

Una Soluzione Alternativa al Problema della
Ricostruzione Olografica della Superficie delle
Antenne a Riflettore da Dati in Far-Field o in
Near-Field

TESI

PRESENTATA AL DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA ELETTRICA ED
ELETTRONICA DELL'UNIVERSITÀ DI CAGLIARI
PER IL DOTTORATO DI RICERCA
IN INGEGNERIA ELETTRONICA ED INFORMATICA

dallo studente

Giampaolo Serra

Tutor: Prof. Giuseppe Mazarella

Marzo 2008

ABSTRACT

An Alternative Solution to the Problem of the Reflector Antennas Surface Holographic Retrieval from Far-Field or Near-Field Data

Giampaolo Serra

Master of science in Electronics and Computer Science Engineering

Tutor: Prof. Giuseppe Mazzarella

March 2008

The retrieval of the surface profile of a reflector antenna is an important task, mainly for radio-astronomical applications. Up to now the microwave holographic reconstruction technique has been applied to far-field data either directly measured or extrapolated from near-field measurements by using the Fourier Transform inversion. The main step of this technique is the computation of the induced currents on the reflector surface.

In this thesis the relation between the far-field (or near-field) and the current on the parabolic reflector surface is formulated as a discrete data inverse problem. Since this problem is strongly ill-conditioned, an alternative technique is proposed to find a solution in the least squares sense and to regularize it by using a Singular Value Decomposition (SVD). This technique supplies a flexible regularization scheme, able to take into account also the noise level of the data. Moreover it allows to reconstruct a surface distortions map using either far-field data or the direct use of Fresnel-zone field data, i.e. these data are not used to extrapolate the far-field pattern, but directly used by the procedure.

A comparison with the standard technique based on the FFT inversion algorithm has been made on a number of different cases, with noise free and noisy far-field

data generated by a commercial software. The results show that this alternative procedure is able to detect, with a very good accuracy, both the position and the amount of the distortions of the reflector surface starting from both far-field data and near-field data. Moreover, the robustness to noise of holographic technique, achieved by using the proposed regularization scheme, can be improved by exploiting the advantages of the near-field measures.

Keywords: Inverse Problem, Singular Value Decomposition, Microwave Holography, Reflector Antennas, Far-Field and Fresnel- Zone Data.

Ringraziamenti

Voglio ringraziare tutta la mia famiglia per avermi sostenuto in tutti questi anni di studio e formazione. In particolare un amorevole ringraziamento a Gloria e nostro figlio Edoardo, per essermi stati sempre vicini in ogni momento della preparazione di questa tesi.

Vorrei anche ringraziare il Prof. Giuseppe Mazzeola e il Prof. Giorgio Montisci per avermi insegnato tanto durante l'attività di ricerca svolta in questi anni di dottorato e tutti i colleghi del gruppo di elettromagnetismo del Diee per avere condiviso con me le gioie e i dolori del lavoro di ricerca.

Da ultimo, ma per questo non meno importante, un sincero ringraziamento all'Ing. Pietro Bolli per i suoi preziosi consigli sull'argomento di ricerca che condividiamo e per l'ospitalità che mi ha offerto tutte le volte che sono stato all'Osservatorio Astronomico di Cagliari.

Indice

1. DIAGNOSTICA DI GRANDI ANTENNE A RIFLETTORE: I METODI PRINCIPALI.....	1
1.1 INTRODUZIONE.....	1
1.2 OLOGRAFIA A MICROONDE COERENTE BASATA SU FFT.....	8
1.2.1 PARAMETRI DI CAMPIONAMENTO NELLA MISURA DEL PATTERN..	13
1.2.2 ALGORITMO DI PAPOULIS PER L’OLOGRAFIA: FFT ITERATIVA	14
1.3 OBIETTIVI DELLA TESI.....	19
2. FORMULAZIONE DELLA RICOSTRUZIONE OLOGRAFICA A MICROONDE	22
2.1 FORMULAZIONE DEL PROBLEMA INVERSO IN FAR-FIELD	22
2.2 FORMULAZIONE DEL PROBLEMA INVERSO IN NEAR-FIELD	26
2.3 PROBLEMA INVERSO DISCRETO E SOLUZIONE AI MINIMI QUADRATI ..	27
3. SOLUZIONE REGOLARIZZATA DEL PROBLEMA DI INVERSIONE.....	30
3.1 APPROCCIO ALLA SOLUZIONE	30
3.2 REGOLARIZZAZIONE DELLA SOLUZIONE USANDO LA SVD	33
3.3 DALLA CORRENTE INDOTTA ALLE DEFORMAZIONI SUPERFICIALI	42
4. RICOSTRUZIONE OLOGRAFICA DA DATI SIMULATI IN FAR-FIELD	45
4.1 DESCRIZIONE DELLE SIMULAZIONI	45
4.2 RICOSTRUZIONI OLOGRAFICHE DA DATI IN FAR-FIELD	48
4.3 RICOSTRUZIONI OLOGRAFICHE DA DATI IN FAR-FIELD RUMOROSI	53
5. RICOSTRUZIONE OLOGRAFICA DA DATI SIMULATI IN NEAR-FIELD	65

5.1 DESCRIZIONE DELLE SIMULAZIONI	65
5.2 RICOSTRUZIONI OLOGRAFICHE DA DATI IN NEAR-FIELD RUMOROSI...	68
6. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE.....	74
6.1 CONCLUSIONI.....	74
6.2 SVILUPPI FUTURI	75
BIBLIOGRAFIA	77

Capitolo 1

Diagnostica di grandi antenne a riflettore: i metodi principali

1.1 Introduzione

Le grandi antenne a riflettore rappresentano il principale strumento di ricezione della radiazione elettromagnetica che le sorgenti artificiali, come le sonde interplanetarie, o le sorgenti naturali, come pianeti, stelle e galassie, emettono nell'intervallo di frequenze compreso tra le microonde e le onde sub-millimetriche. Nelle comunicazioni tra le sonde e le basi terrestri, e soprattutto in radio astronomia, per captare i deboli segnali provenienti dal sistema solare o dallo spazio profondo, è necessario disporre di un'antenna con elevato guadagno e, quindi, con un fascio molto sottile che permetta di distinguere, in una piccola finestra angolare in cielo, il segnale di una sorgente di interesse dal rumore generato da sorgenti vicine.

Due esempi di antenne appropriate a questo tipo di applicazioni sono le antenne a riflettore in configurazione Cassegrain e in configurazione Gregoriana, si veda la Figura 1.1. Le due configurazioni sono costituite ciascuna da due superfici metalliche riflettenti: la superficie più grande, chiamata anche riflettore primario, è di forma parabolica in entrambe le configurazioni; quella più piccola, chiamata anche riflettore secondario, è di forma iperbolica nella configurazione Cassegrain e ellittica nella configurazione Gregoriana.

La geometria di queste due configurazioni consente di allungare la focale dell'antenna mantenendo compatte le dimensioni e, inoltre, di porre più

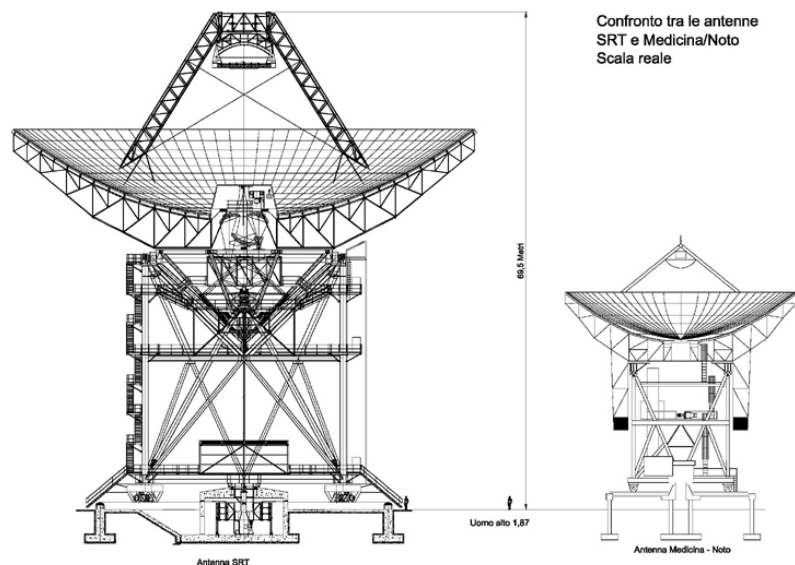


Figura 1.1 Confronto tra un'antenna in configurazione Gregoriana, a sinistra (l'antenna SRT, Sardinia Radio Telescope, in fase di costruzione vicino a Cagliari) e un'antenna in configurazione Cassegrain, a destra (l'antenna di Medicina-Noto, antenna radio-astronomica costruita in due esemplari, uno situato a Medicina (Bologna), l'altra a Noto (Siracusa)). (Fonte: SRT project Book, 2007, www.ca.astro.it/srt/project-book).

ricevitori (guide d'onda troncate, a tromba piramidale o conica, in generale note come feed dell'antenna) in diverse posizioni focali, ossia di ricevere l'onda elettromagnetica riflessa dal primario nel fuoco del paraboloide (fuoco primario), ovvero, dopo una seconda riflessione sulla superficie del secondario, nel fuoco dell'iperboloide (fuoco secondario Cassegrain) o in quello dell'ellissoide (fuoco secondario Gregoriano). Per maggiori dettagli si veda [1].

La richiesta di un alto guadagno per questo tipo di antenne, da una parte, comporta la scelta di un riflettore primario il cui diametro D sia molto grande, in genere qualche migliaio di volte più grande rispetto alla lunghezza d'onda λ del segnale che si vuole ricevere; dall'altra impone un controllo continuo della efficienza d'apertura dell' antenna η . Il guadagno è legato a queste grandezze dalla relazione [2]:

$$G = \eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \quad (1.1)$$

dove G è il guadagno dell'antenna. L'efficienza di apertura dell'antenna η dipende da molti fattori: dall'efficienza di spillover, ossia dalla frazione della potenza totale che è radiata dal feed, intercettata e collimata dalla superficie riflettente; dall'efficienza di taper di illuminazione, in altre parole dalla uniformità della distribuzione di ampiezza del pattern del feed sulla superficie del riflettore; dall'efficienza di polarizzazione, legata all'uniformità della polarizzazione del campo sul piano di apertura del riflettore; dalla efficienza di defocalizzazione (nota anche come efficienza di fase sul piano di apertura), legata ad uno spostamento laterale o assiale del feed dal fuoco; ed infine dalla efficienza di bloccaggio, legata alla presenza del riflettore secondario e della sua struttura di sostegno (quadrupode). Per maggiori dettagli si rimanda a [1].

Il prodotto risultante di questi fattori può essere indicato, per semplicità, con η' , allo scopo di volerlo distinguere da un altro fattore, noto come efficienza della superficie η_{sup} , che sarà al centro della attenzione di questo paragrafo. Pertanto l'efficienza d'apertura di antenna può essere separata in due fattori come

$$\eta = \eta' \eta_{\text{sup}} \quad (1.2)$$

e esprimendo η_{sup} come in [2], si ha

$$\eta_{\text{sup}} = e^{-\delta^2} \quad (1.3)$$

nella quale δ è la variazione del fronte di fase dell'onda elettromagnetica riflessa dal sistema di riflettori sul piano di apertura. La variazione δ è dovuta principalmente alle deformazioni sulla superficie del primario, in fuoco primario, ma anche alle deformazioni della superficie dello specchio secondario nelle altre posizioni focali. Questa variazione si esprime come

$$\delta = \frac{4\pi\varepsilon_{\text{rms}}}{\lambda} \quad (1.4)$$

dove ε_{rms} è l'errore quadratico medio (*RMS*) della superficie riflettente, espresso nella stessa unità di misura della lunghezza d'onda. In altri termini ε_{rms}

misura l'accuratezza della superficie di un riflettore rispetto alla sua forma ideale (nominale).

Le principali cause delle deformazioni superficiali sono: l'azione della forza di gravità che, agendo sul riflettore primario, deforma il profilo parabolico al variare della direzione di puntamento dell'antenna in elevazione; le imprecisioni meccaniche nella realizzazione di ogni singolo elemento di base (pannello), in cui, in genere, è suddivisa la superficie del riflettore primario; il non perfetto allineamento di ciascun pannello in fase di montaggio; le imprecisioni meccaniche nella realizzazione della superficie del riflettore secondario e, infine, l'azione dei gradienti termici e l'effetto del vento.

Ora, sostituendo le equazioni (1.3) e (1.4) nella (1.2) e poi nella (1.1), si ottiene

$$G = \eta' \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 e^{-\delta^2} = \eta' \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 e^{-\left(\frac{4\pi\epsilon_{rms}}{\lambda} \right)^2} \quad (1.5)$$

nella quale, fissato il diametro D del riflettore primario, il guadagno è espresso in funzione della lunghezza d'onda e della accuratezza superficiale ϵ_{rms} . Considerando per semplicità solo il contributo dell'efficienza superficiale, ossia ponendo $\eta' = 1$, dalla (1.3) si può notare che, all'aumentare della frequenza di osservazione, quando la lunghezza d'onda corrispondente comincia ad essere confrontabile con ϵ_{rms} , l'efficienza superficiale diminuisce, si veda la Figura 1.2. In altri termini le deformazioni superficiali del riflettore determinano una riduzione delle prestazioni dell'antenna, soprattutto alle alte frequenze di lavoro, e quindi una riduzione del guadagno, come si può dedurre dalla (1.5) e come è mostrato in Figura 1.3.

In pratica, se si vuole ottenere una efficienza superficiale η_{sup} , per esempio del 67%, accettando una variazione di fase massima di 0.63 radianti (circa 36°), convenzionalmente, l'errore superficiale massimo è dato da $\epsilon_{rms_max} \cong \lambda_{min} / 20$ [3]. Pertanto, fissata la frequenza di lavoro dell'antenna, è possibile determinare quale deve essere l'accuratezza massima della superficie del riflettore. Viceversa, nota la accuratezza della superficie, si può determinare la frequenza massima di lavoro dell'antenna con un'efficienza del 67%. In particolare nella

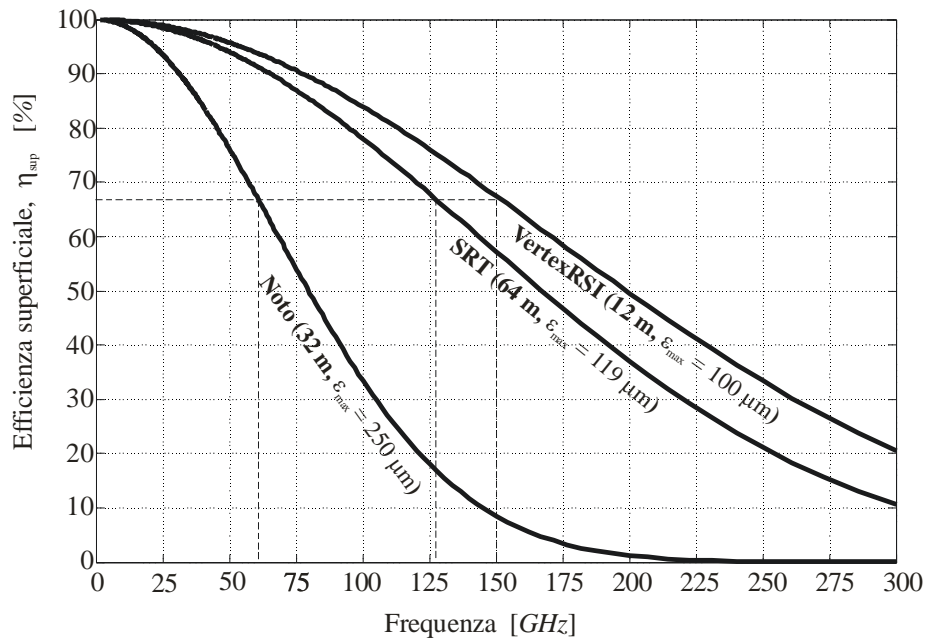


Figura 1.2 L'efficienza superficiale in funzione della frequenza per alcune antenne a riflettore, fissata la accuratezza superficiale massima. In particolare per l'antenna di Noto (Sicilia), per il Sardinia Radio Telescope, SRT (Sardegna), per il prototipo VertexRSI del progetto ALMA.

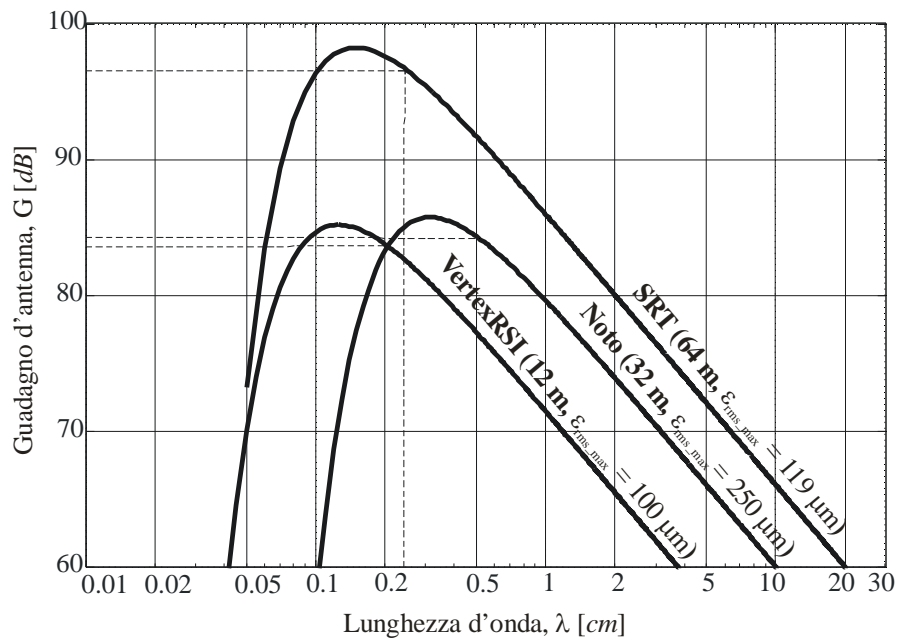


Figura 1.3 Il guadagno in funzione della lunghezza d'onda per alcune antenne a riflettore, fissata la accuratezza superficiale massima e il diametro del riflettore. In particolare per l'antenna di Noto, per SRT e per il prototipo VertexRSI del progetto ALMA.

