



Associazione Italiana per
l'Analisi delle Sollecitazioni

ESTRATTO

**Atti
del
XXIV Convegno Nazionale**



Dipartimento di Ingegneria Industriale
Università degli Studi di Parma
27-30 Settembre 1995

XXIV CONVEGNO NAZIONALE DELL'ASSOCIAZIONE ITALIANA
PER L'ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI
Parma 27 - 30 settembre 1995

**MESSA A PUNTO DI UNA TECNICA DI TOMOGRAFIA
INTERFEROMETRICA**

F. Bertolino, F. Ginesu, V. Savona

Dipartimento d'Ingegneria Meccanica
Università di Cagliari
Piazza D'Armi - 09123 Cagliari

PAROLE CHIAVE: Tomografia ottica, Interferometria, Phase Shifting,
Elaborazione d'immagini, Controlli non distruttivi

SOMMARIO

Mediante la tecnica di ricostruzione tomografica si è misurato l'indice di rifrazione all'interno di una barretta di Pyrex. La misura è stata fatta utilizzando l'interferometria olografica in tempo reale. Si è rilevata con tale tecnica la differenza di cammino ottico fra lo spessore della barretta e un liquido, la glicerina, avente indice di rifrazione noto e molto simile al campione. Sono stati realizzati dodici interferogrammi secondo diverse angolazioni e a partire da questi si è ricostruita la distribuzione dell'indice di rifrazione all'interno del volume.

ABSTRACT

By means of tomographic reconstruction the refractive index in one Pyrex sample has been studied. Measurement has been made by holographic interferometry in real time. The difference on optical path between the sample and a liquid having well known characteristics has been outlined. Twelve interferograms have been achieved using different angular directions of object beam. By these holograms the refractive index inside the volume has been reconstructed.

1. INTRODUZIONE

Nel presente articolo si descrive una tecnica di tomografia interferometrica, appartenente alla più vasta famiglia dei problemi inversi, per il controllo non distruttivo di oggetti semitrasparenti.

Per simulare la propagazione della luce all'interno di un oggetto semitrasparente sono ancora necessarie delle semplificazioni tali da rendere spesso i modelli matematici poco realistici. Per risolvere tale problema sono state proposte due metodologie [1,2]: alcuni autori affrontano il cosiddetto *problema in avanti*, che consiste nel descrivere dettagliatamente la geometria sperimentale, la fonte ed il recettore luminoso, nell'ipotizzare le proprietà ottiche del mezzo e nel risolvere numericamente (per esempio con il metodo delle differenze finite) le equazioni di Maxwell o una loro forma semplificata (per esempio l'equazione di diffusione) per predire le misure del recettore e in base ai valori misurati, in un processo di feedback, correggere le proprietà ottiche del mezzo; altri autori affrontano la questione risolvendo il *problema inverso*, cioè acquisite una serie di misure integrali sul confine dell'oggetto e dato un insieme limitato di parametri che descrivono il mezzo e l'esperimento, calcolano i parametri ottici incogniti.

Il termine "tomografia" deriva dalla parola greca *tomos* che significa sezione. Sebbene la tomografia computerizzata (TC) sia una tecnica relativamente giovane, gli strumenti matematici fondamentali per la sua soluzione furono sviluppati fin dal 1917, grazie al lavoro del matematico austriaco Johann Radon [3-4]. Egli dimostrò che una funzione matematica definita in un dominio tridimensionale può essere determinata a partire dai suoi integrali di linea definiti sui confini del dominio stesso.

Agli inizi degli anni '70 la TC fu introdotta nella diagnosi radiologica, e da allora ne sono state proposte molte altre applicazioni. La TC a raggi X consiste nella ricostruzione di una sezione dell'oggetto a partire dalle sue radiografie acquisite da diversi angoli. Una sezione trasversale del corpo umano è attraversata da un sottile fascio di raggi la cui perdita di intensità è registrata ed elaborata. Se con $f(s)$ si indica il coefficiente di attenuazione del tessuto nel punto s individuato in un sistema di coordinate cilindriche dall'angolo θ_m e dalla distanza minima dall'origine r_m , allora un raggio X che attraversa una piccola distanza Δs nel punto s subisce la perdita d'intensità relativa:

$$\frac{\Delta I}{I} = f(s) \cdot \Delta s \quad (1)$$

Se con I_0 ed I_1 indichiamo rispettivamente l'intensità del fascio prima e dopo l'attraversamento dell'oggetto, possiamo scrivere:

$$P(\theta_m, r_m) = \ln \left(\frac{I_0}{I_1} \right) = \int [f(s) \cdot ds] \quad (2)$$

