il vettore dei termini noti  $\{p\}$  contiene gli  $n$  valori proiettati ed il vettore  $\{f\}$  rappresenta la funzione incognita negli  $m$  nodi del mesh. La matrice di proiezione  $[A]$ , pur avendo dimensioni considerevoli, è molto sparsa perché ogni raggio fa intervenire una piccola porzione dell'oggetto. Per questo motivo, per la soluzione del sistema (3) non si usa la fattorizzazione di Gauss, che comporta il riempimento della matrice stessa, ma si preferiscono le tecniche iterative, quali il metodo del Gradiente Coniugato, nelle quali  $[A]$  non subisce alcuna manipolazione, ma viene semplicemente moltiplicata per un vettore. Essa viene calcolata una sola volta, indipendentemente sia dallo strato che si vuole ricostruire che dal materiale. Poiché il sistema lineare (3) è singolare, la sua soluzione non è banale ed in letteratura sono state proposte diverse tecniche [5-8]. In ogni caso durante la sua soluzione è bene vincolare la funzione  $\{f\}$  per garantire valori fisicamente significativi. Per il calcolo dei coefficienti della matrice  $[A]$  si immagini di isolare un elemento del mesh. Un raggio taglia i suoi confini in due punti distanti  $\Delta s$ , e durante

l'attraversamento la sua energia subisce un'attenuazione indicata dall'eq. (2). La funzione incognita all'interno del quadrilatero può essere espressa come:

$$f(s) = \sum_{i=1}^4 N_i * f_i \quad (4)$$

Sostituendo la (4) nella (2) abbiamo:

$$p(\theta, r) = \int_s f(s) * ds = \int_s \left[ \sum_{i=1}^4 N_i(s) * f_i \right] * ds = \sum_{i=1}^4 \left\{ \left[ \int_s N_i(s) * ds \right] * f_i \right\} = \sum_{i=1}^4 \{ a_i * f_i \}$$

in cui

$$a_i = \int_s N_i(s) * ds \quad (5)$$

I coefficienti  $a_i$  si ottengono integrando l'eq.(5) in due punti con il metodo di Gauss. Lo studio di un certo numero di algoritmi algebrici, ha messo in evidenza che per le immagini di nostro interesse, la tecnica GH-MART (Gordon ed Herman-Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) fornisce i risultati migliori [18]. Il primo passo consiste nel calcolare una soluzione di tentativo  $\hat{f}$  per es. con una tecnica di back-projection semplificata: le proiezioni  $p(\theta, r)$  vengono ridistribuite in modo uniforme sui nodi del mesh e sommate, prima di essere normalizzate. Quest'ultima operazione consiste nel rimappare le soluzioni di tentativo  $\hat{f}$  in modo tale che i valori estremi della loro proiezione (calcolata usando l'eq.(3)) coincida con i valori estremi delle proiezioni reali  $p(\theta, r)$ . Alla q-esima iterazione si calcola una nuova stima del vettore soluzione  $\hat{f}$ , moltiplicando la vecchia stima per un vettore di correzione r:

$$\hat{f}_j^q = r_j^{q-1} * \hat{f}_j^{q-1} \quad j=1, \dots, m \quad (6)$$

Se  $a_{ij}$  indica un coefficiente della matrice [A], se  $\hat{v}_i = \langle a_i, \hat{f}^{q-1} \rangle$  indica una stima del valore proiettato, prodotto della i-esima riga della matrice [A] per la stima della soluzione  $\hat{f}$  al passo (q-1), se  $p_i$  indica la proiezione misurata, allora in base all'algoritmo GH-MART il vettore di correzione vale:

$$r_j^{q-1} = 1 - \lambda * \frac{a_{i,j}}{\|A\|_\infty} * \left( 1 - \frac{p_i}{\hat{v}_i} \right) \quad \text{se } \hat{v}_i \neq 0 \quad \text{e} \quad a_{i,j} \neq 0 \quad (7)$$

altrimenti  $r_j^{q-1} = 1.$

$\lambda$  è un parametro di rilassamento ( $\lambda=0.001+0.1$ ) e  $\|A\|_\infty$  è la norma infinito della matrice [A]. Poiché tra uno strato ed il successivo normalmente le differenze sono minime, nel processo di ricostruzione tomografica all'interno di strati successivi al primo, si può ottenere un'accelerazione della convergenza se come primo vettore di tentativo si sceglie la soluzione relativa allo strato precedente.