Figura 1.3, è mostrato l'andamento del guadagno in funzione della lunghezza d'onda per tre diverse antenne: l'antenna di Noto per la quale in [3] si è ottenuta una accuratezza superficiale massima di circa $250 \mu m$ (frequenza massima pari a $60 GHz$); l'antenna SRT [4], per la quale, al termine dei lavori di installazione, si dovrebbe ottenere, come da specifiche, un accuratezza massima di $119 \mu m$ (frequenza massima corrispondente; l'antenna VertexRSI [5] per la quale, al momento dell'installazione, si aveva un accuratezza massima superficiale non superiore a $100 \mu m$ (frequenza massima $150 GHz$).

Pertanto, per garantire elevate prestazioni di una grande antenna a riflettore, anche ad alte frequenze, è importante disporre di un metodo che permetta di conservare l'accuratezza superficiale massima dell'antenna in tutte le direzioni di puntamento. Questo aspetto acquisisce ancora più importanza per i radio telescopi dotati di una superficie attiva, come per esempio, il radio telescopio di Noto, Figura 1.1. L'utilizzo della superficie attiva, infatti, permette di migliorare l'accuratezza superficiale complessiva di un riflettore, correggendo l'allineamento dei pannelli dello specchio primario mediante il movimento di attuatori elettro-meccanici posti proprio sotto ciascun pannello. In questo modo le prestazioni dell'antenna migliorano sia nelle misure in fuoco primario, sia nelle misure in fuoco secondario, perché agendo sulla superficie attiva del primario si possono compensare anche le deformazioni sulla superficie del riflettore secondario [6].

In generale, la diagnostica delle grandi antenne a riflettore, ossia l'insieme di metodi utili alla localizzazione e alla misura delle deformazioni superficiali di queste antenne, può essere divisa in metodi di misura diretti e metodi di misura indiretti.

I metodi diretti sono chiamati così perché misurano direttamente la superficie del riflettore primario, utilizzando sistemi di misura meccanico e ottico, come il tradizionale sistema basato sul teodolite [7], o utilizzando una fotocamera, come nel caso del sistema fotogrammetrico [8]. Questi metodi presentano lo svantaggio di richiedere la sospensione dell'utilizzo dell'antenna per montare l'attrezzatura di misura sopra il riflettore (in genere con l'antenna puntata allo

zenit), e poi smontarla al termine delle misure. Per questa ragione, i metodi diretti vengono utilizzati preferibilmente nella fase iniziale di installazione dei pannelli della superficie dell'antenna.

In una fase successiva, quando inizia l'attività di "osservazione" del radio telescopio, ai metodi diretti vengono affiancati i metodi inversi. Questi ultimi, basati sull'olografia radio o a microonde, permettono di esaminare l'intera catena ottica dei radio telescopi anche durante la loro attività di "osservazione". Essi ottengono, infatti, il campo sull'apertura del riflettore e, tramite la fase di questo, le informazioni sulle deformazioni superficiali, utilizzando il diagramma di radiazione (o pattern) del campo dell'antenna, che è misurato puntando il riflettore verso diversi tipi di sorgenti a radio frequenza. Per esempio, le sorgenti possono essere di tipo naturale, come le emissioni maser di diverse molecole interstellari, tra cui il vapore acqueo e l'idrogeno atomico [9]; oppure di tipo artificiale come i satelliti per telecomunicazioni o le trasmettenti terrestri [9-10].

I principali metodi inversi sono: il metodo che si basa sul recupero della fase e quello chiamato olografia coerente o interferometrica. I due metodi differiscono nella misura del diagramma di radiazione del riflettore e da come ottengono il campo sulla apertura.

Da una parte, il metodo del recupero della fase esegue due misure dell'ampiezza del diagramma di radiazione, ciascuna in una differente posizione focale e con un solo ricevitore. Da queste due misure e utilizzando un algoritmo iterativo (algoritmo di Misell), il metodo ricostruisce la distribuzione di campo sull'apertura in modulo e fase [11-12].

Dall'altra parte l'olografia coerente misura direttamente il modulo e anche la fase del diagramma di radiazione. Per la misura di questa ultima è necessario puntare, verso la stessa sorgente, una seconda antenna con un ricevitore coerente con il ricevitore dell'antenna sotto test (AUT, Antenna Under Test), allo scopo di fissare un riferimento di fase stabile [9],[10] e [13]. I due segnali così ricevuti devono poi essere cross-correlati per ottenere la fase del pattern.

Entrambi i tipi di misura del pattern dell'antenna permettono di ottenere una mappa accurata della superficie del riflettore, a condizione che il rapporto

segnale rumore (Signal Noise Ratio, SNR) sia sufficientemente alto. Questo fatto risulta ancor più vero per il metodo del recupero della fase che richiede il quadrato del SNR necessario per misurare la fase direttamente, come avviene nell'olografia coerente [11-12]. Poiché l'accuratezza del metodo di misura, oltre che dalla frequenza, dipende anche dal SNR , l'olografia coerente ricostruisce le deformazioni superficiali di un riflettore con maggiore accuratezza, tuttavia necessita di una doppia catena di ricezione.

Infine, si vuole sottolineare che l'olografia a microonde, ad oggi, è il miglior metodo di cui si può disporre per misurare con elevata accuratezza le deformazioni della superficie di una grande antenna, come per esempio un radio telescopio, quando questo è di grandi dimensioni e punta in una direzione differente dallo zenit. Per un confronto più approfondito tra i metodi olografici, invece, si rimanda il lettore al rapporto tecnico [14].

1.2 Olografia a microonde coerente basata su FFT

La tecnica di olografia coerente oggi comunemente adottata, e considerata oramai uno standard, è quella che, a partire dal pattern in far-field, permette di ricostruire il campo di apertura e quindi, le deformazioni sul riflettore, utilizzando una semplice inversione della trasformata di Fourier.

Seguendo la trattazione di Rahmat-Samii [10], il campo in far-field radiato da un' antenna a riflettore è

$$\underline{E} = -j\beta\xi \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \underline{T}(\theta, \phi) \quad (1.6)$$

$$\underline{T}(\theta, \phi) = \int_S \underline{J}(\underline{r}_0) e^{j\beta i_r \cdot \underline{r}_0} ds \quad (1.7)$$

dove $j = \sqrt{-1}$, $\beta = 2\pi/\lambda$, λ è la lunghezza d'onda nel vuoto e $\xi = 120\pi$ è l'impedenza in spazio libero. L'equazione (1.7) fornisce la relazione tra il pattern in far-field dell'antenna a riflettore e la densità di corrente $\underline{J}(\underline{r}_0)$.

Come si può vedere in Figura 1.4, \underline{i}_r è il versore che punta verso la direzione (θ, ϕ) , S è la superficie del riflettore parabolico (con diametro D e lunghezza focale f) e \underline{r}_0 è il vettore che punta sull'elemento superficiale ds .

Utilizzando la trasformazione Jacobiana della superficie S

$$J_s = \left[\left(\frac{\partial g}{\partial x'} \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y'} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.8)$$

nella quale $g(x', y') = z'(x', y') = \left[(x'^2 + y'^2) / (4f) \right] - f$ è l'equazione del paraboloido, l'integrale (1.7) si può esprimere in termini di coordinate cartesiane (x', y') dell'apertura:

$$\underline{T}(\theta, \phi) = \int_{S'} \underline{J}(\underline{r}_0) J_s e^{j\beta \underline{i}_r \cdot \underline{r}_0} ds' \quad (1.9)$$

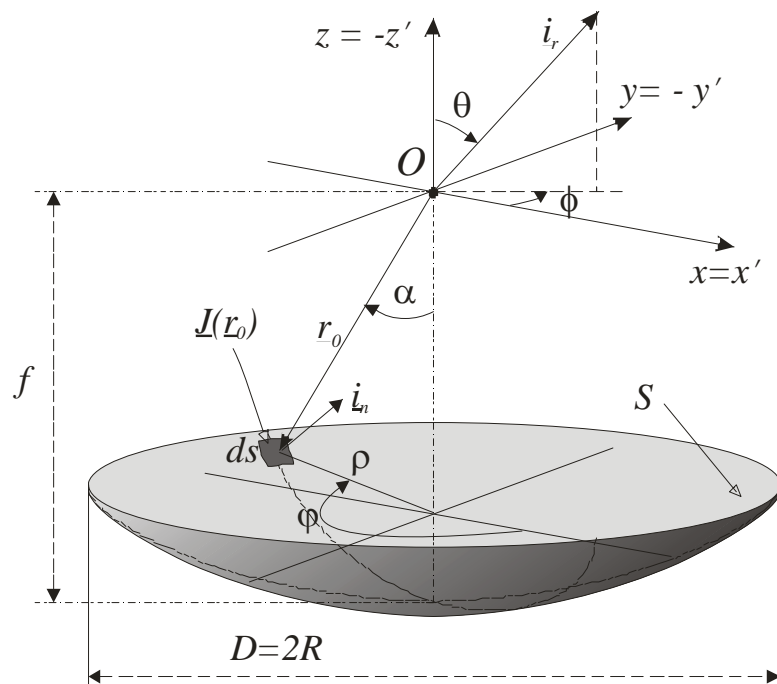


Figura 1.4 Geometria del riflettore parabolico

dove S' è la proiezione della superficie S del riflettore sul piano d'apertura. Svolgendo ora il prodotto scalare nella (1.9) e utilizzando le coordinate sferiche si ottiene

$$\underline{i}_r \cdot \underline{r}_0 = ux' + vy' + \cos \theta z' \quad (1.10)$$

in cui $u = \sin \theta \cos \phi$ e $v = \sin \theta \sin \phi$. Esprimendo, inoltre, la corrente come

$$\underline{\tilde{J}} = J_s \underline{J} \quad (1.11)$$

e sostituendo la (1.10) nella (1.9) si ottiene

$$\underline{T}(u, v) = \int_{S'} \underline{\tilde{J}}(x', y') e^{j\beta z' \cos \theta} e^{j\beta(x'u + y'v)} dx' dy' . \quad (1.12)$$

Per piccoli spostamenti laterali del feed [15] e per piccoli angoli di osservazione ($\theta \ll 1$ radianti), come nel caso delle applicazioni radio astronomiche, ossia ponendo $\cos \theta \cong 1$ (approssimazione parassiale), la (1.12) diventa

$$\underline{T}(u, v) \cong \int_{S'} \underline{\tilde{J}}(x', y') e^{j\beta z'} e^{j\beta(x'u + y'v)} dx' dy' \quad (1.13)$$

in cui \underline{T} esprime la trasformata di Fourier della corrente indotta $\underline{\tilde{J}}$.

La (1.13), dovendo essere usata per determinare una grandezza scalare come la deformazione superficiale, può essere resa scalare scegliendo una sola delle sue componenti. La scelta ricade sulla componente co-polare, perché garantisce un *SNR* migliore rispetto alla componente cross-polare. Si ottiene allora

$$T_c(u, v) \cong \int_{S'} \tilde{J}_c(x', y') e^{j\beta z'} e^{j\beta(x'u + y'v)} dx' dy' \quad (1.14)$$

dove $T_c(u, v)$ e $\tilde{J}_c(x', y')$ sono rispettivamente la componente co-polare del pattern $\underline{T}(u, v)$ e quella della corrente $\underline{\tilde{J}}(x', y')$.

Inoltre, supponendo che il riflettore sia illuminato da un feed con centro di fase nel fuoco O della parabola, la corrente \tilde{J}_c può essere scritta come

$$\tilde{J}_c(x', y') e^{j\beta z'} = \left| \tilde{J}_c(x', y') \right| e^{-j\beta r_0} e^{j\beta z'} \quad (1.15)$$

dove $|\tilde{J}_c(x', y')|$ è l'ampiezza della corrente sul piano d'apertura e $e^{-j\beta r_0}$ è il termine di fase che tiene conto del cammino elettrico del raggio incidente sulla superficie, misurato a partire dal centro di fase. Ora sostituendo la (1.15) nella (1.14) si ottiene

$$T_c(u, v) \cong \int_{S'} |\tilde{J}_c(x', y')| e^{-j\beta r_0} e^{j\beta z'} e^{j\beta(x'u + y'v)} dx' dy' \quad (1.16)$$

che può essere facilmente legata alle deformazioni sulle superficie del riflettore da semplici considerazioni geometriche. Come si vede in Figura 1.5, il cammino

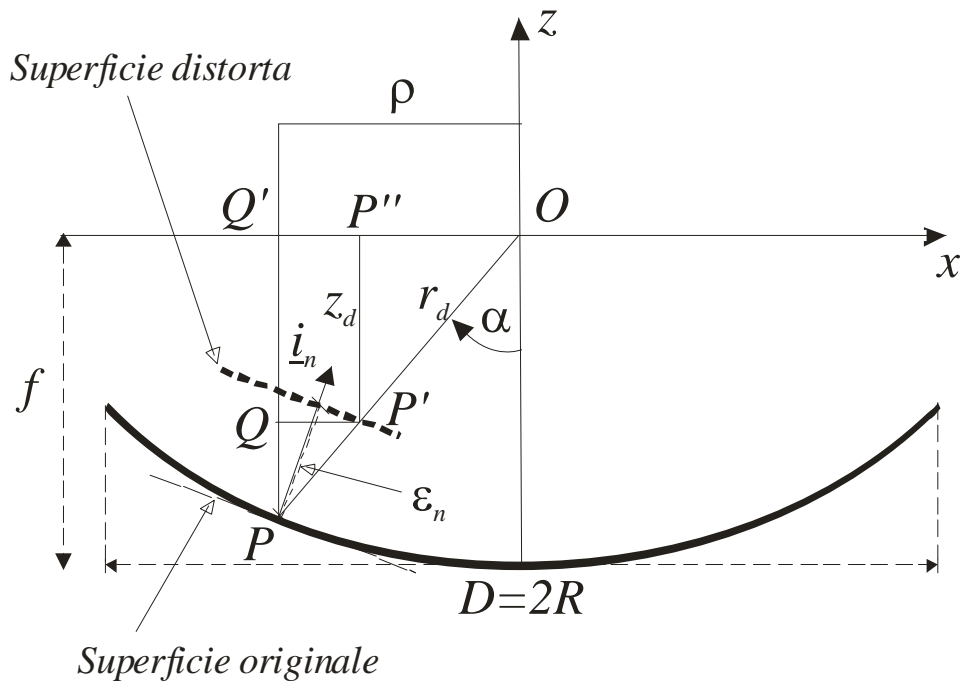


Figura 1.5 Descrizione della deformazione superficiale

$\overline{P'PQ}$, differenza tra il cammino $\overline{OPQ'}$ (riflessione sulla superficie originale) e il cammino $\overline{OP'P''}$ (riflessione sulla superficie distorta), determina un'errore di fase sul piano d'apertura pari a

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (2f - r_d - z_d) = \frac{2\pi}{\lambda} (\overline{OPQ'} - \overline{OP'P''}) = \frac{2\pi}{\lambda} \overline{P'PQ}. \quad (1.17)$$

Sia $\varepsilon_n(x', y')$ la lunghezza della deformazione lungo la normale \hat{i}_n rispetto alle coordinate del piano d'apertura; per piccole ε_n il cammino $\overline{P'PQ}$ risulta

$$\overline{P'PQ} = \overline{P'P} + \overline{PQ} = \frac{\varepsilon_n}{\cos \frac{\alpha}{2}} + \frac{\varepsilon_n}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cos \alpha = \varepsilon_n \frac{(1 + \cos \alpha)}{\cos \frac{\alpha}{2}} = 2\varepsilon_n \cos \frac{\alpha}{2}; \quad (1.18)$$

sostituendo ora la (1.18) nella (1.17), l'errore totale di fase si può definire come

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} \varepsilon_n \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (1.19)$$

In definitiva la (1.16) può essere espressa come

$$T_c(u, v) \cong e^{-j2\beta f} \int_{S'} \left| \tilde{J}_c(x', y') \right| e^{j\delta} e^{j\beta(x'u+y'v)} dx' dy' \quad (1.20)$$

dove il termine costante di fase $-2\beta f$ è il risultato di aver posto l'origine O del sistema di coordinate sul fuoco della parabola.

Se il pattern T_c è misurato (o simulato) in ampiezza e fase, la deformazione superficiale può essere determinata dalla (1.20) attraverso una trasformata inversa di Fourier, ossia

$$\left| \tilde{J}_c(x', y') \right| e^{j\delta} = e^{j2\beta f} \mathbb{F}^{-1} [T_c(u, v)] \quad (1.21)$$

dove \mathbb{F} indica la trasformata di Fourier.

Utilizzando la (1.21) e la (1.19), e indicando esplicitamente la dipendenza dalle coordinate d'apertura, la deformazione superficiale lungo \hat{i}_n si ottiene come

$$\begin{aligned} \varepsilon_n(x', y') &= \frac{\lambda}{4\pi} \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}} \text{phase} \left\{ e^{j2\beta f} \mathbb{F}^{-1} [T_c(u, v)] \right\} = \\ &= \frac{\lambda}{4\pi} \sqrt{1 + \frac{x'^2 + y'^2}{4f^2}} \text{phase} \left\{ e^{j2\beta f} \mathbb{F}^{-1} [T_c(u, v)] \right\} \end{aligned} \quad (1.22)$$

In alcuni casi, si preferisce misurare la deformazione lungo la direzione assiale. Perciò risulta utile definire anche $\varepsilon_z(x', y')$, ossia la lunghezza della deformazione lungo la direzione z . Con considerazioni geometriche simili a quelle appena descritte, e come riportato in [2] si ottiene

$$\begin{aligned}
\varepsilon_z(x', y') &= \frac{\lambda}{4\pi} \frac{1}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} \text{phase} \left\{ e^{j2\beta f} \mathbb{F}^{-1} [T_c(u, v)] \right\} = \\
&= \frac{\lambda}{4\pi} \left(1 + \frac{x'^2 + y'^2}{4f^2} \right) \text{phase} \left\{ e^{j2\beta f} \mathbb{F}^{-1} [T_c(u, v)] \right\}
\end{aligned} \tag{1.23}$$

1.2.1 Parametri di campionamento nella misura del pattern

Dalla equazione (1.14) si può notare che la corrente \tilde{J}_c è una funzione definita su un dominio limitato (la superficie del riflettore) e, quindi, la sua trasformata di Fourier T_c è una funzione analitica che si estende all'infinito. Questo, ovviamente, comporta che $T_c(u, v)$ debba essere misurato (o simulato) in una mappa finita di $K * K$ punti (u_k, v_k) , con $k = 1, \dots, K$, che devono essere scelti rispettando il passo di campionamento di Nyquist.