La funzione $P(\theta, r)$ prende il nome di trasformata di Radon e il problema della ricostruzione tomografica consiste nella sua inversione. Il processo di scansione fornisce il valore dell'integrale di linea della funzione f lungo ognuno dei raggi proiettanti e a partire dai termini noti, la soluzione dell'eq.(2) fornisce i valori della funzione all'interno del volume.

Da ciò che è stato detto è chiaro che la TC può essere applicata ogni volta che si sottopone un oggetto a qualche forma di radiazione che si propaga al suo interno lungo linee rette. I modi di acquisire le informazioni (per trasmissione, per emissione o per riflessione), caratterizzano diversi tipi di tecniche ricostruttive. Il metodo per trasmissione dipende da quanta energia viene trasmessa e da quanta viene assorbita dall'oggetto: viene usato con i raggi X, con i fasci di elettroni (microscopia elettronica per trasmissione), con la luce o il calore. Con la tecnica PET (Positron Emission Tomography) si utilizza l'emissione di energia: la disintegrazione di un positrone dà luogo alla emissione di due raggi gamma in direzioni opposte ed il tempo necessario ai

due raggi per raggiungere gli strumenti di registrazione può essere usato per localizzare la posizione di disintegrazione. Anche la riflessione dell'energia può essere usata per determinare le caratteristiche superficiali dell'oggetto usando per esempio la luce, fasci di elettroni o gli ultrasuoni.

Un'altra possibile applicazione della tomografia è la fotoelasticità tridimensionale [5-7]. La determinazione del campo di sforzi in un volume nel quale gli sforzi principali variano sia in direzione che ampiezza comporta la realizzazione di diversi modelli e il ricorso alla tecnica di freezing. Da un punto di vista fisico, la fotoelasticità può essere interpretata come un problema di diffusione elettromagnetica: la sua soluzione con una tecnica inversa passa attraverso la ricostruzione delle variazioni delle proprietà ottiche del mezzo provocate dagli sforzi. Rispetto alla classica tomografia a raggi X, il problema è complicato dal fatto che in ogni punto del volume si deve calcolare il tensore degli sforzi e non uno scalare. Poiché i dati a disposizione non sono sufficienti per risolvere il problema, è necessario usare le condizioni di equilibrio, il che complica notevolmente la soluzione numerica.

Un altro campo di applicazione della tomografia interferometrica è la misura di parametri fluidodinamici [8]: alla NASA si sono ottenuti risultati molto interessanti nella misura del campo di densità intorno alla pala di un elicottero [9]. Il ritardo di fase che subisce un raggio che attraversa un fluido produce delle frange d'interferenza [10]. Si ipotizza che le variazioni dell'indice di rifrazione non siano tali da provocare consistenti flessioni del raggio [2], e ciò è attendibile quando le variazioni della densità del fluido lungo il percorso del raggio luminoso sono di piccola entità. Consideriamo un fascio di luce parallelo che attraversa l'oggetto. La velocità della luce può essere più o meno grande a seconda della natura del mezzo attraversato. Se con c e v indichiamo rispettivamente la velocità della luce nel vuoto e nel mezzo, il loro rapporto n è conosciuto come indice di rifrazione assoluto.

Un raggio luminoso che passa attraverso un fluido, poiché non viaggia a velocità costante, arriva sfasato rispetto ad un raggio che ha seguito un percorso alternativo della stessa lunghezza attraverso un mezzo diverso. Se la differenza di fase è multiplo della semilunghezza d'onda della luce, risulta un'interferenza distruttiva, e ciò produce una frangia scura; viceversa se la differenza di fase è multiplo dell'intera lunghezza d'onda della luce, l'interferenza è positiva e ciò produce una frangia chiara. Un interferogramma fornisce la differenza di cammino ottico (DCO) tra una condizione di riferimento e la condizione in esame, lungo un certo numero di percorsi che attraversano l'oggetto. La (DCO) ϕ è legata all'indice di rifrazione n all'interno dell'oggetto dalla seguente equazione:

$$\phi(\theta, r) = \int [n(x, y, z) - n_0] * ds \quad (3)$$

L'ipotesi è che l'indice di rifrazione n_0 sia conosciuto e che il suo valore sia indipendente dal punto (x, y, z) . L'eq.(3) non è altro che la trasformata di Radon, in cui le ϕ rappresentano i valori misurati e gli indici di rifrazione n rappresentano la funzione incognita all'interno del volume.