### 3. TEST NUMERICO

In una prima fase, gli algoritmi di ricostruzione tomografica sono stati provati su dati sintetici costituiti da funzioni continue che vengono abitualmente utilizzate in letteratura [7, 18, 19]; quindi si è affrontata una prima fase sperimentale che ha permesso di analizzare tutto il processo di acquisizione, elaborazione e visualizzazione dei risultati.

Si è qui proceduto a un test preliminare che consentisse una verifica degli algoritmi di ricostruzione tomografica. Si è presa in esame l'immagine della sezione di un componente in materiale composito ripreso al microscopio metallografico. Il materiale

era costituito da alcuni strati di fibre di carbonio annegate in una resina epossidica. Nella fig. 1 viene riportato un ingrandimento dell'immagine reale. Le ellissi di colore chiaro rappresentano le sezioni delle fibre. La forma ellittica è dovuta all'orientazione di 45° delle fibre. La matrice risulta invece di colore scuro. Tale ingrandimento è stato quindi digitalizzato e mediante un semplice codice di calcolo sono state calcolate 30 proiezioni equispaziate lungo l'arco di 180° che simulano altrettante radiografie. Partendo quindi da tali proiezioni si è applicata la procedura di ricostruzione tomografica, oggetto di questo lavoro, che ha portato all'immagine di fig. 2.



Fig. 1: Sezione trasversale del provino.

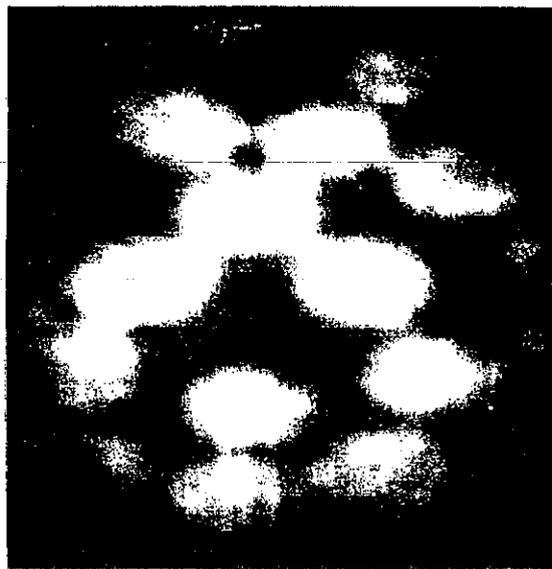


Fig. 2: Ricostruzione della sezione

E' evidente dal confronto con l'originale la buona convergenza dei dati. Si vuole qui evidenziare la gran mole di dati necessaria per ottenere una buona risoluzione. La dimensione maggiore delle fibre in figura è di circa 10  $\mu\text{m}$ . Se si prende in esame un provino avente sezione di 10x10 mm e si intende risolvere in modo inequivocabile la forma della fibre è necessario predisporre un mesh di almeno 2000x2000 nodi. Ciò significa che è necessario acquisire un numero pari di dati di proiezione. Si deve quindi disporre di un acquirente ad alta risoluzione e di un computer capace di trattare i 4.000.000 di dati corrispondenti a una sola sezione del provino da esaminare. In queste circostanze risulta preferibile utilizzare l'algoritmo "*filtered back-projection*" in quanto la matrice di proiezione [A] necessaria negli algoritmi algebrici risulta di difficile determinazione.