Per un riflettore di diametro D il passo di campionamento è legato alla larghezza del fascio del pattern del riflettore, ossia circa λ/D (ottenuta a -3 dB del massimo del lobo principale). Tuttavia, poiché per calcolare la (1.21) si usa l'algoritmo basato sulla trasformata veloce di Fourier (Fast Fourier transform, FFT), si sceglie un passo di campionamento più piccolo per evitare l'effetto *aliasing* di sovrapposizione delle repliche nel dominio di apertura. Questo passo è definito come

$$\Delta u = \Delta v = \kappa \frac{\lambda}{D} \tag{1.24}$$

dove κ è un fattore di sovra-campionamento che in genere si sceglie nell'intervallo $0.5 < \kappa < 1$. Dalle proprietà della FFT si ricava che la risoluzione sul piano d'apertura del riflettore lungo le due direzioni x e y è pari a

$$\Delta x = \frac{D}{\kappa(K-1)} = \frac{\lambda}{(K-1)\Delta u} \quad \Delta y = \frac{D}{\kappa(K-1)} = \frac{\lambda}{(K-1)\Delta v} \quad (1.25)$$

dove K è il numero di punti del pattern misurato (o simulato) nella direzione u o v . Pertanto, dalla (1.25) risulta chiaro che per ottenere un'alta risoluzione trasversale, è necessario misurare (o simulare) larghe mappe del diagramma di radiazione (K grande).

In generale come regola di progetto si impone che la risoluzione massima sul piano d'apertura sia pari alla dimensione minima dei pannelli che formano la superficie del riflettore.

Infine, vale la pena sottolineare che il pattern T non sempre può essere misurato in una mappa rettangolare di punti nelle coordinate (u, v) del sistema di riferimento dell'antenna, ma piuttosto in altre coordinate più convenienti per le misure di un radio telescopio, come azimuth e elevazione nel sistema di riferimento terrestre. In questo ultimo caso, prima di usare la FFT, è necessario un cambio di coordinate e un algoritmo di interpolazione per portare i valori del pattern nel sistema di coordinate (u, v) .

1.2.2 Algoritmo di Papoulis per l'olografia: FFT iterativa

In molti casi, può essere necessario estendere il dominio dei dati misurati (o simulati) $T_c(u, v)$ per migliorare, se possibile, la risoluzione ottenibile sul piano d'apertura. Il metodo iterativo adottato per l'olografia a microonde è quello proposto da Papoulis [16]. Prima di tutto si esprime la (1.14) in una forma più comoda

$$T(u, v) \cong \mathbb{F}(Q) = \int_{S'} Q(x', y') e^{j\beta(x'u + y'v)} dx' dy'. \quad (1.26)$$

dove Q esprime il campo sull'apertura del riflettore. Poiché Q è zero all'esterno del bordo del riflettore, il dominio di integrazione può essere esteso all'infinito portando alla nota relazione di Fourier, la quale invertita consente di ottenere

$$Q(x', y') \cong \mathbb{F}^{-1}(T). \quad (1.27)$$

Il processo iterativo, descritto in Figura 1.6, consiste nel riempire di zeri la zona in cui si desidera estendere il pattern misurato (o simulato), così da ottenere un nuovo pattern che è chiamato ${}_0T_e$ (riquadro 1 della Figura 1.6), ossia il pattern esteso all'iterazione zero, e definito come

$$\begin{cases} {}_0T_e = T & \text{nel dominio originale} \\ {}_0T_e = 0 & \text{nel dominio esteso} \end{cases} \quad (1.28)$$

Si trasforma, poi, con una FFT inversa e si trova ${}_0Q$, ossia il pattern d'apertura Q all'iterazione zero. Poiché ${}_0T_e$ è una funzione troncata, la sua trasformata si estenderà all'infinito. Tuttavia, per la fisica del problema, è noto che ${}_0Q$ dovrebbe estendersi alla sola regione in cui esiste la superficie del riflettore, e per questo viene troncato all'esterno della superficie (ossia oltre $D/2$), (riquadro 2 della Figura 1.6). La versione troncata di ${}_0Q$, chiamata ${}_0Q_t$, viene trasformata con una FFT per ottenere ${}_0T'$. Da T e ${}_0T'$ si ottiene ${}_1T_e$ (riquadro 3 della Figura 1.6), ossia il pattern esteso alla prima iterazione che è definito come

$$\begin{cases} {}_1T_e = T & \text{nel dominio originale} \\ {}_1T_e = {}_0T' & \text{nell'estensione} \end{cases} \quad (1.29)$$

La funzione ${}_1T_e$ costituisce un miglioramento rispetto ${}_0T_e$, poiché il suo dominio esteso è riempito con una funzione non nulla che contribuisce a fornire nuove informazioni, anche se estrapolate, che potrebbero migliorare la risoluzione sul piano d'apertura. Il processo viene infine reiterato fino a convergenza, ossia fino a quando le code della funzione Q si riducono gradualmente all'esterno del dominio fisico dell'antenna.

Da quanto detto finora, si evince che la tecnica olografica basata sulla FFT permette di determinare il valore delle deformazioni (1.22) e (1.23) con una

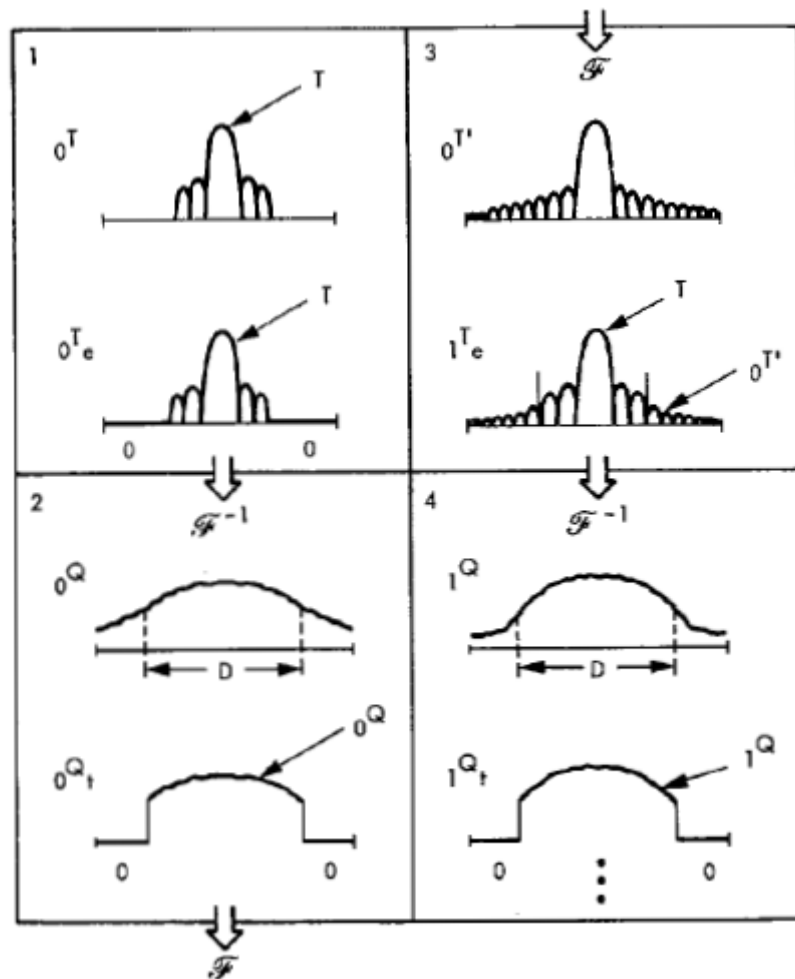


Figura 1.6 Passi dello schema iterativo. T è il pattern in far-field misurato o simulato, e_0Q è l'ampiezza del campo di apertura. (Fonte: Rahmat-Samii [10]).

risoluzione che dipende dalle dimensioni del dominio di misura. Inoltre, con la stessa tecnica, ma resa iterativa con l'algoritmo di Papoulis, il dominio di misura può essere esteso all'infinito e quindi, in teoria, si potrebbero ricostruire le deformazioni con una risoluzione sempre più elevata. In realtà nella determinazione della risoluzione il parametro dominante è la dimensione K della mappa del pattern misurato (o simulato) e non la dimensione K_e della mappa del pattern nel dominio esteso [10]. Questa distinzione suggerisce che si può parlare di due tipi di risoluzione: la risoluzione reale (*actual resolution*) che

dipende da K , e che è definita dalla (1.25); e la risoluzione grafica (*graphical resolution*) che dipende da K_e e che possiamo definire come

$$\Delta x_e = \frac{D}{\kappa(K_e - 1)} = \frac{\lambda}{(K_e - 1)\Delta u} \quad \Delta y_e = \frac{D}{\kappa(K_e - 1)} = \frac{\lambda}{(K_e - 1)\Delta v} \quad (1.30)$$

In questo modo, dato un dominio di misura $K * K$, e quindi con la risoluzione effettiva Δx e Δy fissata dalla (1.25), la FFT iterativa, estendendo il dominio a $K_e * K_e$ con $K_e > K$, consente di migliorare la risoluzione grafica della mappa delle deformazioni ottenendo un numero di punti di ricostruzione sul piano d'apertura maggiore rispetto a quelli fissati dal dominio di misura ($K_e^2 > K^2$).

Come già accennato nel Paragrafo 1.1, la precisione nella ricostruzione delle deformazioni mediante i metodi olografici dipende, oltre che dalla dimensione del dominio di misura, anche dal livello del *SNR* nella misura. Per questa ultima ragione le misure del pattern in far-field vengono fatte puntando il radio telescopio verso sorgenti che emettono un segnale sufficientemente forte e costante nel tempo, come i satelliti geostazionari. Questo, ovviamente, lega le misure olografiche, innanzitutto alla disponibilità di un satellite, e poi alla sua frequenza di trasmissione, in genere non troppo elevata (come la banda *Ku*, nel caso di satelliti per la televisione digitale).

Per superare il vincolo sulla frequenza di misura utilizzabile, più di recente si è cercato di estendere l'impiego dell'olografia a microonde anche a partire da misure in campo vicino (o zona di Fresnel) dell'antenna. Come ben noto, la dinamica del campo in zona di Fresnel è molto più bassa rispetto a quella del campo in far-field. Inoltre, la distanza ridotta tra l'AUT e la sorgente permette di ottenere un segnale più forte nella acquisizione dei dati.

Utilizzando i dati acquisiti in questo modo, alcune tecniche estrapolano il pattern in far-field mediante una trasformazione near-field-far-field (NF-FF)[17], allo scopo di sfruttare ancora la tecnica basata sulla FFT. La procedura di estrapolazione comporta, in generale, un aumento del tempo di elaborazione e la sua complessità aumenta a seconda che l'antenna probe acquisisca l'insieme di dati in near-field della AUT su una superficie piana, cilindrica o sferica

(scelta che dipende dal tipo di AUT) [10]. In particolare, per le antenne ad alto guadagno, come gli array planari, l'insieme di punti di misura è acquisito su un piano e la complessità della procedura di estrapolazione si mantiene accettabile. Benché l'extrapolazione del far-field a partire dai dati misurati (o simulati) su una superficie cilindrica risulti più complessa rispetto al caso planare, per molte antenne, la misura, il sistema di posizionamento e l'equipaggiamento del probe risulta poco dispendioso. Infine, quando i punti di misura sono acquisiti su una porzione di superficie sferica la complessità e, quindi, il tempo di calcolo della trasformazione NF-FF è più elevato rispetto ai due casi precedenti e aumenta all'aumentare delle dimensioni dell'antenna.

Tuttavia, questo approccio può essere conveniente in alcuni casi, perché permette di sfruttare le infrastrutture e la strumentazione, oramai molto diffuse, per le misure in campo vicino [17]. Sfortunatamente, questa non è la migliore soluzione per la diagnostica delle grandi antenne a riflettore. In questi casi, infatti, i vantaggi delle operazioni di misura al chiuso non si possono sfruttare perché, ovviamente, le campagne di misura devono essere effettuate sul sito dell'antenna.

Inoltre, le misure in campo vicino richiedono che l'antenna probe si muova lungo la regione di misura e contemporaneamente effettui il campionamento del campo. Questa procedura necessita della disponibilità di un accurato e costoso sistema di posizionamento che rende la misura diretta del campo lontano preferibile per i propositi dell'olografia a microonde applicata alle grandi antenne a riflettore. In questo caso, infatti, la misura del pattern in far-field può essere ottenuta utilizzando solo il sistema di posizionamento del radio telescopio.

Si vuol fare notare che la campagna di misure in zona di Fresnel può essere effettuata nello stesso modo del caso di misure di campo in zona di Fraunhofer, ossia puntando l'antenna a riflettore verso un'antenna probe sorgente, per esempio una sorgente radio terrestre. A questo proposito, anche una semplice antenna a basso guadagno si può adattare bene, in quanto garantisce un SNR più alto rispetto a quello ottenibile con le misure in far-field. Inoltre, rispetto alle

misure in far-field, la flessibilità nella scelta della frequenza di lavoro può essere utilizzata per fissare la distanza di misura sulla base della orografia intorno al sito della AUT.

Per quanto detto, così come nelle misure in far-field, l'antenna probe si suppone fissa e la scansione del campo nella regione di Fresnel può essere eseguita muovendo il riflettore lungo le coordinate azimut ed elevazione in una finestra di osservazione nel sistema di riferimento terrestre. In questo modo si può pensare di evitare l'utilizzo del sistema di posizionamento dell'antenna probe e di poter acquisire i punti campo con una scansione in una finestra di campionamento sferica.

A questo punto, in teoria la trasformazione NF-FF potrebbe essere utilizzata per estrapolare il campo lontano e poter applicare la tecnica standard basata sulla FFT per la diagnostica della superficie del riflettore. In pratica, quando i dati sono acquisiti da una scansione sferica, tale trasformazione diventa complicata e pesante dal punto di vista computazionale. Inoltre, se le misure sono effettuate in una piccola porzione del campo, come nel caso dell'olografia, la procedura si complica ulteriormente, in quanto la rappresentazione in termini di "espansione in onde sferiche" potrebbe non garantire più una rappresentazione a ridondanza minima [18].

1.3 Obiettivi della tesi

In questa tesi l'attenzione è stata posta principalmente sull'uso dell'olografia a microonde, in particolare quella coerente, per il calcolo della corrente indotta sulla superficie di un riflettore, usando i dati di ampiezza e fase del campo radiato da un'antenna a riflettore.

Questo approccio richiede la soluzione di un problema inverso che risulta fortemente mal-condizionato. Inoltre, poiché è possibile misurare (o simulare) il

pattern d'antenna solo in un dominio limitato, la soluzione deve essere cercata utilizzando una procedura di regolarizzazione.

Come descritto nel Paragrafo 1.2, finora questo problema è stato risolto utilizzando una procedura basata sull'inversione della trasformata di Fourier applicata ad un insieme di dati in far-field o misurati (simulati) direttamente [9-13], o estrapolati da misure in campo vicino [17]. Questa procedura è molto efficiente dal punto di vista computazionale quando è applicata ad un insieme di dati in far-field, ma diventa più pesante quando i dati sono misurati in near-field. Infatti, in questo caso, prima di poter applicare l'algoritmo della FFT, è necessario estrapolare i dati in far-field mediante una trasformazione NF-FF. Inoltre, come richiesto dall'algoritmo della FFT (si veda il Paragrafo 1.2.1), il campo radiato dal riflettore deve essere misurato alla frequenza di campionamento di Nyquist e l'intervallo di campionamento della corrente è dettato dalle proprietà della FFT, si veda (1.25). Questa scelta assicura una regolarizzazione implicita del problema [16], ma tale regolarizzazione è indipendente dal livello di rumore sui dati.

L'obiettivo di questa tesi è di proporre un'approccio alla soluzione del problema di ricostruzione della superficie di riflettori basata sulla decomposizione a valori singolari (Singular Value Decomposition, SVD), che si pone come una valida alternativa alla tecnica standard quando si utilizza un singolo riflettore o un doppio riflettore in configurazione simmetrica.

La tecnica presentata nei prossimi capitoli di questa tesi permette di trovare una soluzione al problema inverso lineare con i seguenti vantaggi:

- i. non richiede l'approssimazione parassiale (approssimazione fatta invece nella tecnica standard) e, quindi, permette di partire indifferentemente o da un insieme di dati acquisiti in far-field o in near-field. In particolare la procedura non richiede la trasformazione NF-FF, ma utilizza direttamente i dati in near-field;
- ii. fornisce uno schema di regolarizzazione flessibile che è in grado di tener conto del livello di rumore sui dati e di legarlo alla risoluzione;

iii. non pone nessun vincolo tra i punti di ricostruzione e i punti di misura, e quindi separa in modo netto la risoluzione grafica da quella effettiva.

In particolare nel Capitolo 2 la relazione tra il campo in far-field (o near-field) e la corrente indotta sulla superficie di un riflettore parabolico è riformulata nel senso dei minimi quadrati come un problema inverso discreto. Nel Capitolo 3 è descritto l'approccio ad una soluzione regolarizzata ottenuta mediante la SVD. In particolare, nel Paragrafo 3.1 è mostrato come la proprietà di simmetria dei riflettori centrati permette di sviluppare in serie di Fourier il pattern radiato e la corrente indotta sul riflettore, e quindi di ridurre la complessità computazionale della SVD, quando viene applicata a problemi di grandi dimensioni.