2. DESCRIZIONE DELLA PROVA

In una prima fase, gli algoritmi di ricostruzione tomografica sono stati provati su dati sintetici [11]; quindi si è affrontata una prima fase sperimentale che ha permesso di analizzare tutto il processo di acquisizione, elaborazione e visualizzazione dei risultati. La prova è consistita nella misura dell'indice di rifrazione all'interno di una provetta di Pyrex. Un raggio laser (He-Ne $\lambda=633$ nm) è diviso in due grazie ad un beam splitter ed i due fasci sono filtrati, espansi e resi piani. Il primo, diretto sulla pellicola olografica, prende il nome di fascio di riferimento, e sul suo percorso si è posto uno specchietto guidato da un trasduttore piezoelettrico; il secondo, detto fascio oggetto, passa

attraverso una vaschetta di vetro trattata otticamente e riempita con glicerina il cui indice di rifrazione è pari a circa 1.47. Realizzato l'ologramma della vaschetta, in questa viene immersa una barra di Pyrex a sezione circolare piena del diametro di 5 mm, avente indice di rifrazione nominale pari a circa 1.46+1.47. La scelta della glicerina e delle dimensioni del contenitore e del campione è stata guidata dalla necessità di avere due mezzi con indice di rifrazione quanto più vicini, in modo da limitare il numero delle frange risultanti negli interferogrammi, sia in virtù di una loro migliore leggibilità, sia con riguardo al trattamento numerico delle stesse in fase di ricostruzione. In relazione a questo ultimo punto bisogna tener presente che l'implementazione attuale del programma prevede raggi paralleli e ciò a rigore non si verifica nel nostro test proprio per la presenza di diversi indici di rifrazione. La generalizzazione del codice per considerare questo aspetto sarà affrontata in un secondo momento. Un ruolo determinante vengono a giocare la densità e la temperatura della glicerina, che se utilizzata senza previo trattamento e senza controllo termico, crea disturbi ed anomalie nell'ologramma di riferimento, conseguenza diretta della sua disomogeneità. La Fig. 1 mostra il dispositivo sperimentale che consente di ottenere degli interferogrammi in tempo reale della barretta immersa nella vaschetta M.

L'interferenza dell'ologramma (sul quale è registrata la vaschetta piena di glicerina) con la situazione reale (consistente nella vaschetta piena di glicerina nella quale è stata immersa la barretta di Pyrex) dà luogo ad un quadro di frange che rappresentano il ritardo subito dalla luce nell'attraversare l'oggetto in esame. La Fig. 2 riporta un esempio dei quadri di frange ottenuti mentre la Fig. 3 mostra la funzione in uno strato. Tale ricostruzione viene riportata sia in 2D, evidenziando i diversi livelli di grigio sia in 3D. Per il calcolo della fase abbiamo utilizzato la tecnica di Phase Shifting che comporta l'acquisizione con una telecamera di alcuni quadri di frange opportunamente sfasati. Questo punto sarà precisato successivamente. Acquisite le immagini necessarie per il calcolo della fase, si ripete l'operazione dopo aver ruotato il provino di un certo angolo. In questa prima prova si sono acquisite 12 immagini di fase su 180° di rotazione complessiva, con incrementi angolari pari a 15°. Ogni immagine di fase comporta un'occupazione di memoria di poco inferiore ad 1Mb (512x480x4 bytes): in questo caso sono stati acquisiti ed elaborati circa 12 Mb. A partire da queste immagini è possibile, piano dopo piano, ricostruire la funzione indice di rifrazione all'interno del volume.