#### 4. DESCRIZIONE DELLA PROVA

La prova è consistita nella misura dell'indice di rifrazione all'interno di una provetta di Pyrex [13, 20, 21]. Un raggio laser (He-Ne  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ) è diviso in due grazie ad un beam splitter ed i due fasci sono filtrati, espansi e resi piani. Il primo, diretto sulla pellicola olografica, prende il nome di fascio di riferimento, e sul suo percorso si è posto uno specchio guidato da un trasduttore piezoelettrico; il secondo, detto fascio oggetto, passa attraverso una vaschetta di vetro trattata otticamente e riempita con

glicerina il cui indice di rifrazione è pari a circa 1.47. Realizzato l'ologramma della vaschetta, in questa viene immersa una barra di Pyrex a sezione circolare piena del diametro di 5 mm, avente indice di rifrazione nominale pari a circa 1.46+1.47. L'interferenza dell'ologramma precedentemente registrato con questa nuova disposizione dà origine ad un quadro di frange che rappresentano il ritardo subito dalla luce nell'attraversare l'oggetto in esame. La Fig.3 mostra il dispositivo sperimentale che consente di ottenere gli interferogrammi in tempo reale. Un raggio luminoso che passa attraverso il Pyrex arriva sfasato rispetto ad un raggio che ha seguito un percorso alternativo, della stessa lunghezza, attraverso la glicerina. Se la differenza di fase  $\phi$  è multiplo della semilunghezza d'onda della luce, risulta un'interferenza distruttiva, e ciò produce una frangia scura; viceversa se la differenza di fase è multiplo dell'intera lunghezza d'onda della luce, l'interferenza è positiva e ciò produce una frangia chiara. Un raggio luminoso che passa attraverso il Pyrex arriva sfasato rispetto ad un raggio che ha seguito un percorso alternativo, della stessa lunghezza, attraverso la glicerina. Se la differenza di fase  $\phi$  è multiplo della semilunghezza d'onda della luce, risulta un'interferenza distruttiva, e ciò produce una frangia scura; viceversa se la differenza di fase è multiplo dell'intera lunghezza d'onda della luce, l'interferenza è positiva e ciò produce una frangia chiara.

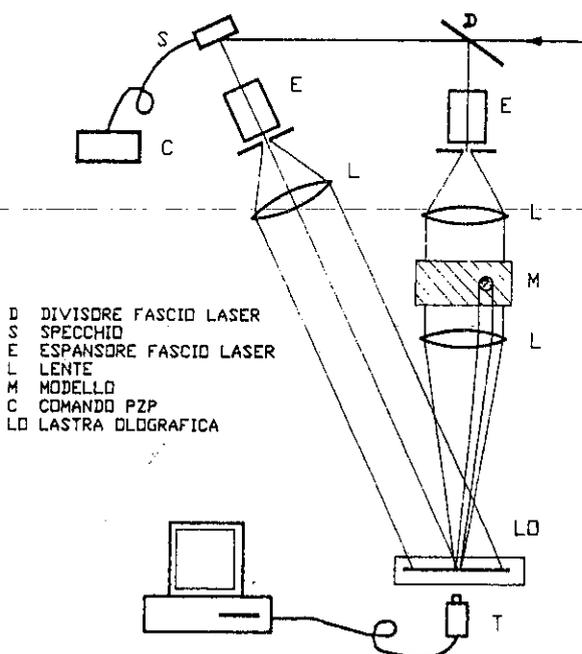


Fig.3: Dispositivo sperimentale

La  $\phi$  è legata all'indice di rifrazione  $n$  all'interno dell'oggetto dalla seguente equazione:

$$\phi(\theta, r) = \int [n(x, y, z) - n_0] * ds \quad (8)$$

L'indice di rifrazione  $n_0$  deve essere conosciuto e il suo valore deve essere indipendente dal punto  $(x, y, z)$ . L'eq.(8) non è altro che la trasformata di Radon dell'indice di rifrazione relativo  $\Delta n$  all'interno del volume. La scelta della glicerina e le dimensioni del corpo immerso e della vaschetta, sono state guidate dalla necessità di limitare il numero di frange risultanti negli interferogrammi, sia in virtù di una loro migliore leggibilità, sia con riguardo al trattamento numerico delle stesse in fase di ricostruzione. In relazione a questo ultimo punto bisogna tener presente che l'implementazione attuale del programma prevede raggi paralleli e ciò a rigore non si verifica nella nostra prova proprio per la presenza di diversi indici di rifrazione [22]. La generalizzazione del codice per considerare questo aspetto sarà affrontata in un secondo momento.