Quando, invece, viene meno la proprietà di simmetria, come per esempio nei riflettori in configurazione offset, la tecnica proposta risulta molto complessa da applicare.

Pertanto, nel Capitolo 4 la tecnica olografica proposta in questo lavoro è stata testata e confrontata con la tecnica standard utilizzando dati in far-field (anche rumorosi) di un riflettore centrato, come il radio telescopio di Noto. Questi dati sono stati simulati con il software commerciale GRASP 9 CAD della TICRA, la cui licenza è depositata presso l'Osservatorio Astronomico di Cagliari. Le ricostruzioni olografiche ottenute con le due tecniche sono mostrate nel Paragrafo 4.2 e 4.3.

Nel Capitolo 5, infine, sono mostrate le ricostruzioni olografiche ottenute utilizzando i dati in near-field (anche rumorosi) simulati con il software GRASP e direttamente usati nella procedura di inversione della tecnica basata sulla SVD.

Capitolo 2

Formulazione della ricostruzione olografica a microonde

2.1 La formulazione del problema inverso in far-field

Nella formulazione del problema olografico inverso la relazione tra il campo radiato in far-field $\underline{E}_{FF}(r, \theta, \phi)$ e la densità di corrente $\underline{J}(\underline{r}_0)$ indotta sulla superficie di un riflettore è espressa, per comodità della trattazione successiva, in una forma diversa dalla (1.6) e (1.7), ma sostanzialmente equivalente. Come riportato in [1] si ha:

$$\underline{E}_{FF}(r, \theta, \phi) = -j\beta\xi \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \underline{F}_{FF}(\theta, \phi) \quad (2.1)$$

dove r è la distanza del punto di misura dall'antenna e

$$\underline{F}_{FF}(\theta, \phi) = [\underline{I} - \underline{i}_r \underline{i}_r] \cdot \iint_S \underline{J}(\underline{r}_0) e^{j\beta \underline{i}_r \cdot \underline{r}_0} ds \quad (2.2)$$

dove $\underline{F}_{FF}(\theta, \phi)$ è il pattern di radiazione della antenna a riflettore e \underline{I} è la matrice d'identità; per le altre grandezze, invece, si veda Paragrafo 1.2 e la Figura 1.2.

Si assume che l'antenna a riflettore è illuminata da un feed, posto nel punto focale (O in Figura 1.2), con una polarizzazione lineare ideale. Poiché il riflettore è simmetrico rispetto all'asse, si sceglie l'asse x lungo il piano E del feed. Ora sia \underline{H}^i il campo magnetico incidente generato dal feed. La corrente elettrica indotta $\underline{J}(\underline{r}_0)$ sul riflettore dipende da \underline{H}^i . Utilizzando ora

l'approssimazione di ottica fisica (Physical Optics, PO) [1], la corrente $\underline{J}(\underline{r}_0)$ si può esprimere come,

$$\underline{J}^{(PO)}(\underline{r}_0) = 2 \underline{i}_n \times \underline{H}^i(\underline{r}_0) \quad (2.3)$$

dove \underline{i}_n è la normale alla superficie del riflettore.

In modo equivalente, la (2.3) si può riscrivere come

$$\underline{J}^{(PO)} = 2H^i \underline{i}_j \quad (2.4)$$

dove $2H^i$ è l'ampiezza della corrente e la sua direzione \underline{i}_j è

$$\underline{i}_j = \frac{\underline{i}_n \times \underline{i}_H}{|\underline{i}_n \times \underline{i}_H|} \quad (2.5)$$

in cui \underline{i}_H è la direzione del campo magnetico incidente H^i . Dalle ipotesi fatte sul campo elettrico incidente sul riflettore e esprimendo \underline{r}_0 in coordinate cartesiane si ha che:

$$\begin{aligned} \underline{i}_H &= \underline{i}_{y'} - \underline{r}_0 (\underline{r}_0 \cdot \underline{i}_{y'}) = \\ &= \frac{-\sin^2 \alpha \sin \varphi \cos \varphi \underline{i}_{x'} + (1 - \sin^2 \alpha \sin \varphi) \underline{i}_{y'} - \sin \alpha \cos \alpha \sin \varphi \underline{i}_{z'}}{|-\sin^2 \alpha \sin \varphi \cos \varphi \underline{i}_{x'} + (1 - \sin^2 \alpha \sin \varphi) \underline{i}_{y'} - \sin \alpha \cos \alpha \sin \varphi \underline{i}_{z'}|} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Il versore normale alla superficie del riflettore \underline{i}_n è dato da:

$$\underline{i}_n = \frac{\underline{N}}{|\underline{N}|} \quad (2.7)$$

dove $\underline{N} = \left[-\frac{\partial g}{\partial x'} \underline{i}_{x'} - \frac{\partial g}{\partial y'} \underline{i}_{y'} + \underline{i}_{z'} \right]$ e $g(x', y') = z' = \frac{x'^2 + y'^2}{4f} - f$ descrive la superficie del riflettore parabolico.

L'integrale (2.2) si può scrivere in termini delle coordinate d'apertura (ρ, φ) ($z' = -z$, $x' = \rho \sin \varphi$, $y' = -y = \rho \cos \varphi$) utilizzando lo Jacobiano J_s definito in (1.18):

$$\underline{E}_{FF}(\theta, \phi) = \left[\underline{I} - \underline{i}_r \underline{i}_r \right] \cdot \iint_{S'} \tilde{\underline{J}}(\rho, \varphi) e^{j\beta \underline{i}_r \cdot \underline{r}_0} \rho d\rho d\varphi \quad (2.8)$$

dove

$$\tilde{\underline{J}}(\rho, \varphi) = \underline{J}^{PO}(\rho, \varphi) J_s. \quad (2.9)$$

Il nuovo dominio di integrazione S' in (2.8) è la proiezione della superficie del riflettore S sul piano d'apertura, e quindi definito nell'intervallo $\rho \in [R_b, R]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$, in cui R_b e R sono ,rispettivamente, il raggio della regione di bloccaggio e il raggio del riflettore.

La corrente equivalente $\tilde{\underline{J}}(\rho, \varphi)$ ha una direzione data dalla (2.5) e può essere espressa come

$$\tilde{\underline{J}}(\rho, \varphi) = \tilde{J}(\rho, \varphi) \underline{i}_j \quad (2.10)$$

dove $\tilde{J}(\rho, \varphi)$ è la corrente incognita che si vuole ricostruire dai dati di misura acquisiti in far-field.

Ora svolgendo il prodotto scalare $\underline{i}_r \cdot \underline{r}_0$ in (2.8) e esprimendo \underline{i}_r e \underline{r}_0 mediante le loro componenti sferiche si ottiene:

$$\underline{E}_{FF}(\theta, \phi) = \left[\underline{I} - \underline{i}_r \underline{i}_r \right] \cdot \underline{i}_j \int_{R_b}^R \int_0^{2\pi} \tilde{J}(\rho, \varphi) e^{j\beta(z' \cos \theta + \rho \sin \theta \cos(\varphi - \phi))} \rho d\rho d\varphi \quad (2.11)$$

dove $z'(\rho) = \left[\rho^2 / (4f) \right] - f$, è l'equazione della superficie del riflettore parabolico espresso in coordinate polari dell'apertura.

Ora, dato che l'attenzione è puntata sul profilo del riflettore, ossia, su una quantità scalare, solo una componente della corrente indotta è sufficiente ad ottenere le deformazioni sulla superficie del riflettore. Per questa ragione, si considera una sola componente del far-field, e si sceglie la componente co-polare

$$F_{FFc}(\theta, \phi) = \underline{i}_c \cdot \left[\underline{I} - \underline{i}_r \underline{i}_r \right] \cdot \underline{i}_j \int_{R_b}^R \int_0^{2\pi} \tilde{J}(\rho, \varphi) e^{j\beta(z' \cos \theta + \rho \sin \theta \cos(\varphi - \phi))} \rho d\rho d\varphi. \quad (2.12)$$

In teoria anche la componente cross-polare permetterebbe di ottenere le informazioni sulla superficie, in pratica si preferisce la componente co-polare perchè permette di avere un migliore SNR sui dati. In (2.12) il vettore

$$\begin{aligned} \underline{i}_c &= \underline{i}_\theta \cos(\phi) - \underline{i}_\phi \sin(\phi) = \\ &= \left[1 - \cos^2 \phi (1 - \cos \theta) \right] \underline{i}_x - (1 - \cos \theta) \sin \phi \cos \phi \underline{i}_y - \sin \theta \cos \phi \underline{i}_z \end{aligned} \quad (2.13)$$

è la direzione della co-polare del campo (terza definizione di Ludwig [19]), assumendo che il campo elettrico radiato sia principalmente polarizzato lungo la direzione x . Si noti che per riflettori larghi e focalizzanti, come quelli radio astronomici, si può assumere che $\theta \ll 1$ (espresso in radianti, e quindi $\cos \theta \cong 1$ and $\sin \theta \cong 0$), e ottenere una espressione approssimata della (2.13)

$$\dot{i}_c \cong \dot{i}_x. \quad (2.14)$$

Infine, si vuole sottolineare che, diversamente dalla formulazione dell'approccio basato sulla trasformata inversa di Fourier, descritto nel Paragrafo 1.2 e, in particolare diversamente dalla espressione (1.13), nei termini di fase della (2.13) non è stata fatta l'approssimazione parassiale. Infatti, l'assunzione $\theta \ll 1$, che permette di ottenere la (2.14), è considerata solo nell'approssimazione dell'ampiezza e della direzione della componente co-polare del campo, e quindi non comporta alcuna conseguenza sui risultati della tecnica olografica, in quanto le deformazioni sulla superficie sono calcolate come differenze di fase. Gli effetti dell'approssimazione parassiale sulla ricostruzione delle deformazioni superficiali del riflettore possono diventare rilevanti quando la procedura olografica richiede finestre di osservazione molto larghe. Tuttavia, l'errore è di circa lo 0.1% per angoli fino a 3° dalla direzione dell'asse dell'antenna, come riportato in [5].

La formulazione del problema descritta in questo paragrafo è valida, come ben noto da [1], in approssimazione di far-field o, per meglio dire, per il campo di un'antenna misurato (o simulato) in quella regione, chiamata di Fraunhofer, “*nella quale il pattern di radiazione è essenzialmente indipendente dalla distanza r dalla antenna*”, e può essere individuata a partire da $r \geq 2D^2 / \lambda$ con $D \gg \lambda$, accettando un errore massimo sulla fase di $\pi/8$, quando nell'espressione del campo è usata una approssimazione lineare della fase. In questa regione, le componenti del campo sono traverse e il pattern è indipendente dalla distanza r , si veda la (2.2).

2.2 La formulazione del problema inverso in near-field

Come descritto nel Paragrafo 1.3, uno dei vantaggi dell'applicare la tecnica basata sulla SVD all'olografia a microonde, è che è possibile ricostruire la corrente indotta sul riflettore e, quindi le deformazioni sulla sua superficie, partendo anche da misure del campo in near-field.

In [1], la regione di radiazione in near-field (o zona di Fresnel) è definita come *“quella regione del campo di un'antenna tra la regione del campo solo reattivo (near-field) e la regione del campo solo radiativo (far-field), nella quale la parte radiante del campo è predominante rispetto a quella reattiva e dove il pattern del campo dipende ancora dalla distanza dall'antenna”*. In questa regione il pattern del campo è, in genere, una funzione approssimata della distanza r e la sua componente radiale è ancora apprezzabile. Pertanto la relazione tra il campo in zona di Fresnel $\underline{E}_{NF}(r, \theta, \phi)$ e la corrente $\underline{J}(\underline{r}_0)$ sulla superficie del riflettore può essere approssimata come

$$\underline{E}_{NF}(r, \theta, \phi) = -j\beta\xi \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \underline{E}_{NF}(r, \theta, \phi) \quad (2.15)$$

$$\underline{E}_{NF}(r, \theta, \phi) = \left[\underline{I} - \underline{i}_r \underline{i}_r \right] \iint_S \underline{J}(\underline{r}_0) e^{j\beta \underline{i}_r \cdot \underline{r}_0} e^{-j\beta \frac{1}{2r} [\underline{r}_0^2 - (\underline{i}_r \cdot \underline{r}_0)^2]} ds \quad (2.16)$$

dove r è la distanza tra l'antenna e il punto di misura e, l'approssimazione di campo in zona di Fresnel è considerata valida in $0.62\sqrt{D^3/\lambda} \leq r < 2D^2/\lambda$ (purchè $D \gg \lambda$). Tale intervallo è stato determinato accettando un errore massimo sulla fase di $\pi/8$, quando nell'espressione del campo è usata una approssimazione quadratica della fase.

Ora, supponendo valide le ipotesi fatte nel Paragrafo 2.1, ossia l'ipotesi di polarizzazione lineare ideale del feed e l'ipotesi di PO, che hanno permesso di ottenere le espressioni dalla (2.3) alla (2.7), la (2.9) e la (2.10), e ancora supponendo valida anche l'ipotesi di riflettori grandi e focalizzanti che ha permesso di ottenere la (2.14), le espressioni dalla (2.3) alla (2.7), la (2.9) e la

(2.10), a partire dalla (2.16), possono essere utilizzate per trovare l'equivalente in near-field della (2.12). Perciò si ha

$$F_{NFc}(r, \theta, \phi) = \underline{i}_c \cdot \left[\underline{I} - \underline{i}_r \underline{i}_r \right] \cdot \underline{i}_j \int_{R_b}^R \int_0^{2\pi} \tilde{J}(\rho, \varphi) G(r, \rho, \varphi) \rho d\rho d\varphi \quad (2.17)$$

dove

$$G(r, \rho, \varphi) = e^{j\beta(\vartheta \rho^2 - 2\eta z^2)} e^{j\beta[z \cos\theta + (\rho \sin\theta + \rho z' \gamma) \cos(\varphi - \phi)]} e^{j\beta[\eta z'^2 \cos 2(\varphi - \phi)]} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \vartheta(r, \theta) &= -\frac{1 - \sin^2\theta}{2r} \\ \eta(r, \theta) &= \frac{\sin^2\theta}{4r} \\ \gamma(r, \theta) &= \frac{\sin 2\theta}{2r} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Dalla (2.17) si può notare che la distanza r è un parametro che nel calcolo dell'integrale (2.17) viene fissato pari al valore (compreso nell'intervallo $0.62\sqrt{D^3/\lambda} \leq r < 2D^2/\lambda$) della distanza della sorgente dall'AUT e, per questa ragione, nel seguito verrà considerato costante.

2.3 Problema inverso discreto e soluzione ai minimi quadrati

In questo paragrafo verrà proposta una tecnica di risoluzione delle equazioni (2.12) e (2.17) cercando una soluzione nel senso dei minimi quadrati. Poiché tale tecnica si può applicare indifferentemente ad entrambe le equazioni, nel seguito della descrizione faremo riferimento alla sola equazione (2.12), ricordando però che le stesse considerazioni valgono anche per l'equazione (2.17); in caso contrario verrà opportunamente segnalato.

L'equazione (2.12) è una equazione integrale di Fredholm di prima specie [20], dove $\tilde{J}(\rho, \varphi)$ è l'incognita e $F_{FFc}(\theta, \phi)$ è il termine noto. Per comodità nella

notazione, nel seguito la componente co-polare del pattern verrà indicata più semplicemente con $F_c(\theta, \phi)$.

L'inversione della (2.12) è un problema molto mal-condizionato a causa di un kernel che decresce rapidamente e di un dominio di integrazione S' limitato [20]. Segue che la (2.12) non può essere invertita direttamente, ma è necessario applicare una procedura di regolarizzazione, che generalmente richiede anche una definizione differente di soluzione, in considerazione del fatto che l'insieme dei dati di misura acquisiti $F_c(\theta, \phi)$ sono affetti da un inevitabile rumore. Inoltre, si deve sottolineare il fatto che le misure del pattern del campo radiato sono limitate a un numero discreto di punti nel lobo principale dell'antenna e al più nei primi lobi laterali (nel caso del pattern in near-field non essendo possibile distinguere il lobo principale dai primi lobi laterali, le misure sono limitate ad un numero discreto di punti nella regione centrale del pattern di radiazione). Il problema, perciò, deve essere analizzato come un problema inverso lineare discreto [21], [22].

Siano (θ_p, ϕ_p) (con $p = 1, \dots, M$) l'insieme dei punti del campo misurati (o simulati) e L_p il funzionale che fornisce $F_c(\theta_p, \phi_p)$. Se gli f_p sono i valori misurati (o simulati), allora

$$f_p = L_p[\tilde{J}] + n_p = f_p^t + n_p \quad (2.20)$$

dove f_p^t è il valore del campo ideale (ossia senza rumore) e n_p è il rumore sulla p -esima misura. Per risolvere la (2.20), anche la corrente incognita \tilde{J} deve essere discretizzata, scegliendo un opportuno insieme di funzioni di base $I_q(\rho, \varphi)$, con $q = 1, \dots, N$. Perciò, la corrente incognita si può esprimere come

$$\tilde{J}(\rho, \varphi) = \sum_{q=1}^N J_q I_q(\rho, \varphi) \quad (2.21)$$

e la (2.20) può essere riscritta come

$$f_p(\theta, \phi) = \sum_{q=1}^N J_q L_p[I_q(\rho, \varphi)] + n_p. \quad (2.22)$$

Se il funzionale L_p non è invertibile in modo diretto, come nel caso della (2.12), il problema può essere riformulato utilizzando un approccio nel senso dei minimi quadrati. Definendo ora il vettore numerico $\underline{f} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$, avente elementi f_p , e la matrice $\underline{\underline{L}}$ associata al funzionale L_p , si deve cercare una soluzione $\underline{\underline{J}}_{LS}$ (avente elementi J_q) che minimizzi la *norma-2* del residuo

$$\min_{\underline{\underline{J}} \in \mathbb{C}^{M \times 1}} \left\| \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{J}} - \underline{f} \right\|_2^2. \quad (2.23)$$

Questa soluzione è chiamata “soluzione ai minimi quadrati” o “pseudo-soluzione” [21-22], e dipende linearmente dai dati \underline{f} , cosicché si può scrivere

$$\underline{\underline{J}}_{LS} = \underline{\underline{L}}^\dagger \cdot \underline{f} \quad (2.24)$$

dove $\underline{\underline{L}}^\dagger$ è la matrice inversa generalizzata (o inversa di Moore-Penrose) della matrice $\underline{\underline{L}}$ [21-22].