3. ALGORITMI PER IL CALCOLO DELLA FASE

In corrispondenza di ciascun angolo di rotazione dell'oggetto vengono acquisiti un certo numero di quadri di frange opportunamente sfasati agendo su uno specchietto (posto sul cammino del fascio di riferimento) comandato dal trasduttore piezoelettrico. L'operazione di defasaggio-acquisizione è completamente controllata da un PC 486 su cui sono state installate le opportune schede di controllo. Un esame critico dei numerosi algoritmi di analisi automatica di quadri di frange [12] ha suggerito la scelta, per la nostra applicazione, dell'algoritmo a 4 immagini sfasate di 90°.

L'espressione matematica del sistema di quadri di frange si può esprimere come segue:

$$I_i(x,y) = a(x,y) + \gamma(x,y) \cdot \cos[\phi(x,y) + a_i] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

in cui I_i indica l'intensità luminosa nel punto (x,y) per un dato valore di i , $a(x,y)$, $\gamma(x,y)$ e $\phi(x,y)$ indicano rispettivamente il valore medio del segnale, la sua modulazione e la fase nel punto, gli a_i sono i valori di shift imposti allo specchietto dal piezoelettrico, ed N è il numero di immagini da acquisire. Con $N=4$ e gli shifts a_i scelti pari a 90° abbiamo che la fase mod(2 π) vale:

$$\phi(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \right) \quad (5)$$

Un aumento del numero di immagini non porta a nessun miglioramento sostanziale dei risultati a fronte di una maggiore occupazione di memoria ed a tempi di acquisizione ed elaborazione più lunghi [13]. D'altra parte le tecniche che si basano sulla trasformata di Fourier [14], se da un lato richiedono una sola immagine, non sono però precise come il phase shifting e comportano l'intervento dell'operatore in fase di elaborazione per la scelta della frequenza portante e dei filtri più opportuni.

Per ottenere la fase, i dati così collezionati vengono trattati con la tecnica del phase-unwrapping i cui metodi sono fortemente sensibili al percorso di integrazione seguito e dipendono inoltre dal punto di partenza [12]. Per ciò che concerne il primo problema, fra le varie soluzioni previste dal codice di calcolo si è adottato lo "spiral unwrapping", mentre per la soluzione del secondo aspetto il programma consente di optare fra la scelta automatica o tramite mouse.

4. ALGORITMI PER LA TOMOGRAFIA COMPUTERIZZATA

Gli algoritmi per la ricostruzione tomografica possono essere divisi in tre categorie. I primi si basano su una proprietà legata alla trasformata di Fourier [3-4]. Se con $p(\theta)$ indichiamo l'insieme degli integrali di linea acquisiti secondo l'angolo θ , il "*Fourier slice theorem*" afferma che la trasformata di Fourier mono-dimensionale di $p(\theta)$ è pari alla trasformata di Fourier monodimensionale della funzione incognita localizzata su una linea perpendicolare alla direzione di proiezione e passante per il centro dell'oggetto. E' quindi sufficiente applicare la trasformata di Fourier a tutte le proiezioni, disporre i valori sul dominio delle frequenze, stimare le frequenze mancanti ed applicare una trasformata di Fourier inversa bi-dimensionale. Poiché spesso l'insieme dei dati disponibile è limitato, le frequenze da stimare sono molte e nel campo delle frequenze le operazioni di estrapolazione sono molto delicate. Inoltre l'uso della trasformata di Fourier discreta comporta l'introduzione di ulteriori motivi di errore.

La seconda tecnica prende il nome di "filtered back-projection" ed è forse ancora oggi la più utilizzata. Il metodo consiste sostanzialmente nell'applicazione di un filtro opportuno alla funzione proiettata e nella ridistribuzione inversa dei risultati nel dominio di partenza. Come nel caso precedente, per ottenere dei buoni risultati, è necessario disporre di un insieme completo di dati, fatto non sempre possibile nella pratica sperimentale in quanto considerazioni pratiche nella realizzazione di un interferogramma limitano il numero di "viste" (gruppo di raggi per un dato angolo di proiezione) dell'oggetto, o il range angolare delle viste, o entrambe.