Per passare dalla distribuzione d'intensità luminose rappresentate da un quadro di frange alla differenza di cammino ottico, abbiamo adottato la tecnica del phase shifting [23, 24]. Per ciascun angolo di proiezione  $\theta$ , una telecamera CCD dotata di 512x480 pixels, acquisisce un insieme di quadri di frange, opportunamente sfasati grazie ad un trasduttore piezoelettrico che sposta uno specchietto posto sul cammino del fascio di

riferimento. Le immagini vengono quindi acquisite, digitalizzate ed analizzate direttamente da un PC 486 su cui sono state installate le opportune schede di controllo. Un esame critico dei numerosi algoritmi di analisi automatica di quadri di frange ha suggerito la scelta dell'algoritmo a 4 immagini sfasate di  $90^\circ$ . Un aumento del numero di immagini non porta a nessun miglioramento sostanziale, a fronte di una maggiore occupazione di memoria ed a tempi di acquisizione ed elaborazione più lunghi. D'altra parte le tecniche che si basano sulla trasformata di Fourier [25], se da un lato richiedono una sola immagine, non sono però precise come il phase shifting e comportano l'intervento dell'operatore in fase di elaborazione per la scelta della frequenza portante e dei filtri più opportuni.

Calcolata la fase, si ruota il provino di un certo angolo e si ripete l'operazione di acquisizione ed elaborazione. In questa prima prova si sono acquisite 12 immagini di fase su  $180^\circ$  di rotazione complessiva, con incrementi angolari pari a  $15^\circ$ . Ogni immagine di fase comporta un'occupazione di memoria di poco inferiore ad 1Mb ( $512 \times 480 \times 4$  bytes): in questo caso sono stati acquisiti ed elaborati circa 12Mb. A partire da queste immagini è possibile, piano dopo piano, ricostruire la funzione indice di rifrazione all'interno del volume. Poiché per ogni strato sono disponibili  $512 \times 12 = 6144$  valori di fase, l'algoritmo di ricostruzione tomografica ha potuto operare su un mesh costituito da  $64 \times 96$  nodi.

## 5. ALGORITMI DI VISUALIZZAZIONE

Il risultato delle elaborazioni precedentemente descritte è un mesh costituito spesso da un notevole numero di nodi sui quali è definito il valore della funzione. Nella trattazione di un insieme di dati di volume è necessario considerare quattro aspetti fondamentali [26-28]: l'estensione spaziale associata al generico dato, la struttura geometrica dell'insieme di dati, lo schema di rappresentazione interna e la tecnica di visualizzazione.

Per ciò che riguarda il primo punto, due sono le scelte possibili: un insieme di dati di volume *cell based* oppure *voxel based*. In base alla prima scelta, in ogni punto del volume la funzione in esame assume un valore estrapolato dai suoi valori nodali noti grazie all'uso di opportune funzioni polinomiali. La filosofia *voxel based* considera l'informazione costante nell'intorno di ogni nodo, in una regione però non necessariamente cubica. Nel nostro caso la scelta del metodo *cell based* è stata conseguenza naturale dell'uso degli algoritmi algebrici nel processo di ricostruzione tomografica.

Ai fini della visualizzazione, la struttura geometrica dell'insieme di dati è un parametro fondamentale: il nostro codice utilizza un mesh strutturato di forma circolare per ogni strato dell'oggetto e ciò consente di poter individuare agevolmente, per ogni punto dello spazio di interesse, i nodi del mesh che insistono su quel punto. Nella versione attuale del programma, poiché il mesh è identico strato dopo strato, la struttura dei dati è unica, il che permette di risparmiare una certa quantità di memoria. Si pensa di modificare presto il codice per consentire al mesh di adattarsi ai valori della funzione, addensando i propri nodi nelle regioni più ricche d'informazione, senza peraltro aumentarne il numero.

Per ciò che riguarda lo schema di rappresentazione interna, il programma è ancora in piena evoluzione e per il momento è in grado di gestire solo una lunga lista di elementi di volume a 8 nodi. Per limitare i tempi di elaborazione in fase di visualizzazione, si prevede la realizzazione di un modello a macroelementi, caratterizzati da una qualche forma di coerenza spaziale. In effetti con la TC capita spesso di ricostruire volumi all'interno dei quali alcune zone sono ricche d'informazione mentre altre ne sono totalmente prive: è quindi inutile conservare una forte risoluzione su tutto il volume, ma una fase di preanalisi dovrebbe essere in grado di creare dei macroelementi nelle

zone prive o quasi d'interesse. In questo senso il ricorso a rappresentazioni mediante *octree* può condurre a soluzioni più compatte.