La (2.24) si presenta ora come un problema inverso discreto ben-posto; tuttavia, a causa del fatto che la (2.12) è mal-posta, la soluzione $\underline{\underline{J}}_{LS}$ potrebbe diventare molto instabile e non dipendere più con continuità dai dati. Per questa ragione è necessario introdurre una tecnica di regolarizzazione che possa agire sul mal-condizionamento della matrice $\underline{\underline{L}}$.

Capitolo 3

Soluzione regolarizzata del problema di inversione

3.1 Approccio alla soluzione

In questo capitolo è descritto come trovare la corrente incognita $\tilde{J}(\rho, \varphi)$ sulla superficie di un riflettore simmetrico, utilizzando una formulazione come la (2.24) e una procedura di regolarizzazione basata sulla SVD. Tuttavia, prima di far questo, è necessario esprimere la (2.12) o la (2.17), a seconda che si utilizzi un insieme di dati in far-field o in near-field, in una forma più semplice da risolvere.

Le considerazioni che seguono possono essere applicate in modo equivalente sia alla (2.12) sia alla (2.17) e $F_c(\theta, \phi)$ può essere considerata indifferentemente come la co-polare del pattern in far-field o quella del pattern in near-field.

L'approccio basato sulla SVD, quando è applicato alla risoluzione di un sistema lineare di grandi dimensioni, come quello che può derivare dalla (2.24), risulta pesante dal punto di vista computazionale. Tuttavia, questo problema può essere superato sfruttando le caratteristiche di molte antenne a riflettore, come i radio telescopi simmetrici rispetto all'asse. Infatti, la loro simmetria assiale permette di rappresentare la corrente $\tilde{J}(\rho, \varphi)$ e il pattern di radiazione $F_c(\theta, \phi)$ in serie di Fourier. Ovviamente, per poter calcolare la corrente e il pattern, è necessario troncare le due serie ad un numero finito di termini con una scelta opportuna degli estremi superiori delle serie. Questi estremi possono essere determinati sfruttando il fatto che il pattern di radiazione è una funzione a banda quasi limitata. Questa proprietà suggerisce che il numero minimo di termini

della serie può essere ottenuto dalla banda spaziale del campo scatterato, come discusso in [23]. Per i grandi sistemi scatteratori, come le grandi antenne a riflettore, la banda effettiva del campo, misurata in un dominio circolare, risulta pari a

$$w = \frac{2P+1}{2 \sin \theta_{\max}} = \chi \beta R \quad (3.1)$$

dove R è il raggio della più piccola sfera che include lo scatteratore (l'assunzione fatta è che R sia uguale al raggio del riflettore); χ è un parametro, in genere maggiore dell'unità, che moltiplicato alla banda esatta βR , permette di ottenere una banda effettiva $w > \beta R$, assicurando in questo modo un errore trascurabile di rappresentazione del campo [23]; θ_{\max} è il valore massimo dell'angolo θ del dominio di misura circolare e $2P+1$ è il numero minimo delle armoniche di Fourier necessario per una rappresentazione del campo con un errore trascurabile. Risolvendo la (3.1) rispetto a P , si ottiene che il numero di armoniche per ogni lato della serie è

$$P \cong \chi \beta R \sin \theta_{\max} . \quad (3.2)$$

Pertanto, sia $C_i(\rho)$ la i -esima armonica della corrente e $t_i(\theta)$ la i -esima armonica del campo, lo sviluppo in serie di Fourier per la corrente e il campo è

$$\tilde{J}(\rho, \varphi) = \sum_{i=-P}^P C_i(\rho) \exp[j(i\varphi)], \quad (3.3)$$

$$F_c(\theta, \phi) = \sum_{i=-P}^P t_i(\theta) \exp[j(i\phi)] \quad (3.4)$$

dove ogni armonica $t_i(\theta)$ può essere calcolata come

$$2\pi t_i(\theta) = \int_0^{2\pi} F_c(\theta, \phi) \exp[-j(i\phi)] d\phi . \quad (3.5)$$

Ora, svolgendo i prodotti scalari in (2.12), o in (2.17), sostituendo l'espressioni (3.3) e (3.4) in (2.12), o in (2.17), e usando l'espressione approssimata (2.14), dopo aver calcolato gli integrali rispetto alle variabili φ e ϕ , la (2.12) diventa

$$\begin{aligned}
t_i(\theta) &\cong (j)^i \pi \int_{R_b}^R \left[4 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 2 \sin \alpha \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right] Q(\rho, \theta) C_i(\rho) \rho d\rho + \\
&+ (j)^i \frac{\pi}{4} \int_{R_b}^R \sin \alpha \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) Q(\rho, \theta) C_{i-2}(\rho) \rho d\rho + \\
&+ (j)^i \frac{\pi}{4} \int_{R_b}^R \sin \alpha \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) Q(\rho, \theta) C_{i+2}(\rho) \rho d\rho
\end{aligned} \tag{3.6}$$

dove $Q_i(\rho, \theta) = J_i(\beta\rho \sin \theta) e^{j\beta z(\rho) \cos \theta}$ e J_i è la funzione di Bessel di prima specie; mentre la (2.17) diventa

$$\begin{aligned}
t_i(\theta) &\cong \pi \int_{R_b}^R \left[4 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 2 \sin \alpha \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right] R_i(\rho, \theta) C_i(\rho) \rho d\rho + \\
&+ \frac{\pi}{4} \int_{R_b}^R \sin \alpha \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) R_i(\rho, \theta) C_{i-2}(\rho) \rho d\rho + \\
&+ \frac{\pi}{4} \int_{R_b}^R \sin \alpha \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) R_i(\rho, \theta) C_{i+2}(\rho) \rho d\rho
\end{aligned} \tag{3.7}$$

dove $R_i(\rho, \theta) = e^{j\beta(\vartheta\rho^2 - 2\eta z^2 + z' \cos \theta)} \sum_{k=-\infty}^{\infty} j^{i-k} J_{i-2k}(\vartheta) J_k(\eta)$ è una funzione che

contiene una somma di prodotti di funzioni di Bessel di prima specie.

Come risulta evidente dalla (3.6) o dalla (3.7), la rappresentazione in serie della corrente comporta un accoppiamento tra diverse armoniche, cosicché la i -esima armonica del campo $t_i(\theta)$ è accoppiata debolmente con le armoniche $(i-2)$ -esima e $(i+2)$ -esima della corrente (C_{i-2} and C_{i+2}). In realtà, l'ampiezza dei termini di accoppiamento, ossia $\sin \alpha \sin(\alpha/2)$, cresce con l'angolo α sotto il quale il feed illumina il riflettore e, perciò, decresce quando il rapporto focale diametro (f/D) cresce. Comunque, si è trovato che l'ampiezza dei termini di accoppiamento si mantiene piccola abbastanza anche per piccolo valori di f/D tipici delle antenne radio astronomiche. Allo stesso risultato si è arrivati analizzando l'accoppiamento delle armoniche utilizzando il metodo perturbativo-iterativo descritto in [24].

Perciò, trascurando il contributo degli integrali che contengono i termini di accoppiamento, la (3.6) può essere approssimata come

$$t_i(\theta) \cong (j)^i 4\pi \int_{R_b}^R \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) Q_i(\rho, \theta) C_i(\rho) \rho d\rho; \quad (3.8)$$

allo stesso modo la (3.7) diventa

$$t_i(\theta) \cong 4\pi \int_{R_b}^R \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) R_i(\rho, \theta) C_i(\rho) \rho d\rho \quad (3.9)$$

dove sia in (3.8) che in (3.9) l'armonica del campo $t_i(\theta)$ è ora disaccoppiata dalle armoniche della corrente $C_{i-2}(\rho)$ e $C_{i+2}(\rho)$ e legata solo alla armonica $C_i(\rho)$ corrispondente.

Discretizzando in modo opportuno $t_i(\theta)$ e $C_i(\rho)$, rispettivamente nelle variabili θ e ρ , la (3.8), o la (3.9), diventa un sistema lineare per ogni armonica i -esima, che può essere risolto utilizzando una formulazione come in (2.24). La discretizzazione della (3.8) o della (3.9) e la loro formulazione nel senso dei minimi quadrati sarà l'argomento del prossimo paragrafo.

3.2 Regolarizzazione della soluzione usando la SVD

L'equazione di Fredholm (3.8), o (3.9), può essere trasformata in un sistema lineare rappresentando il coefficiente i -esimo dell'armonica $C_i(\rho)$ in termini di un insieme di funzioni di base costanti a tratti $\{\hat{I}_q(\rho)\}$, $q = 1, \dots, N$. Pertanto, il dominio di integrazione della (3.8) o della (3.9) si può suddividere in N sottodomini tali che:

$$\Delta\rho = \frac{R - R_b}{N} \quad (3.10)$$

dove N è scelto in modo indipendente dal numero di punti di misura M . Entrambi i membri della (3.8), o della (3.9), devono essere poi discretizzati in corrispondenza dei punti di misura. Tuttavia, questa ultima operazione non è

diretta, perchè $F_c(\theta, \phi)$ (e quindi $t_i(\theta)$) deve essere misurato in punti posti su cerchi concentrici, nelle coordinate (u, v) ($u = \sin \theta \cos \phi, v = \sin \theta \sin \phi$, sistema di riferimento dell'antenna), mentre, in genere, l'insieme dei dati sono disponibili in punti di misura in un reticolo quadrato, e espressi nelle coordinate azimut-elevazione (sistema di riferimento terrestre). Pertanto, prima di procedere con la discretizzazione della (3.8); o della (3.9), è necessario effettuare una trasformazione di coordinate che si svolge in due passi:

i) i dati misurati sono trasformati dal sistema di coordinate terrestri (un reticolo regolare in azimut-elevazione di dimensione $K \times K$) al sistema di coordinate (u, v) dell'antenna, che, per angoli θ piccoli, può essere considerato un reticolo regolare;

ii) i dati, trasformati nel sistema di riferimento dell'antenna, sono interpolati in un insieme di punti posti su delle circonferenze concentriche equispaziate, e i cui valori sono scelti in modo che $\theta_p = p\Delta\theta$, con $p = 1, \dots, M$ e $\Delta\theta = \theta_{\max} / M$, con $M \geq K$ (M è scelto in modo che la circonferenza di punti più esterna circoscriva il quadrato più esterno dei punti del reticolo regolare).

L'interpolazione è svolta utilizzando delle funzioni auto-troncanti a banda limitata [25] e, per ogni valore di θ_p , il numero di punti di interpolazione n_ϕ rispetto alla coordinate ϕ , si determina utilizzando la condizione sulla banda spaziale del campo scatterato [23], ossia

$$n_\phi(\theta_p) = \chi\beta R \sin \theta_p. \quad (3.11)$$

Perciò, il passo di campionamento lungo ogni circonferenza θ_p è

$$\Delta\phi_p = \frac{2\pi}{2n_\phi(\theta_p) + 1}. \quad (3.12)$$

La discretizzazione della (3.8), o della (3.9), appena descritta, conduce ad un sistema lineare in cui le dimensioni della matrice, e quindi quelle del vettore numerico dei dati e delle incognite, sono diverse per ogni armonica. Con maggiore dettaglio si ha che, un dato anello circolare di corrente a distanza R_0 dall'asse del riflettore (ossia tutti i punti della corrente sul riflettore in $\rho \cong R_0$)

produce, nella regione di misura, solo le armoniche del campo fino a $\hat{P}(R_0) = \chi\beta R_0 \sin\theta_{MAX}$ (si veda l'equazione (3.2)). Pertanto, la corrente dell'anello del riflettore $\rho \cong R_0$ deve essere ricostruita utilizzando solo le armoniche del campo nell'intervallo $[-\hat{P}(R_0), \hat{P}(R_0)]$. Di conseguenza, nel sistema lineare, associato all'armonica i -esima, la dimensione del vettore numerico delle incognite è $\tilde{N}_i \leq N$, dove \tilde{N}_i è il numero di punti della armonica i -esima della corrente che possono essere ricostruiti dalla corrispondente armonica del campo.

Inoltre, per ogni punto di misura θ_p , il campo scatterato ha una banda spaziale pari a $(2\tilde{P} + 1)/2 \sin \theta_p = \chi\beta R$. Questo significa che l'indice massimo $\tilde{P}(\theta_p)$ delle armoniche di Fourier per rappresentare il campo nel punto θ_p è dato da $\tilde{P}(\theta_p) = \chi\beta R \sin \theta_p$. Di conseguenza, la dimensione del vettore numerico dei dati, associato all'armonica i -esima, è $\tilde{M}_i \leq M$, dove \tilde{M}_i è il numero di punti θ_p che possono essere usati per la rappresentazione della armonica i -esima del campo, in accordo con la condizione sulla banda spaziale.

Pertanto, si definisce il vettore numerico $\underline{A}^{(i)}$, le cui componenti sono i coefficienti delle espansioni dell'armonica $C_i(\rho)$ espressa in termini dell'insieme $\{\hat{I}_q(\rho)\}$

$$C_i(\rho) = \sum_{q=N-\tilde{N}_i+1}^N A_q^{(i)} \hat{I}_q(\rho) \quad (3.13)$$

e il vettore numerico $\underline{T}^{(i)}$ di componenti $t_i(\theta_p)$, con $p = M - \tilde{M}_i + 1, \dots, M$.

Considerato che la soluzione di ogni i -esimo sistema lineare può essere trovata nello stesso modo, e indipendentemente dagli altri, nel seguito verrà descritta la tecnica di soluzione per la forma generale di tali sistemi, ossia

$$\underline{L} \cdot \underline{A} = \underline{T} \quad (3.14)$$

dove $\underline{L} \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times \tilde{N}}$, $\underline{A} \in \mathbb{C}^{\tilde{N} \times 1}$ e $\underline{T} \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times 1}$.

L'equazione (3.14) può essere risolta nel senso dei minimi quadrati [20-21], usando una regolarizzazione basata sulla decomposizione a valori singolari della matrice $\underline{\underline{L}}$:

$$\underline{\underline{L}} = \underline{\underline{U}} \cdot \underline{\underline{\Sigma}} \cdot \underline{\underline{V}}^H \quad (3.15)$$

dove $\underline{\underline{U}} \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times \tilde{N}}$, $\underline{\underline{V}} \in \mathbb{C}^{\tilde{N} \times \tilde{N}}$ sono matrici ortonormali, l'apice H indica la matrice Hermitiana della matrice $\underline{\underline{V}}$, e $\underline{\underline{\Sigma}} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_{\tilde{N}}) \in \mathbb{C}^{\tilde{N} \times \tilde{N}}$ è una matrice diagonale. Gli elementi diagonali, chiamati valori singolari della matrice $\underline{\underline{L}}$, sono non negativi e appaiono in ordine non crescente tale $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\tilde{N}}$. Inoltre, il rapporto tra il valore singolare più grande σ_1 e quello più piccolo diverso da zero σ_r , è il numero di condizionamento [20] della matrice $\underline{\underline{L}}$, definito da

$$\text{cond}(\underline{\underline{L}}) = \frac{\|\underline{\underline{L}}\|_2}{\|\underline{\underline{L}}^\dagger\|_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_r}. \quad (3.16)$$

In pratica, il numero di condizionamento di $\underline{\underline{L}}$ è il rapporto tra l'errore relativo nella soluzione e l'errore relativo nei dati, ed è perciò una misura della robustezza della soluzione. In realtà, tutti gli elementi diagonali della matrice $\underline{\underline{\Sigma}}$ sono diversi da zero solo quando $\tilde{M} \geq \tilde{N} = r$, dove r è definito come il rango [20] della matrice $\underline{\underline{L}}$. D'altra parte, se $\tilde{N} > \tilde{M} \geq r$ la (3.14) diventa un sistema lineare sotto-determinato. Pertanto, se $\tilde{N} \leq \tilde{M}$ la matrice diagonale $\underline{\underline{\Sigma}}$ è $\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r) \in \mathbb{C}^{\tilde{N} \times \tilde{N}}$, invece se $\tilde{N} > \tilde{M}$ la stessa matrice può essere scritta più correttamente come $\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_r, 0, \dots, 0) \in \mathbb{C}^{\tilde{N} \times \tilde{N}}$. Nella descrizione seguente, per semplicità, si assume che $\tilde{N} < \tilde{M}$. Comunque, i risultati della procedura di regolarizzazione sono esattamente gli stessi anche per $\tilde{N} \geq \tilde{M}$, a patto che la matrice diagonale venga riempita con degli zeri nelle posizioni $r+1, \dots, \tilde{N}$.

Una volta calcolata la SVD della matrice $\underline{\underline{L}}$, per ogni armonica i -esima, si calcola la soluzione ai minimi quadrati \underline{A}_{LS} tale che:

$$\min_{\underline{A} \in \mathbb{C}^{N \times 1}} \|\underline{\underline{L}} \underline{A} - \underline{T}\|_2^2 = \min_{\underline{A} \in \mathbb{C}^{N \times 1}} \|\underline{\underline{U}} \underline{\underline{\Sigma}} \underline{\underline{V}}^H \underline{A} - \underline{T}\|_2^2. \quad (3.17)$$

In altri termini, il vettore \underline{A}_{LS} minimizza la *norma* - 2 del residuo del sistema lineare i -esimo. Ora moltiplicando a sinistra la (3.17) con $\underline{\underline{U}}^H$, si può porre $\underline{x} = \underline{\underline{V}}^H \underline{A}$, $\underline{z} = \underline{\underline{U}}^H \underline{T}$, e sostituendo nella (3.17) si ottiene

$$\min_{\underline{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}} \|\underline{\underline{\Sigma}} \underline{x} - \underline{z}\|_2^2 = \min_{\underline{x} \in \mathbb{C}^{N \times 1}} \sum_{k=1}^r [\sigma_k x_k - z_k]^2. \quad (3.18)$$

L'equazione (3.18) è minima rispetto all'incognita x_k quando $x_k = z_k / \sigma_k$. Pertanto, il vettore numerico soluzione della (3.18) è

$$\underline{x} = \left(\frac{\underline{u}_1^H \underline{T}}{\sigma_1}, \dots, \frac{\underline{u}_r^H \underline{T}}{\sigma_r} \right)^T \quad (3.19)$$

dove \underline{u}_k sono le colonne della matrice $\underline{\underline{U}}$ e l'apice T indica l'operatore trasposto. Infine, la soluzione a *norma* - 2 minima (o soluzione ai minimi quadrati) della (3.17) è

$$\underline{A}_{LS} = \underline{\underline{V}} \left(\frac{\underline{u}_1^H \underline{T}}{\sigma_1}, \dots, \frac{\underline{u}_r^H \underline{T}}{\sigma_r} \right)^T = \underline{\underline{L}}^\dagger \cdot \underline{T} \quad (3.20)$$

dove $\underline{\underline{L}}^\dagger = \underline{\underline{V}} \cdot \text{diag}(1/\sigma_1, \dots, 1/\sigma_r) \cdot \underline{\underline{U}}^H$ è la matrice inversa generalizzata di $\underline{\underline{L}}$.