La terza tecnica prende il nome di ricostruzione algebrica ed è particolarmente adatta nei casi in cui l'insieme dei dati sia limitato [15-17]. La sperimentazione numerica ha messo in evidenza che nella ricostruzione di funzioni continue si possono ottenere risultati soddisfacenti anche con solo 5 angoli di proiezione. Il primo passo consiste nel discretizzare la sezione su cui è definita la funzione da ricostruire. Per semplificare i calcoli e limitare l'occupazione di memoria, si è scelto un mesh strutturato di forma circolare, cioè deformazione di un mesh quadrato. Il numero di nodi è legato alla quantità d'informazione disponibile: nel nostro test, per es., avendo a disposizione 512 valori integrali su 12 angoli di proiezione per un totale di 6144 dati, si è potuto utilizzare un mesh costituito da 64x96 nodi, in ognuno dei quali bisogna calcolare la funzione. Il problema continuo viene quindi discretizzato usando, all'interno di ogni singolo quadrilatero, delle funzioni polinomiali interpolanti (vedi il metodo degli Elementi Finiti). La trasformata di Radon assume quindi la forma algebrica:

$$[A]_{n \times m} * \{f\}_m = \{p\}_n \quad (6)$$

in cui $[A]$ prende il nome di matrice di proiezione, il vettore dei termini noti $\{p\}$ contiene gli n valori proiettati (nel nostro caso il ritardo di fase) ed il vettore $\{f\}$ rappresenta la funzione incognita negli m nodi del mesh, nel nostro caso l'indice di rifrazione relativo. La matrice di proiezione $[A]$, pur avendo dimensioni considerevoli, è molto sparsa perché ogni raggio fa intervenire una piccola porzione dell'oggetto. Per questo motivo, per la soluzione del sistema (6) non si usa la fattorizzazione di Gauss, che comporta il riempimento della matrice stessa, ma si preferiscono le tecniche iterative nelle quali $[A]$ non subisce alcuna manipolazione, ma viene semplicemente moltiplicata per un vettore. Essa viene calcolata una sola volta, indipendentemente sia dallo strato che si vuole ricostruire che dal materiale. Poiché il sistema lineare (6) è singolare, la sua soluzione non è banale ed in letteratura sono state proposte diverse tecniche [15-18]. In ogni caso durante la sua soluzione è bene limitare la funzione $\{f\}$ a valori fisicamente significativi. Per il calcolo dei coefficienti della matrice $[A]$ si immagini di isolare un elemento del mesh. Un raggio taglia i suoi confini in due punti distanti Δs , e durante l'attraversamento subisce un ritardo di fase indicato dall'eq. (3). La funzione incognita all'interno del quadrilatero può essere espressa come:

$$f(s) = \sum_{i=1}^4 N_i * f_i \quad (7)$$

Sostituendo la (7) nella (3) abbiamo:

$$\phi(\theta, r) = \int_s f(s) * ds = \int_s \left[\sum_{i=1}^4 N_i(s) * f_i \right] * ds = \sum_{i=1}^4 \left\{ \left[\int_s N_i(s) * ds \right] * f_i \right\} = \sum_{i=1}^4 \{ a_i * f_i \}$$

in cui

$$a_i = \int_s N_i(s) * ds \quad (8)$$

Lo studio di un certo numero di algoritmi algebrici, ha messo in evidenza che per le immagini di nostro interesse, la tecnica GH-MART (Gordon ed Herman-Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique) fornisce i risultati migliori [18]. Alla q -esima iterazione si calcola una nuova stima del vettore soluzione \hat{f} , moltiplicando la vecchia stima per un vettore di correzione r :

$$\hat{f}_j^q = r_j^{q-1} * \hat{f}_j^{q-1} \quad j=1, \dots, m \quad (9)$$

Se $a_{i,j}$ indica un coefficiente della matrice $[A]$, se $\hat{p}_i = \langle a_i, \hat{f}^{q-1} \rangle$ indica una stima del valore proiettato, prodotto della i -esima riga della matrice $[A]$ per la stima della soluzione \hat{f} al passo $(q-1)$, se ϕ_i indica la proiezione misurata, allora in base all'algoritmo GH-MART il vettore di correzione vale:

$$r_j^{q-1} = 1 - \lambda * \frac{a_{i,j}}{\|A\|_\infty} * \left(1 - \frac{\phi_i}{\hat{p}_i} \right) \quad \text{se } \hat{p}_i \neq 0 \quad \text{e} \quad a_{i,j} \neq 0 \quad (10)$$

altrimenti $r_j^{q-1} = 1.$

λ è un parametro di rilassamento ($\lambda=0.001+0.1$) e $\|A\|_\infty$ è la norma infinito della matrice $[A]$. Nel processo di soluzione iterativa, la prima stima del vettore \hat{f} viene calcolata con una tecnica di back-projection semplificata.