Tra le tecniche di visualizzazione è importante distinguere tra quelle che conducono alla ricostruzione di superfici all'interno del volume (isosuperfici e sezioni) e quelle di visualizzazione diretta. Nell'implementazione attuale il programma consente di visualizzare l'intero volume (Fig.4) o una sua parte (Fig.5): applicando una soglia alla funzione vengono rappresentati solo gli elementi i cui valori nodali rientrano nei valori limite. In quest'ultimo caso la superficie in vista è una isosuperficie sulla quale la funzione assume valore costante. E' inoltre possibile visualizzare ogni singolo strato sia in 2D (nella Fig. 6 i colori rappresentano i valori della funzione) che in 3D (nella Fig.7 la coordinata z rappresenta il valore della funzione).

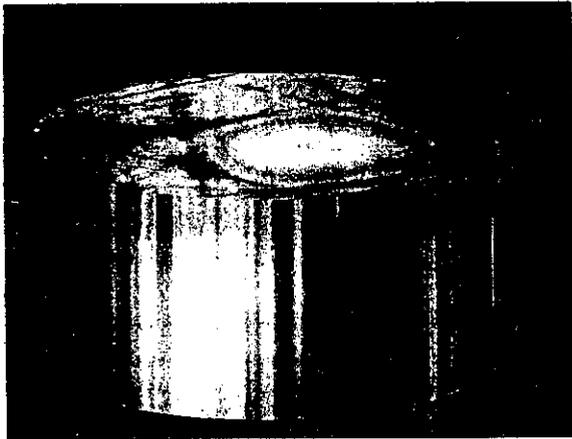


Fig.4: Ricostruzione del volume

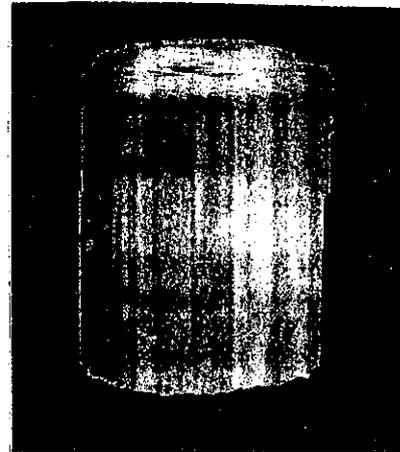


Fig.5: La provetta di Pyrex

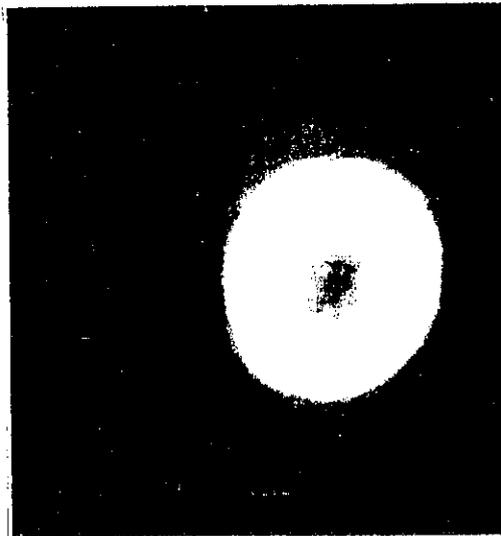


Fig.6: Rappresentazione in isocolori della funzione  $n$  su uno strato.