Se la matrice $\underline{\underline{L}}$ fosse ben-condizionata (ossia con un numero di condizionamento piccolo), la stabilità della soluzione del sistema lineare (3.14) sarebbe assicurata. Tuttavia, come già accennato, il mal-posizionamento della (2.12) (o della (2.17)) rende la matrice $\underline{\underline{L}}$ mal-condizionata (ossia con un numero di condizionamento grande). Per meglio chiarire questo concetto, si può esprimere la soluzione \underline{A}_{LS} in termini delle sue componenti

$$\underline{A}_{LS} = \underline{\underline{L}}^\dagger \cdot \underline{T} = \sum_{k=1}^r \frac{\underline{u}_k^H \underline{T}}{\sigma_k} \underline{v}_k \quad (3.21)$$

dove \underline{v}_k sono le colonne della matrice \underline{V} . Il mal-condizionamento della matrice \underline{L} di solito è dovuto a dei valori singolari “piccoli” (confrontati con σ_1) ma non zero. Come conseguenza, la soluzione \underline{A}_{LS} diventa instabile, perchè i più piccoli σ_k determinano un aumento del numero di condizionamento e, quindi, amplificano il rumore nella soluzione. In altri termini, il rapporto $\left| \underline{u}_k^H \underline{T} \right| / \sigma_k$ in (3.21) cresce molto rapidamente con k e, in presenza di rumore nel termine noto \underline{T} , l’instabilità della soluzione diventa tanto più evidente quanto più alto è il livello del rumore (Figura 3.1 e Figura 3.3). Questo risultato è critico soprattutto per la soluzione ai minimi quadrati delle armoniche più alte e, ovviamente, risulta molto più evidente quando \underline{T} è misurato (o simulato) in far-field. Per esempio, nel caso mostrato in Figura 3.1 con un SNR pari a 63 dB , il contributo dell’armonica #10 diventa confrontabile con quello dell’armonica #0 per alti valori di k ; invece i due contributi sono ancora ben diversi e separati per bassi valori di k . Non si può dire la stessa cosa per l’armonica #0, sulla quale l’effetto del rumore risulta molto piccolo e, come mostrato in Figura 3.1, la curva “1” si sovrappone alla curva “2”.

Quando \underline{T} viene misurato (o simulato) in near-field il rumore ha un effetto ridotto rispetto al caso in far-field anche per SNR più bassi, come nell’esempio mostrato in Figura 3.3 con un $SNR = 38\text{ dB}$. In questa figura, infatti, la curva “2” dell’armonica #10 rumorosa si distingue appena dalla curva “1” della stessa armonica non rumorosa; invece le curve “1” e la curva “2” dell’armonica #0 anche in questo caso si sovrappongono. Come ci si aspettava, il confronto tra la Figura 3.1 e la Figura 3.3 conferma che le misure di campo in near-field garantiscono un segnale più forte e, quindi, maggiore robustezza al rumore nella ricostruzione delle armoniche della corrente.

In realtà, un segnale più forte, come quello ottenuto da misure in near-field, può far pesare meno l’effetto del rumore sui dati, ma non riduce la sua amplificazione causata dal mal-condizionamento della matrice \underline{L} , come si può

osservare per alti valori di k nella Figura 3.3. Pertanto, in entrambi i casi il sistema mal-condizionato deve essere opportunamente regolarizzato.

Questo è possibile sostituendo la matrice $\underline{\underline{L}}$ con una nuova matrice $\underline{\underline{L}}_g$, definita come

$$\underline{\underline{L}}_g = \underline{\underline{U}} \cdot \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_g, 0, \dots, 0) \cdot \underline{\underline{V}}^H \quad (3.22)$$

dove i valori singolari piccoli, ma diversi da zero, $\sigma_{g+1}, \dots, \sigma_r$ vengono sostituiti da zeri esatti [20]. Perciò, quando $\underline{\underline{L}}$ è sostituita da $\underline{\underline{L}}_g$, si ottiene una soluzione regolarizzata

$$\underline{\underline{A}}_{LS} = \underline{\underline{L}}_g^\dagger \cdot \underline{\underline{T}} = \sum_{k=1}^g \frac{\underline{\underline{u}}_k^H \underline{\underline{T}}}{\sigma_k} \underline{\underline{v}}_k \quad (3.23)$$

dove $\underline{\underline{L}}_g^\dagger = \underline{\underline{V}} \cdot \text{diag}(1/\sigma_1, \dots, 1/\sigma_g, 0, \dots, 0) \cdot \underline{\underline{U}}^H$ è la matrice inverse generalizzata della matrice $\underline{\underline{L}}_g$. In pratica, poiché il rapporto $|\underline{\underline{u}}_k^H \underline{\underline{T}}|/\sigma_k$ ha un andamento a gradino per valori crescenti dell'indice k (si vedano le Figure 3.1 e 3.3), si sceglie il valore g appena prima del ginocchio della curva che rappresenta l'andamento dei valori singolari [20], in modo tale che il numero di condizionamento (ossia $N_c = \sigma_1/\sigma_g$) rimanga limitato. Naturalmente, la scelta di g deve essere ripetuta per ogni armonica, poiché ad ogni armonica corrisponde una matrice diversa.

Nelle Figura 3.2 e 3.4, viene mostrato l'andamento dei valori singolari delle matrici dei sistemi lineari associati ad alcune armoniche, rispettivamente, per il caso di problema inverso in far-field e per quello in near-field.

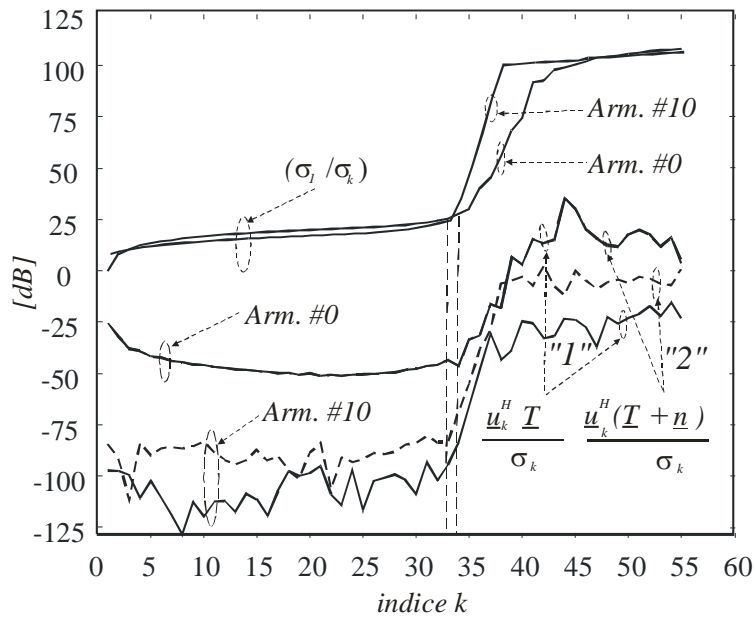


Figura 3.1 Tipico comportamento della soluzione ai minimi quadrati, per le armoniche #0 e #10, ottenuta tramite la SVD, nel caso di \underline{T} simulato in far-field. Le curve "1" e "2" mostrano rispettivamente i coefficienti della soluzione senza rumore e con SNR uguale a 63 dB (rumore gaussiano bianco calcolato rispetto al massimo del segnale) per le armoniche #0 e #10. Le curve "1" e "2" dell'armonica #0 sono sovrapposte.

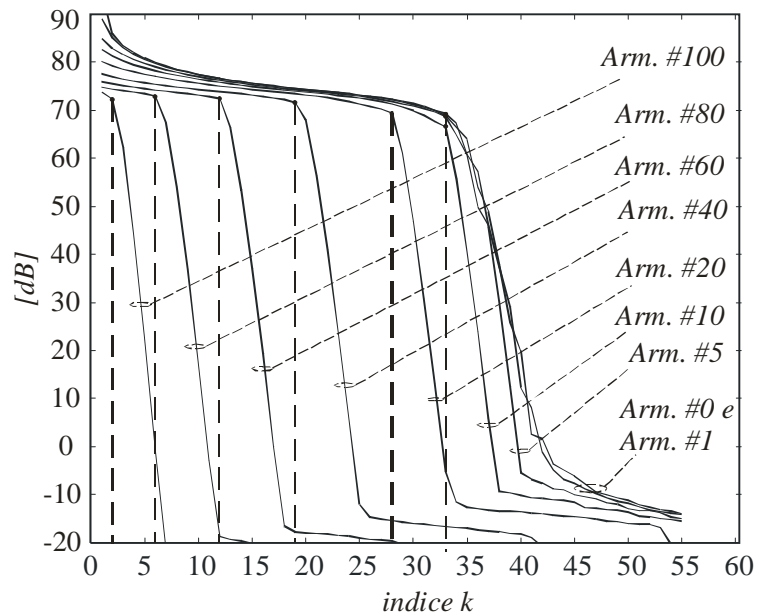


Figura 3.2 Tipico andamento a gradino dei valori singolari delle matrici dei sistemi lineari associati ad alcune armoniche (in questo caso ci si riferisce al problema inverso in far-field)

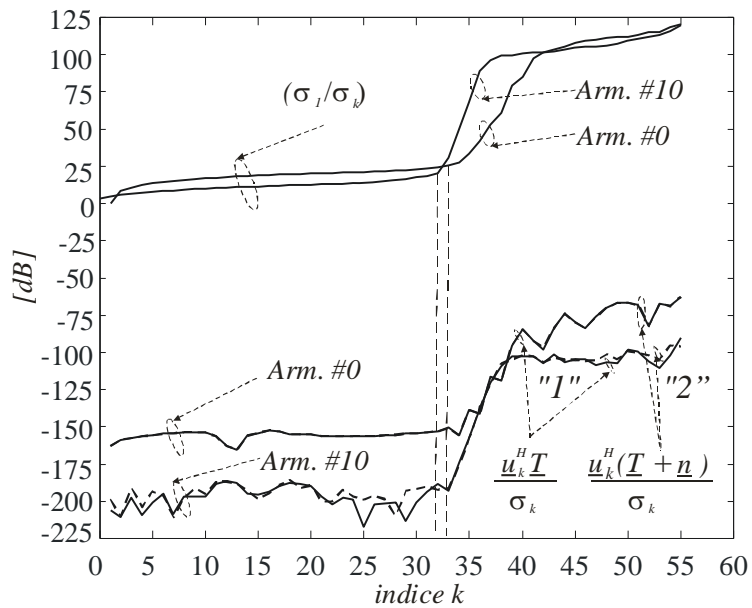


Figura 3.3 Tipico comportamento della soluzione ai minimi quadrati, per le armoniche #0 e #10, ottenuta tramite la SVD, nel caso di \underline{T} simulato in near-field. Le curve "1" e "2" mostrano rispettivamente i coefficienti della soluzione senza rumore e con SNR uguale a 38 dB (rumore gaussiano bianco calcolato rispetto al massimo del segnale) per le armoniche #0 e #10. Si può notare che, nonostante il livello SNR sia più basso rispetto al caso in far-field, le curve "1" e "2" dell'armonica #10 sono ancora distinte, invece le curve "1" e "2" dell'armonica #0 sono ancora sovrapposte.

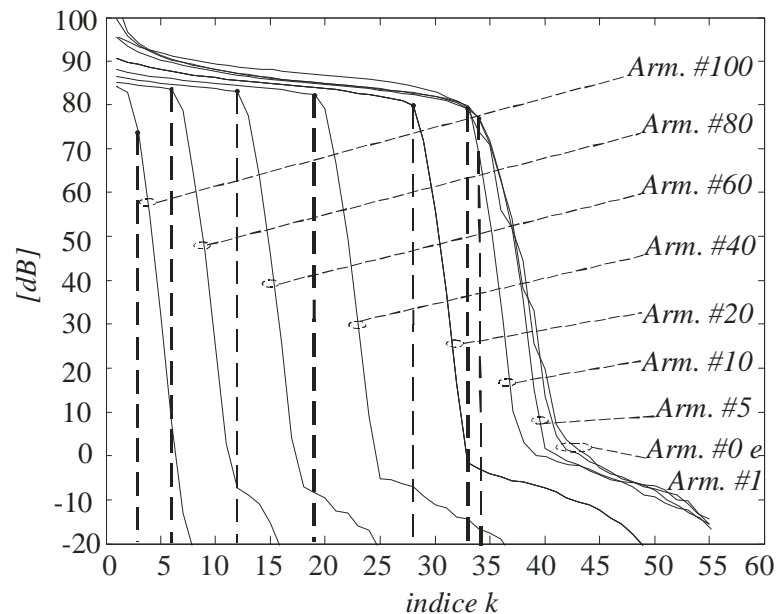


Figura 3.4 Tipico andamento a gradino dei valori singolari delle matrici dei sistemi lineari associati ad alcune armoniche (in questo caso ci si riferisce al problema inverso in near-field)

3.3 Dalla corrente indotta alle deformazioni superficiali

Una volta che la soluzione ai minimi quadrati $\underline{A}_{LS}^{(i)}$ è calcolata con la (3.23), per ogni armonica i -esima, la corrente $J_{LS}(\rho, \varphi)$ sul riflettore si trova come serie di armoniche di Fourier, tale che:

$$J_{LS}(\rho, \varphi) = \sum_{i=-P}^P C_i(\rho) e^{j(i\varphi)} = \sum_{i=-P}^P \sum_{q=N-\tilde{N}_i+1}^N A_q^{(i)} \hat{I}_q(\rho) e^{j(i\varphi)} \quad (3.24)$$

dove la discretizzazione della coordinata radiale ρ dipende dai punti di campionamento delle armoniche $C_i(\rho)$, la discretizzazione della coordinata angolare φ , invece, è scelta opportunamente in accordo con la risoluzione grafica richiesta.

Le correnti indotte sulla superficie (3.24) sono legate al profilo superficiale attraverso la fase, e il confronto tra la fase della corrente calcolata e la fase della corrente del riflettore nominale permette di trovare le deformazioni sulla superficie del riflettore.

Allo scopo di mostrare come le informazioni sul profilo superficiale possano essere estratte dalla (3.24), con considerazioni geometriche equivalenti a quelle descritte nel Paragrafo 1.2, si assume che il centro di fase del feed si trovi nel fuoco e che la deformazione superficiale sia descritta dalla funzione $\varepsilon(x', y')$. In questo caso si è scelto di calcolare le deformazioni lungo la direzione z , ossia $\varepsilon_z(x', y')$, come mostrato in Figura 3.5.

Il cammino tra il punto focale e il piano d'apertura del riflettore dopo la riflessione sulla superficie distorta è $\overline{OP'Q} = r_d + |z_d|$, dove $|z_d| = |z| - \varepsilon_z$, e per piccole deformazioni superficiali,

$$r_d = \sqrt{r_0^2 + \varepsilon_z^2 - 2r_0\varepsilon_z \cos \alpha} \cong r_0(1 - (\varepsilon_z/r_0) \cos \alpha). \quad (3.25)$$

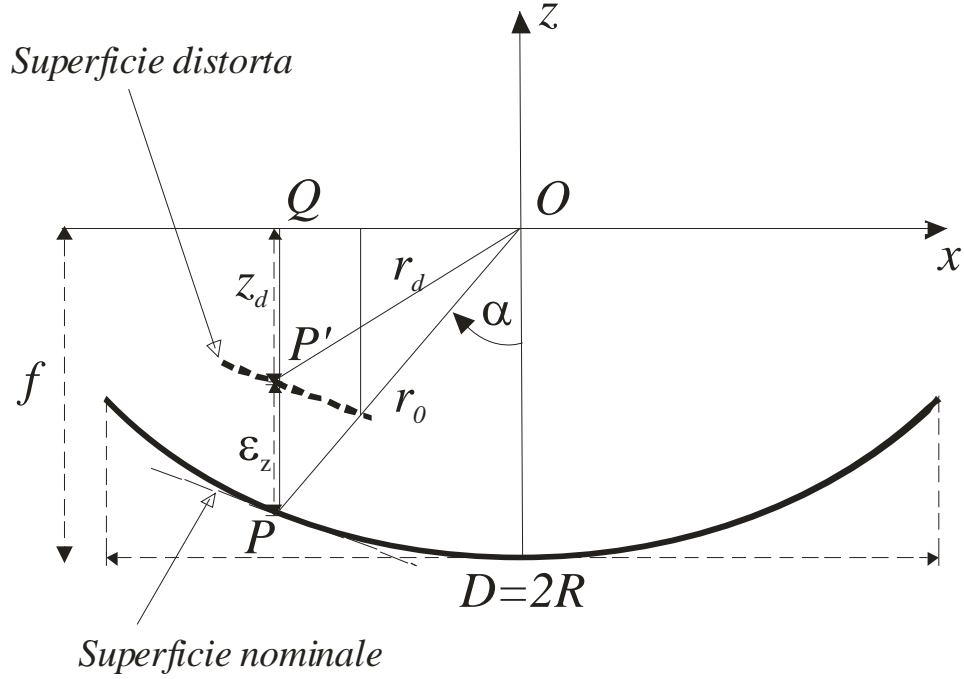


Figura 3.5 Descrizione della deformazione superficiale lungo z

L'errore di fase dovuto alla distorsione è:

$$\Delta\delta = 2\beta f - \beta(r_d + |z_d|) \cong \beta \varepsilon_z (1 + \cos \alpha) \quad (3.26)$$

dove $\Delta\delta = \text{phase}(J_{rif}) - \text{phase}(J_{LS})$ è la differenza tra fase della corrente di riferimento (ossia indotta sulla superficie del riflettore senza deformazioni) e la fase della corrente ricostruita. Pertanto, nota la differenza di fase delle correnti, la mappa delle deformazioni superficiali si ottiene da:

$$\begin{aligned} \varepsilon_z(x', y') &= \frac{\lambda}{2\pi(1 + \cos \alpha)} \Delta\delta = \frac{\lambda}{4\pi \cos^2 \frac{\alpha}{2}} \Delta\delta = \\ &= \frac{\lambda}{4\pi} \left(1 + \frac{x'^2 + y'^2}{4f^2} \right) (\text{phase}(J_{rif}) - \text{phase}(J_{LS})) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Si vuole far notare che la scelta di ricostruire le deformazioni lungo la direzione z è stata fatta per coerenza con le distorsioni prodotte dal software commerciale GRASP CAD usato per testare la tecnica di ricostruzione. Naturalmente, i risultati possono essere facilmente estesi al caso di distorsioni

nella direzione normale alla superficie del riflettore, come descritto nel Paragrafo 1.2. In ogni caso, la scelta dipende solo dai dettagli costruttivi del modello di riflettore realizzato con GRASP.