CONCLUSIONI

Gli interferogrammi ottenuti risultano di discreta qualità nonostante le difficoltà implicite dovute alla forma cilindrica delle barrette di Pyrex. Con tali forme le barrette si comportano come lenti cilindriche rendendo necessario mettere a fuoco il piano baricentrico dell'oggetto.

L'algoritmo GH-MART che é stato preferito in base ai risultati ottenuti su dati sintetici, ha consentito la soluzione del problema della ricostruzione utilizzando una matrice [A] di dimensioni 6144x6144, ma molto sparsa, con un numero di coefficienti diverso da zero pari a circa 2.254.000 e con un tempo di calcolo di circa 80 s. La ricostruzione della funzione all'interno di una sezione richiede circa venti iterazioni per un tempo totale inferiore a 5 minuti su una stazione Indigo R4000 della Silicon Graphics. La tecnica di phase shifting ha consentito una rapida acquisizione e interpretazione dei quadri di frange. Il passo finale di unwrapping risulta sempre gravoso anche a causa del rumore presente negli ologrammi. Si é preferito utilizzare nel nostro caso un algoritmo semplice come lo spiral scanning che consente di scegliere il punto di avvio del processo.

In conclusione la procedura messa a punto consente di risolvere il problema in esame in modo soddisfacente dando una stima della distribuzione spaziale dell'indice di rifrazione.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Gerhard J. Muller (Editor), Medical Optical Tomography: Functional Imaging and Monitoring, SPIE Institutes for Advanced Optical Technology Series: Vol.IS11, 1993.
- [2] C.M.Vest, "Tomography for properties of materials that bend rays: a tutorial", *Applied Optics*/Vol.24, No.23/ 1 Dec.1985, pp.4089-4094.
- [3] A.Rosenfeld, A.C.Kak, Digital Picture Processing, Computer Science and Applied Mathematics, Academic Press, 1982.
- [4] F.Natterer, The Mathematics of Computerized Tomography, John Wiley & Sons Ltd. and B.G.Teubner, Stuttgart, 1989.
- [5] H. Aben, Integrated photoelasticity, McGraw-Hill, New York, 1979.
- [6] H.Aben, S.Idnurm, J.Josepson, K.J.Kell, A.Puro, "Optical Tomography of the Stress Tensor Field", SPIE Vol.1843 Analytical Methods for Optical Tomography (1991), pp.220-229.
- [7] Wen-Hau Zhu, "Holographic tomography in three-dimensional photoelasticity within the Born approximation", *J.Opt.Soc.Am. A*/Vol.9, No.11/Nov 1992; pp.1964-1968.
- [8] R.Snyder, L.Hesselink, "High speed optical tomography for flow visualization", *Applied Optics*/Vol.24, No.23/ 1 Dec.1985, pp.4046-4051.
- [9] L. Hesselink, "Quantitative three-dimensional flow visualization", Third Symposium on Flow Visualization, Ann Arbor, Michigan pp.375-380, Sept.1983.
- [10] C.M.Vest, Holographic Interferometry, J.Wiley & Sons, New York, (1979).
- [11] V.Savona, F.Bertolino, "Utilizzo di algoritmi algebrici per l'applicazione della tomografia ai controlli non distruttivi", Atti della Giornata di Studio MIS-MAC III: Metodi di Sperimentazione nelle Macchine, pp.89-99, Cagliari, 1994.
- [12] Robinson D.W., Reid G.T. (Editors), Interferogram Analysis: Digital Fringe Pattern Measurement Techniques, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, (1993).
- [13] F.Bertolino, F.Ginesu, "Tecniche ottiche ed analisi automatica delle frange", Atti della Giornata di Studio MIS-MAC III: Metodi di Sperimentazione nelle Macchine, pp.101-108, Cagliari, 1994.
- [14] Takeda, Ina M.H., Kobayashi S., "Fourier-Transform Method of Fringe-Pattern Analysis for Computer-Based Topography and Interferometry"; *J.Opt.Soc.Am. Vol.72*, No.1, (1982).
- [15] R.Gordon, "A Tutorial on ART (Algebraic Reconstruction Techniques)", *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol.NS-21, June 1974, pp.78-93.
- [16] H.Tan, D.Modarress, "Algebraic reconstruction technique code for tomographic interferometry", *Optical Engineering*/May/June 1985/ Vol.24 No.3, pp. 435-440.