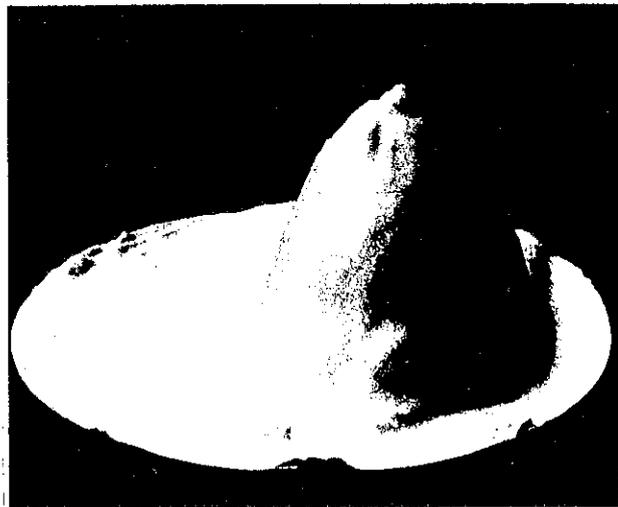


Fig.7: Rappresentazione in 3D della funzione  $n$  su uno strato.

In quest'ultimo caso l'uso di tecniche shading e la possibilità di spostare il punto d'illuminazione e di vista può rendere più chiara l'interpretazione dei risultati. In una futura versione per la costruzione e rappresentazione di isosuperfici intendiamo ricorrere all'algoritmo *marching cubes* [29], particolarmente adatto in modelli *cell-based*. Per ciò che riguarda invece la visualizzazione diretta dell'intero volume si pensa alle tecniche di *ray casting*.

## CONCLUSIONI

L'analisi tomografica del campione esaminato ha prodotto dei risultati soddisfacenti. L'indice di rifrazione all'interno del volume viene descritto in modo dettagliato e puntuale. Grazie agli algoritmi di rappresentazione usati l'operatore è in grado di analizzare sezione per sezione il campione o di individuare dei volumi che presentino un uguale valore della funzione. Come evidenziato sopra il problema più importante da risolvere in queste tecniche è la gestione dei dati che risulta sempre particolarmente gravosa. Il volume dei dati da trattare è direttamente proporzionale al numero di elementi di volume usati. Nel prosieguo del presente lavoro l'utilizzo di strategie di restituzione volumetrica più sensibili alla densità e al gradiente della funzione consentiranno, attraverso un adattamento intelligente del mesh, di ottenere ricostruzioni più veloci e precise.

Le analisi condotte precedentemente su dati sintetici e queste prove fatte con applicazioni di tomografia interferometrica hanno permesso una messa a punto delle diverse problematiche di questo tipo di analisi. Lasciando ad altra sede la discussione sulla parte sperimentale dell'interferometria olografica si evidenzia che si sono messe a punto sia le procedure di registrazione del singolo ologramma che quelle di ricostruzione del volume attraverso l'uso di algoritmi tomografici.

Si è infine fatto ricorso ad algoritmi di rappresentazione 3D per una restituzione dei dati e va evidenziato come questi algoritmi non risultino secondari nell'analisi del dato. Consentono infatti in modo agile ed efficace di evidenziare eventuali zone anomale o aventi un particolare valore della funzione in esame. Nel nostro caso era evidente un valore molto più alto nella zona centrale frutto del processo di fabbricazione di estrusione delle barrette. Non è stato peraltro rilevata nessun'altra anomalia.