Infine, si vuol far notare che la fase delle correnti J_{rif} e J_{LS} , calcolate con la (3.24), si presenta arrotondata nell'intervallo $[-\pi, \pi)$ e, prima di essere utilizzata in (3.27) per il calcolo delle deformazioni, deve essere srotolata e riportata nel dominio $[-\infty, \infty)$. Dopo un'indagine approfondita sui vari metodi di srotolamento bidimensionale (2-D) presenti in letteratura, l'attenzione è stata posta sui metodi a norma minima [26-28]. Tali metodi presentano notevoli vantaggi, soprattutto in termini di tempo di elaborazione e robustezza al rumore, che li rendono particolarmente adatti per lo srotolamento della fase della corrente indotta su una superficie, come quella di un riflettore parabolico. Tra questi è stato scelto il metodo proposto in [28]. In breve, questo metodo si basa sulla suddivisione della mappa di fase arrotondata in blocchi uguali che vengono srotolati singolarmente e poi allineati tra loro. Grazie alla sua duttilità, è stato possibile modificarlo e adattarlo ad una mappa di fase arrotondata, i cui punti non sono uniformemente spazati, come è il caso della (3.24). In questo modo, è stato possibile riportare la fase delle correnti nel dominio $[-\infty, \infty)$ e calcolare le deformazioni con la (3.27).

Capitolo 4

Ricostruzione olografica da dati simulati in far-field

4.1 Descrizione delle simulazioni

Per valutare la tecnica olografica proposta, in questo capitolo sono descritte le simulazioni eseguite su un riflettore la cui configurazione geometrica è equivalente all'antenna a riflettore di Noto. Il diametro del riflettore primario è di 32 m , quello del riflettore secondario di 3.2 m e il rapporto focale diametro è di 0.32 . Nelle simulazioni, per semplicità, si suppone di trascurare gli effetti della diffrazione dovuti al bloccaggio, che si aggiungono al campo elettromagnetico radiato dal primario, a causa della presenza del riflettore secondario e dei suoi supporti (quadropode). Dato che le distorsioni superficiali sono rilevate come la differenza di due fasi (3.27), questi effetti potrebbero essere facilmente considerati nella procedura includendo anche il quadropode e il riflettore secondario, sia nella scelta della corrente di riferimento sia nel calcolo di quella ricostruita.

Il campo lontano del riflettore è stato simulato con GRASP CAD, un potente software elettromagnetico che permette di calcolare il campo radiato da un sistema antenna che può essere costituito da uno o più riflettori (disponibili in varie configurazioni geometriche e con vari tipi di superfici), illuminati da un feed o un array di feed di vario tipo, si veda [29].

Il campo è calcolato alla frequenza di lavoro di 11.42 GHz , su una griglia regolare di 65×65 punti in un sistema di riferimento terrestre (compresa in una finestra quadrata di osservazione tra -1.25° e 1.25° intorno alla sorgente) e poi

interpolato, utilizzando le funzioni auto-troncanti [25], in una griglia circolare di punti nel sistema di riferimento dell'antenna (compresa in una finestra con apertura angolare massima di $\theta_{MAX} = 1.75^\circ$ dalla sorgente. Questa ultima scelta consente di includere tutti i punti della griglia regolare nell'interpolazione del campo nei punti della griglia circolare. In questo modo si ottiene un reticolo circolare in cui la circonferenza di punti più lontana dalla sorgente circonda il quadrato più esterno dei punti del reticolo regolare.

Il modello del riflettore, creato con GRASP CAD, suddivide la superficie in un numero di pannelli (si veda la Figura 4.1), le cui dimensioni e i possibili spostamenti rispetto alla superficie nominale, possono essere assegnati arbitrariamente. Nelle simulazioni eseguite, il numero e la posizione dei pannelli che costituiscono la superficie del riflettore sono stati scelti uguali ai pannelli della superficie attiva dell'antenna di Noto.

Nelle simulazioni, il modello della superficie del riflettore viene utilizzato per simulare il pattern in campo lontano di un riflettore di riferimento, ossia il pattern del riflettore senza deformazioni, e il pattern in campo lontano dell'AUT con delle deformazioni lungo z . I due pattern sono poi utilizzati per calcolare la J_{rif} e la J_{LS} con l'approccio basato sulla SVD, descritto nel Paragrafo 3.3. Infine, calcolando la differenza tra la fase di J_{LS} e la fase di J_{rif} e utilizzando la (3.27), è possibile ricostruire la mappa delle deformazioni sulla superficie dell'AUT.

Per convalidare la tecnica proposta, alcune deformazioni superficiali di altezza e posizione scelte arbitrariamente e che coinvolgono un singolo pannello o diversi pannelli, sono state considerate e ricostruite con buona accuratezza.

Dato che nel modello proposto il pannello più piccolo è l'elemento di base della superficie del riflettore che può essere spostato rispetto alla sua posizione nominale, in questo capitolo, come esempio, vengono presentati i risultati per una deformazione test generata dallo spostamento di un singolo pannello.

La posizione del pannello (Figura 4.1) è individuata dalle seguenti coordinate

$$\rho \in [11.53 \text{ m}; 13.8 \text{ m}], \varphi \in [45^\circ; 52.5^\circ].$$

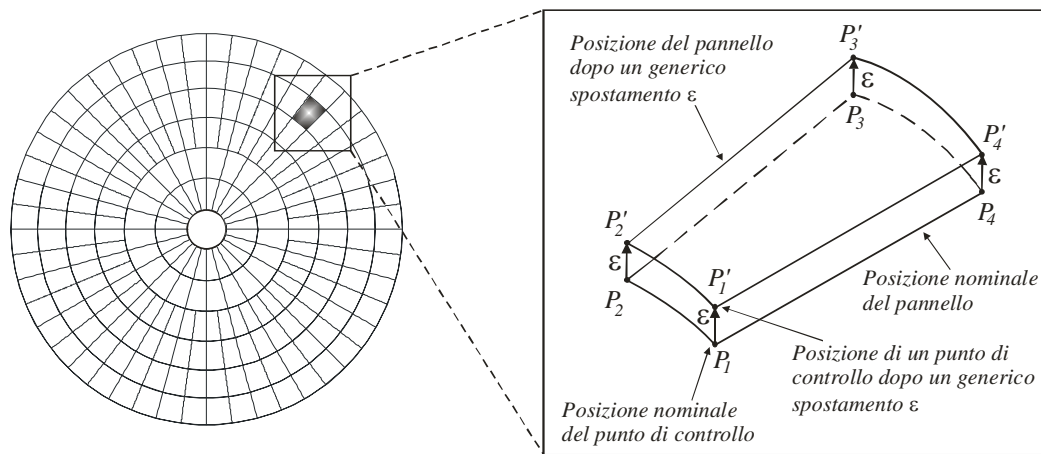


Figura 4.1 A sinistra, vista frontale del modello della superficie del riflettore parabolico suddivisa in pannelli; il pannello spostato rispetto alla posizione nominale è evidenziato in scuro. A destra, ingrandimento del pannello e sua rappresentazione secondo il modello di GRASP CAD.

Nel file di progetto di GRASP CAD, ciascun pannello ha quattro punti di controllo (P_1, P_2, P_3, P_4) , ossia la posizione dei vertici del pannello, Figura 4.1. Per semplicità, lo spostamento del pannello è stato imposto modificando solo la coordinata z di ogni punto di controllo e di una stessa quantità ε per tutti questi quattro punti.

Una volta generati i dati in ingresso, per ricostruire la corrente indotta, la procedura di regolarizzazione richiede un'opportuna scelta del parametro g (il massimo numero di valori singolari, ossia il numero di gradi di libertà) per ogni armonica. Come descritto nel Paragrafo 3.2, si sceglie il valore $g = \tilde{g}$, per ogni armonica i -esima, appena prima del ginocchio della curva che rappresenta l'andamento dei valori singolari, si veda la Figura 3.2. Da un'accurata analisi della soluzione si ottiene che questa scelta è quella ottimale, perché si trova che essa minimizza l'errore RMS , ossia le oscillazioni della fase, nella zona del riflettore differente dal pannello spostato, e questo risultato è indipendente dalla misura dello spostamento del pannello. In particolare si è trovato che per $g < \tilde{g}$, si osserva una perdita di informazione, che, naturalmente, diventa tanto più significativa quanto g diventa più piccolo. D'altra parte, per $g > \tilde{g}$, gli errori numerici intrinseci nella procedura, crescono con un andamento oscillante

indesiderato, anche quando la superficie del riflettore è considerata ideale (allineamento dei pannelli nominale).

Inoltre, le armoniche per le quali è stato calcolato un valore di $g = 1$ vengono trascurate perché non danno alcun contributo alla soluzione, aggiungono anzi del rumore numerico al risultato. Nel caso di dati simulati in assenza di rumore tutte le altre armoniche vengono incluse nella soluzione, invece nel caso di dati rumorosi, vengono considerate solo le armoniche con ampiezza delle componenti di \underline{T} sufficientemente grande rispetto al livello del SNR considerato.

Il criterio di filtraggio delle armoniche è descritto con maggiore dettaglio nel Paragrafo 4.3, mentre nel Paragrafo 4.2 sono riportati i risultati ottenuti in assenza di rumore aggiunto sui dati in far-field.

4.2 Ricostruzioni olografiche da dati in far-field

Come primo passo, sono stati ricostruiti alcuni spostamenti (di varie misure) del pannello evidenziato in Figura 4.1, a partire dai dati del campo simulati in far-field senza rumore aggiunto. I risultati ottenuti sono stati messi a confronto con quelli che si ottengono con la tecnica di inversione standard implementata mediante l'algoritmo della FFT iterativa.

Nelle Tabelle 4.1 e 4.2, sono riassunti i risultati della ricostruzione degli spostamenti $\varepsilon_z = 0.1\text{ mm}$ (circa $\lambda_0 / 260$ a 11.42 GHz), $\varepsilon_z = 0.2\text{ mm}$, $\varepsilon_z = 0.3\text{ mm}$, $\varepsilon_z = 0.5\text{ mm}$, $\varepsilon_z = 0.8\text{ mm}$ e $\varepsilon_z = 1\text{ mm}$ del pannello di test nella direzione z ottenuti, rispettivamente, con la tecnica basata sulla SVD e con la tecnica standard.

I dati riportati nelle Tabelle 4.1 e 4.2 mostrano che la ricostruzione delle deformazioni con le due tecniche olografiche differisce di una piccola percentuale, calcolata rispetto alla misura della deformazione nominale imposta.

In particolare, un confronto sulla media della deformazione ricostruita sul pannello test, e sulla deviazione standard, evidenzia che le ricostruzioni ottenute

ε_z [mm]	RMS_U [mm]	Media [mm] (pannello test)	RMS_p [mm]	Dev. Stand. [mm] (pannello test)
0.1	0.0016	0.084	0.086	0.016
0.2	0.0032	0.169	0.171	0.031
0.3	0.0049	0.253	0.257	0.047
0.5	0.0080	0.421	0.428	0.079
0.8	0.0129	0.675	0.685	0.125
1.0	0.0160	0.844	0.857	0.156

Tabella 4.1 Risultati delle ricostruzioni della deformazione nel pannello di test per differenti misure dello spostamento dei quattro punti di controllo, ottenute mediante la tecnica basata sulla SVD. RMS_p è l'errore quadratico medio della deformazione del pannello test

ε_z [mm]	RMS_U [mm]	Media [mm] (pannello test)	RMS_p [mm]	Dev. Stand. [mm] (pannello test)
0.1	0.0016	0.092	0.094	0.008
0.2	0.0031	0.185	0.189	0.015
0.3	0.0047	0.278	0.284	0.022
0.5	0.0078	0.464	0.474	0.036
0.8	0.0124	0.745	0.761	0.055
1.0	0.0266	0.928	0.948	0.072

Tabella 4.2 Risultati delle ricostruzioni della deformazione nel pannello di test per differenti misure dello spostamento dei quattro punti di controllo, ottenute mediante la tecnica standard basata sulla FFT iterativa. RMS_p è l'errore quadratico medio della deformazione del pannello test.

con la tecnica standard sono di poco più precise (circa 8%) rispetto a quelle ottenute con la tecnica di ricostruzione basata sulla SVD.

In assenza di rumore nei dati, l'errore RMS all'esterno del pannello (RMS_U) è una misura di quanto l'effetto della deformazione nel pannello di test si propaghi sul resto del riflettore. Per entrambe le tecniche di ricostruzione, l' RMS_U rimane pressoché costante, al variare della misura della deformazione e, inoltre, si mantiene inferiore al 3% per la tecnica standard, e inferiore al 2% per la tecnica basata sulla SVD.

Inoltre, dal punto di vista computazionale, l'inversione della FFT e la sua iterazione mediante l'algoritmo di Papoulis, è più veloce, ma dello stesso ordine di grandezza della tecnica basata sulla SVD. In particolare, utilizzando un calcolatore avente un processore Athlon AMD con la frequenza di clock pari a circa 1.9 GHz e con 1 GB di RAM, il tempo di calcolo richiesto dalle due tecniche per la ricostruzione della mappa della superficie del riflettore, a parità di punti di ricostruzione sul pannello di test, è risultato: circa 1.5 sec nel caso della tecnica standard (eseguendo tre iterazioni, più che sufficienti per la convergenza) e scegliendo un dominio di misura esteso fino a 129×129 punti (la risoluzione grafica è circa 0.3 m); circa 5 sec per la tecnica basata sulla SVD con $N = 55$ punti di discretizzazione della coordinata radiale ρ (cioè $\Delta\rho \cong 0.3\text{ m}$ che può essere ricavato dalla (3.10)) e $\Delta\varphi$ scelto in modo tale che, al variare della distanza ρ dal centro si abbia sempre $\rho\Delta\varphi \cong 0.3\text{ m}$.

Si vuol fare notare che la differenza tra i tempi di elaborazione non è critica, perché il tempo richiesto per la misura dell'insieme dei dati in far-field, durante una tipica campagna di misura, è dell'ordine di poche ore.

Alcuni esempi delle mappe ricostruite con deformazioni sul pannello di test di 0.2 mm e 1 mm sono mostrate rispettivamente nelle Figure 4.2 e 4.4, per il caso di ricostruzione col la tecnica basata sulla SVD, e nelle Figure 4.3 e 4.5 per il caso di ricostruzione con la tecnica standard iterativa. Un comportamento simile è stato osservato nelle mappe delle altre deformazioni ricostruite con differenti spostamenti.

Nella mappa delle deformazioni ricostruite con l'approccio basato sulla SVD, la risoluzione spaziale effettiva è determinata dal numero di valori singolari usati nella procedura di regolarizzazione, ossia i gradi di libertà nella ricostruzione della corrente sulla superficie del riflettore. Pertanto, la risoluzione spaziale può essere calcolata utilizzando la seguente espressione:

$$R_s = \lambda \sqrt{\frac{A_f}{N_v}} . \quad (4.1)$$

dove A_f è l'area fisica della proiezione della superficie S del riflettore sul piano

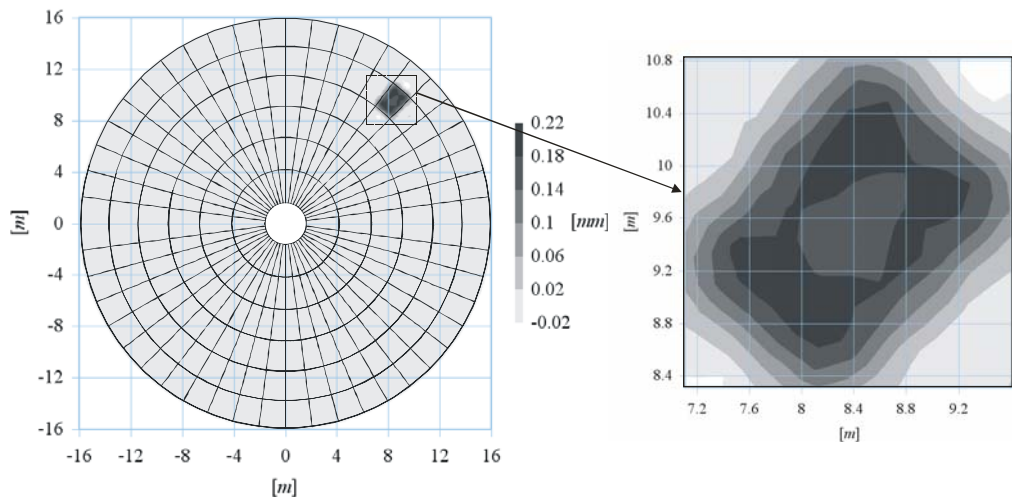


Figura 4.2 A sinistra, mappa delle deformazioni della superficie del riflettore ricostruite con la tecnica basata sulla SVD; a destra zoom della deformazione di 0.2 mm sul pannello test.