- [17] R.M.Rangayyan, A.P.Dhawan, R.Gordon, "Algorithms for limited-view computed tomography: an annotated bibliography and a challenge", *Applied Optics*/Vol.24, No.23/ 1 Dec.1985, pp.4000-4012.
- [18] D.Verhoeven, "Multiplicative algebraic computed tomographic algorithms for the reconstruction of multidirectional interferometric data", *Optical Engineering*/ February 1993/ Vol.32 No.2, pp. 410-419.

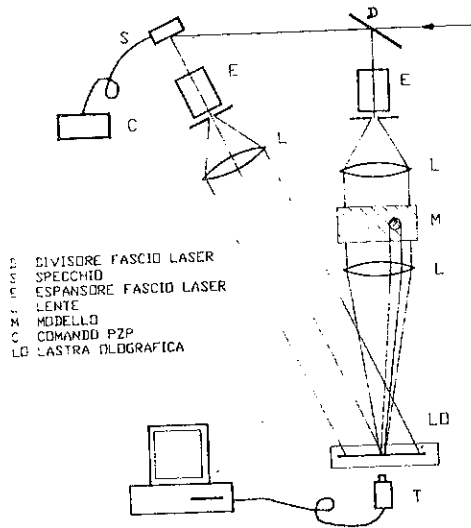


Fig.1: Dispositivo sperimentale

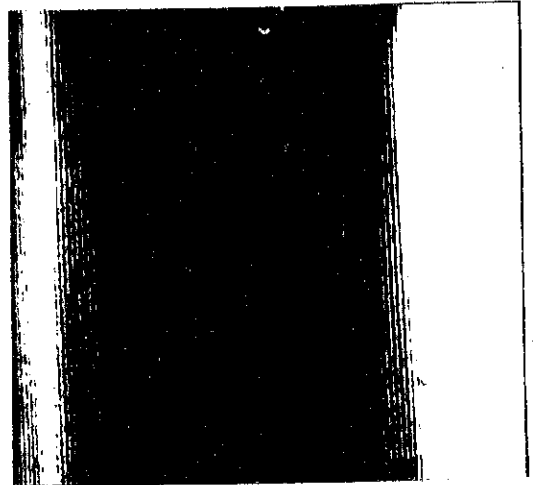


Fig.2: Tipico quadro di frange

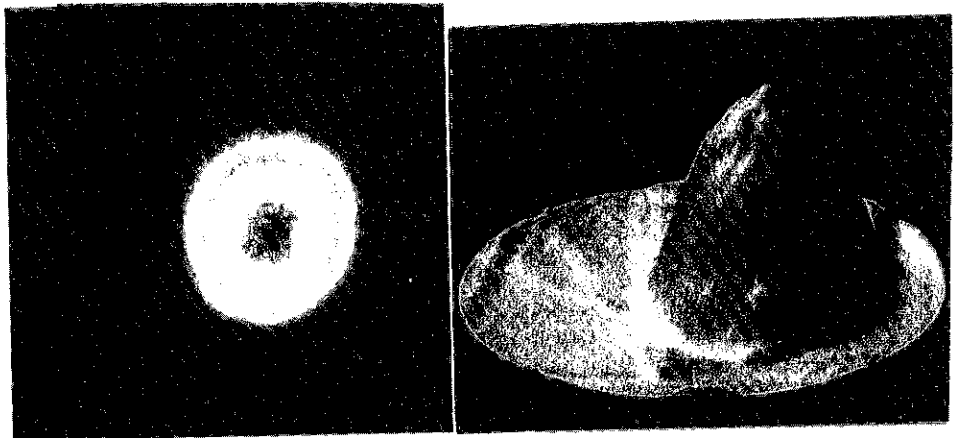


Fig.3: Rappresentazioni della distribuzione spaziale della funzione n su uno strato.