## Bibliografia

- [1] Kobayashi A.S. (Editor), *Handbook of Experimental Mechanics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, pp.314-387, 1987.
- [2] Summerscales J. (Editor), *Non-destructive testing of fibre-reinforced plastics composites*, Elsevier Applied Science, London and New York, 1990.
- [3] Post D., Moiré Interferometry for Composites; Chap.IV, *SEM Manual on Experimental Methods for Mechanical Testing of Composites*, M.E.Tuttle and R.L.Pendleton, Editors, SEM, BETHEL, CT, 1989.
- [4] Bertolino F., Ginesu F., Chen J., Experimental Characterization and Analysis of Angle-ply Composite Laminates, *Proceedings of the 1994 SEM Spring Conference and Exhibits*, 1994, Baltimore (Ma) pp.828-835.
- [5] Hall E.L.: *Computer Image Processing and Recognition*, Computer Science and Applied Mathematics, Academic Press, 1979.
- [6] Natterer F. (Editor), *Mathematical Aspects of Computerized Tomography*, Proceedings 1980, Lecture Notes in Medical Informatics, Springer-Verlag, 1981.
- [7] Rosenfeld A., Kak A.C., *Digital Picture Processing*, Computer Science and Applied Mathematics, Academic Press, 1982.
- [8] Natterer F., *The Mathematics of Computerized Tomography*, John Wiley & Sons Ltd. and B.G.Teubner, Stuttgart, 1989.
- [9] Aben H., *Integrated photoelasticity*, McGraw-Hill, New York, 1979.
- [10] Aben H., Idnurm S., Josepson J., Kell K.J., Puro A., Optical Tomography of the Stress Tensor Field, *SPIE Vol.1843, Analytical Methods for Optical Tomography*, pp.220-229, 1991.
- [11] Wen-Hau Zhu, Holographic tomography in three-dimensional photoelasticity within the Born approximation, *J.O.S.A. A/Vol.9, No.11/pp.1964-1968*, 1992.
- [12] P. J. Bryanston-Cross: "High Speed Flow Visualization", *Prog. Aerospace Sci. Vol. 23*, pp.85-104, 1986.
- [13] Snyder R., Hesselink L., High speed optical tomography for flow visualization, *Applied Optics/Vol.24, No.23/pp.4046-4051*, 1985.
- [14] Hesselink L., Quantitative three-dimensional flow visualization, *Third Symposium on Flow Visualization*, Ann Arbor, Michigan pp.375-380, Sept.1983.
- [15] Seguin F.H., Burstein P., Bjorkholm P.J., Homburger F., Adams R.A., X-ray computed tomography with 50- $\mu$ m resolution, *Applied Optics/Vol.24, No.23/ pp.4117-4123*, 1985.
- [16] Gordon R., A Tutorial on ART (Algebraic Reconstruction Techniques), *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol.NS-21, pp.78-93, June 1974.
- [17] Rangayyan R.M., Dhawan A.P., Gordon R., Algorithms for limited-view computed tomography: an annotated bibliography and a challenge, *Applied Optics/Vol.24, No.23/ pp.4000-4012*, 1985.
- [18] Verhoeven D., Multiplicative algebraic computed tomographic algorithms for the reconstruction of multidirectional interferometric data, *Optical Engineering/ Vol.32 No.2*, pp. 410-419, 1993.
- [19] Savona V., Bertolino F., Utilizzo di algoritmi algebrici per l'applicazione della tomografia ai controlli non distruttivi, *Atti della Giornata di Studio MIS-MAC III: Metodi di Sperimentazione nelle Macchine*, pp.89-99, Cagliari, 1994.
- [20] Vest C.M., *Holographic Interferometry*, J.Wiley & Sons, New York, 1979.
- [21] Tan H., Modarress D., Algebraic reconstruction technique code for tomographic interferometry, *Optical Engineering / Vol.24 No.3*, pp. 435-440, 1985.
- [22] Vest C.M., Tomography for properties of materials that bend rays: a tutorial, *Applied Optics/Vol.24, No.23/pp.4089-4094*, 1 Dec.1985.

- [23] Robinson D.W., Reid G.T. (Editors), *Interferogram Analysis: Digital Fringe Pattern Measurement Techniques*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1993.
- [24] Bertolino F., Ginesu F., Fringe Analysis Procedures for the Structural Characterization of Composite Materials; *Proceedings of 2nd International Seminar on Experimental Techniques and Design in Composite Materials*, Sheffield, UK, Sept. 1994.
- [25] Takeda M., Ina H., Kobayashi S., Fourier-Transform Method of Fringe-Pattern Analysis for Computer-Based Topography and Interferometry; *J.O.S.A.* Vol.72, No.1, 1982.
- [26] Foley J.D., van Dam A., Feiner S.K., Hughes J.F., *Computer Graphics: Principles and Practice*, Addison-Wesley 1990.
- [27] Wilhelms J., Decisions in volume rendering. In State of the Art in Volume Visualizzazione - *ACM SIGGRAPH '91 Course Note No.8*, pp.1-11, July 1991.
- [28] Hohne K.H., Fuchs H., Pizer S.M. (Editors), *3D Imaging in Medicine: Algorithms, Systems, Applications*. NATO ASI Series, Springer-Verlag, 1990.
- [29] Lorensen W.E., Cline H.E., Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm, *Computer graphics (Proc. Siggraph)*, Vol.21, No.4, pp.163-169, Aug.1987.