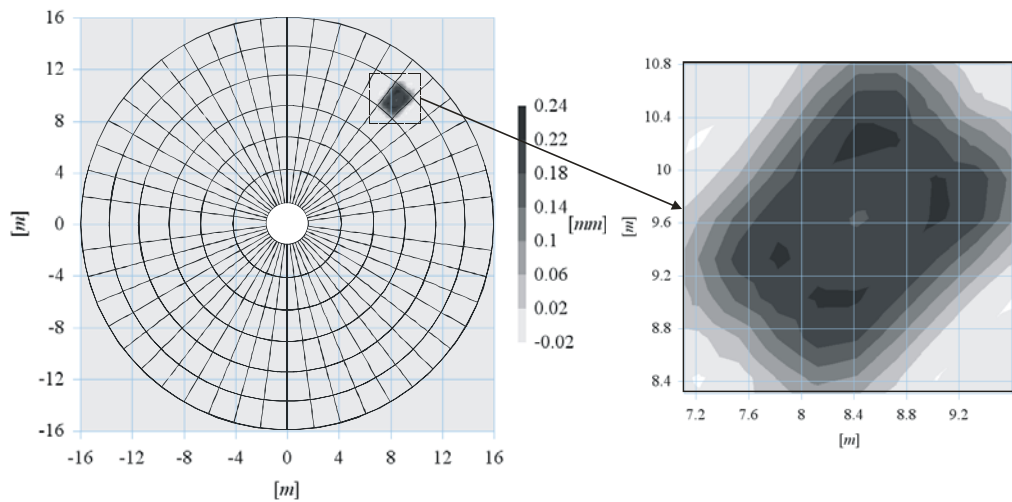


Figura 4.3 A sinistra, mappa delle deformazioni della superficie del riflettore ricostruite con la tecnica standard iterativa; a destra zoom della deformazione di 0.2 mm sul pannello test.

d'apertura e N_v è la somma dei valori singolari ottenuti nel calcolo di tutte le armoniche della corrente. Nel caso considerato, il numero totale di armoniche utilizzate per rappresentare il pattern in far-field senza rumore (con un eccesso di banda spaziale pari a $\chi = 1.2$, si veda l'equazione (3.2)) è 211; e il numero totale di valori considerati per ricostruire le 211 armoniche della corrente è $N_v = 3451$. Si ottiene, quindi, $R_s \cong 0.58\text{ m}$. Il risultato ottenuto con la (4.1) è coerente con la risoluzione $\Delta x = \Delta y \cong 0.60\text{ m}$, che si ottiene dalla (1.25) con un

valore del fattore di sovra-campionamento pari a $\kappa = 0.83$ e con un numero di punti simulati pari a $K = 65$ nelle coordinate u o v .

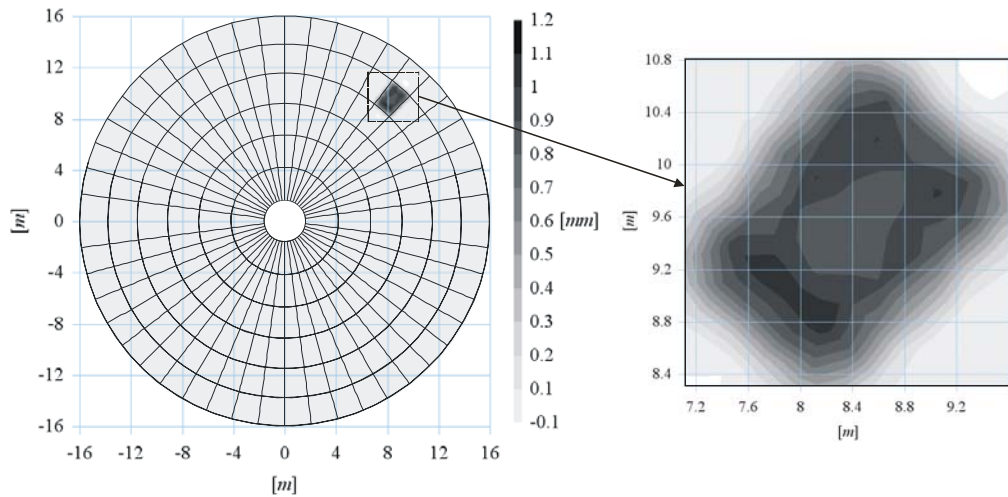


Figura 4.4 A sinistra, mappa delle deformazioni della superficie del riflettore ricostruite con la tecnica basata sulla SVD; a destra zoom della deformazione di 1 mm sul pannello test.

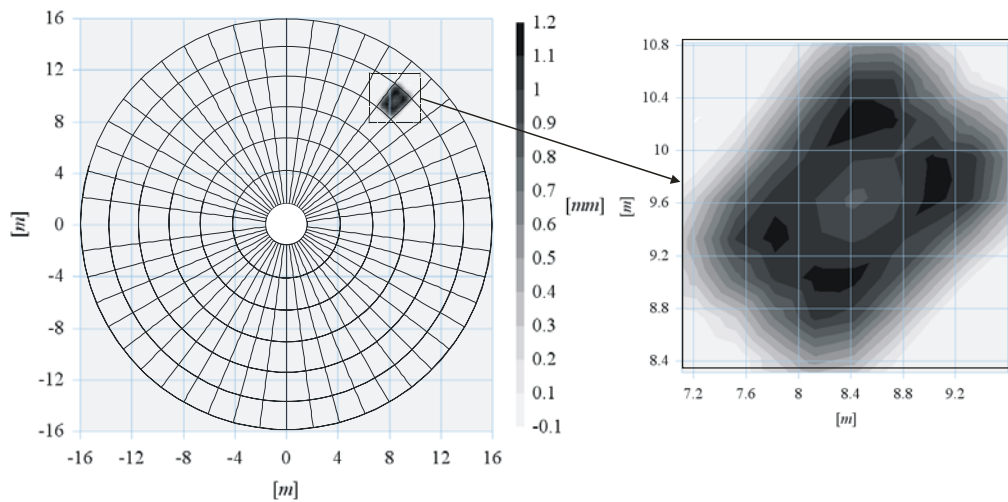


Figura 4.5 A sinistra, mappa delle deformazioni della superficie del riflettore ricostruite con la tecnica standard iterativa; a destra zoom della deformazione di 1 mm sul pannello test.

4.3 Ricostruzioni olografiche da dati in far-field rumorosi

Lo schema di regolarizzazione considerato nel Paragrafo 3.2 è stato verificato in modo più estensivo nel caso realistico di un insieme di dati simulati in far-field, ai quali è stato aggiunto del rumore. Diversamente dalla tecnica standard, dove la regolarizzazione è implicita nella procedura di inversione ed è indipendente dal livello di rumore sui dati, in questo paragrafo è mostrato come l'approccio all'inversione tramite la SVD permetta di legare il livello del rumore alla risoluzione nella ricostruzione delle deformazioni superficiali.

L'insieme di dati, considerato in questo paragrafo, è quello utilizzato nel paragrafo precedente al quale, tuttavia, è stato aggiunto un rumore gaussiano a media nulla (AWGN) di tipo complesso. In particolare, questo rumore è stato aggiunto all'insieme di dati generati da GRASP CAD nella griglia regolare di 65×65 prima dell'interpolazione ii) del Paragrafo 3.2. Supponendo di poter trascurare gli effetti dell'interpolazione su dati rumorosi considerati, i campioni rumorosi del far-field, secondo l'interpolazione descritta in ii) del Paragrafo 3.2, possono essere scritti come:

$$F_c(\theta_p, \phi_k) = F_c^i(\theta_p, \phi_k) + n_R(\theta_p, \phi_k) + jn_I(\theta_p, \phi_k) \quad (4.2)$$

con $p = 1, \dots, M$; $k = 1, \dots, 2n_\phi(\theta_p) + 1$

dove $F_c(\theta_p, \phi_k)$ è il valore del campo senza rumore, e $n_R(\theta_p, \phi_k)$ e $n_I(\theta_p, \phi_k)$ sono due distribuzioni gaussiane a media nulla e deviazione standard

$$\sigma = \frac{\text{Max}_{p,k} [F_c]}{SNR}. \quad (4.3)$$

L'equazione (4.3) fornisce anche la definizione di SNR calcolato rispetto al massimo del segnale (l'effetto del rumore, quindi, è significativamente più alto nella parte più esterna del dominio di misura, come mostrato in Figura 4.6).

Il rumore sui campioni in far-field si "propaga" al termine noto $\underline{T}^{(i)}$ del sistema lineare (3.14) (valido per ogni armonica), e si può facilmente derivare dalla (3.5)

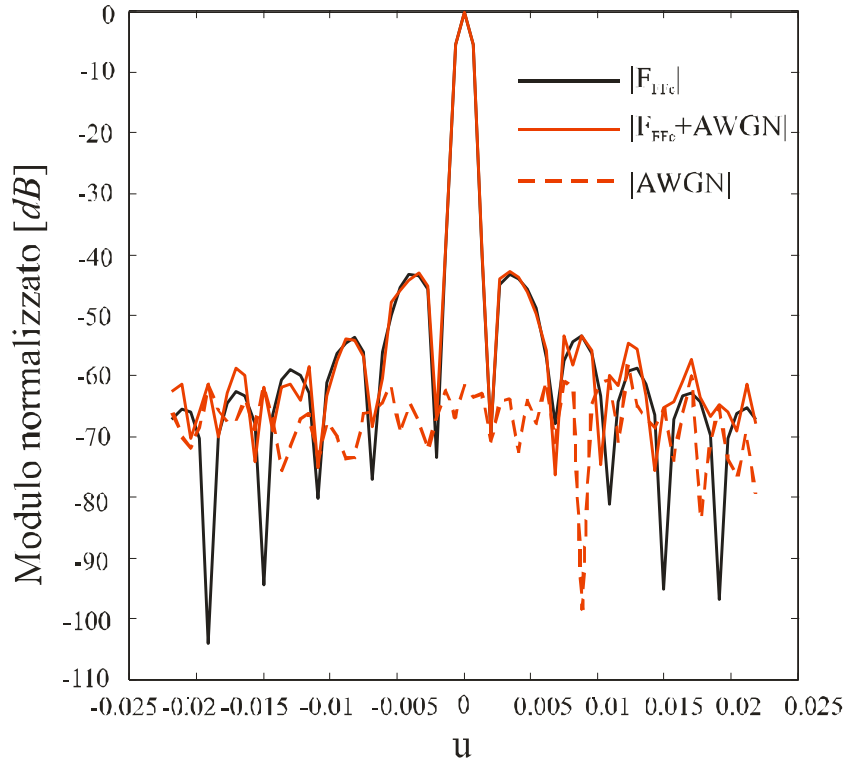


Figura 4.6 Modulo della co-polare del pattern F_{FF} in far-field, modulo del rumore AWGN e modulo risultante della co-polare del pattern rumoroso, per un $SNR = 68 \text{ dB}$.

che gli elementi di $\underline{T}^{(i)}$ possono essere scritti come:

$$t_i(\theta_p) = t_i^t(\theta_p) + x_R(\theta_p) + jx_I(\theta_p) \text{ con } p = M - \tilde{M}_i + 1, \dots, M \quad (4.4)$$

dove $x_R(\theta_p)$ and $x_I(\theta_p)$ sono le distribuzioni gaussiane con media nulla e deviazione standard pari

$$\sigma_p = \frac{\sigma}{\sqrt{2n_\phi(\theta_p) + 1}}. \quad (4.5)$$

Dalla (4.5) segue che, la deviazione standard σ_p ha un valore differente per ogni elemento del termine noto $\underline{T}^{(i)}$. Questo significa che il rumore sui dati del campo incide in modo diverso su ogni elemento del termine noto, e questo vale per ogni armonica del campo.

Per filtrare l'effetto del rumore si è scelto di trascurare, nella soluzione ai minimi quadrati, il contributo delle armoniche tali che una certa percentuale delle componenti del termine noto $\underline{T}^{(i)}$ siano troppo rumorose, ossia, quando

$$\sigma_{i,p} > |t_i(\theta_p)|. \quad (4.6)$$

Questo è ottenuto definendo una soglia opportuna per la percentuale degli elementi di $\underline{T}^{(i)}$, soddisfacente la (4.6), che identifica una “armonica rumorosa” che deve essere trascurata.

Prima di definire una regola per la scelta della soglia per le “armoniche rumorose”, è istruttivo mostrare un esempio di una mappa della superficie con deformazioni ricostruite, nel caso di dati in far-field rumorosi, ma utilizzando lo stesso numero di armoniche usate nel caso senza rumore. Questo risultato è mostrato in Figura 4.7 nel caso di una mappa con il pannello di test spostato di 0.2 mm , con un SNR pari a 68 dB .

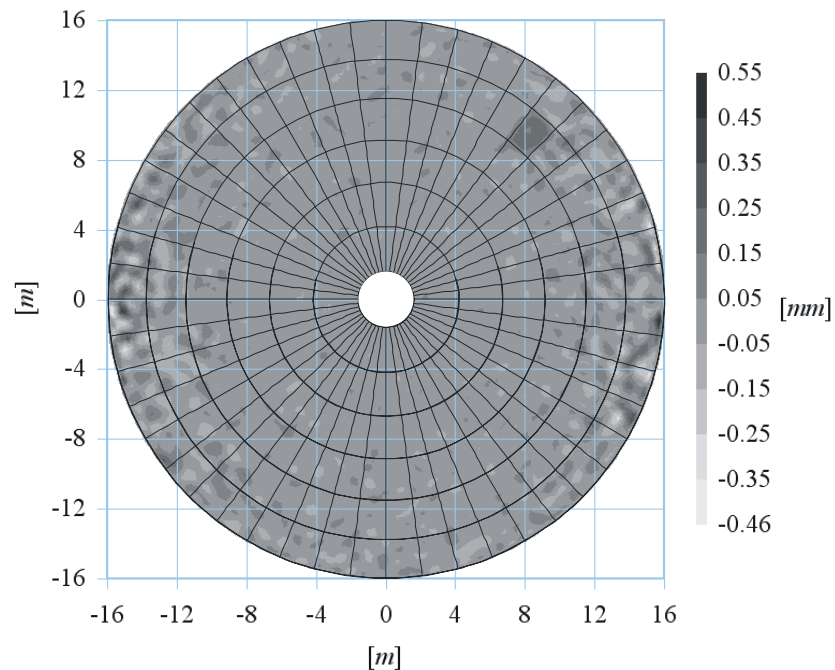


Figura 4.7 Mappa della superficie del riflettore con una deformazione di 0.2 mm sul pannello test con $SNR = 68 \text{ dB}$, ricostruita con il metodo basato sulla SVD, prima del taglio delle “armoniche rumorose”.

Come risulta chiaro dalla Figura 4.7, e come riportato anche in [30], l'effetto del rumore varia con l'ampiezza del taper di illuminazione, ed è più alto nel bordo del riflettore dove l'ampiezza della corrente è più piccola.

Per semplicità, ma senza perdere la validità generale della tecnica, in questo lavoro viene utilizzato un feed costituito da un dipolo Hertziano polarizzato lungo x . Perciò, come si può vedere dalla Figura 4.7, l'effetto del rumore è concentrato sul bordo sinistro e destro.

In Figura 4.7, la posizione del pannello test e la misura della deformazione sono corrotte dal rumore e, in particolare, dalle forti oscillazioni che crescono ai bordi del riflettore e si propagano verso la regione interna. Risulta ragionevole che queste oscillazioni si possano ridurre trascurando alcune "armoniche rumorose". Perciò, la soglia che identifica queste armoniche può essere determinata richiedendo che l'errore RMS_U sia minimo, a patto che la conseguente riduzione del numero di armoniche non causi perdite rilevanti di informazioni, e quindi l'impossibilità di ricostruire la deformazione sui pannelli. Dato che le armoniche di ordine più alto sono responsabili solo della corrente nella regione più esterna del riflettore, si veda l'equazione (3.2), è ragionevole supporre che il "taglio" riguarderà principalmente queste armoniche.

Infine, si definisce τ come la percentuale delle componenti rumorose di $\underline{T}^{(i)}$, secondo la (4.6), e si trascurano tutte le armoniche con τ più grande di una soglia opportuna $\tilde{\tau}$. Naturalmente, più bassa è la soglia, più alto è il numero delle armoniche trascurate.

Si definisce ora il rapporto Q_T tra l'errore RMS del pannello spostato (RMS_p) e l'errore RMS_U . Come può facilmente essere dedotto dalle Figure 4.8 e 4.9, il valore ottimo di $\tilde{\tau}$ è tra 60% e 70%, al quale corrisponde anche il valore massimo della media sul pannello per diversi valori di SNR . Questa scelta assicura il valore massimo di Q_T , senza perdere informazioni sul pannello spostato. La scelta di una soglia $\tilde{\tau} < 60\%$ implica una eccessiva riduzione delle armoniche. Questo permette una forte riduzione nell'ampiezza delle oscillazioni indesiderate, ma produce anche una perdita rilevante di informazione. La scelta

di una soglia $\tilde{\tau} > 70\%$ permette anche un miglioramento rispetto ai risultati non filtrati, ma il filtraggio del rumore non è efficace.

Naturalmente queste considerazioni hanno un senso a patto che Q_T sia grande abbastanza da evitare che la posizione del pannello spostato e la misura dello spostamento siano completamente nascosti dal rumore. Questo succede quando $Q_T < 2$, ossia quando il rumore sul riflettore, espresso da RMS_U , diventa superiore alla metà del RMS calcolato solo sul pannello test, espresso da RMS_p . In questo caso la scelta della soglia $\tilde{\tau}$ è inutile.

In Figura 4.10 è mostrata la mappa della superficie con il pannello test spostato di 0.2 mm , dopo che il rumore è stato filtrato con la soglia $\tilde{\tau} = 65\%$. Da ciò segue che il numero delle armoniche si reduce, rispetto al caso in Figura 4.7, da 211 a 87 e il numero dei valori singolari da 3451 a 2317.

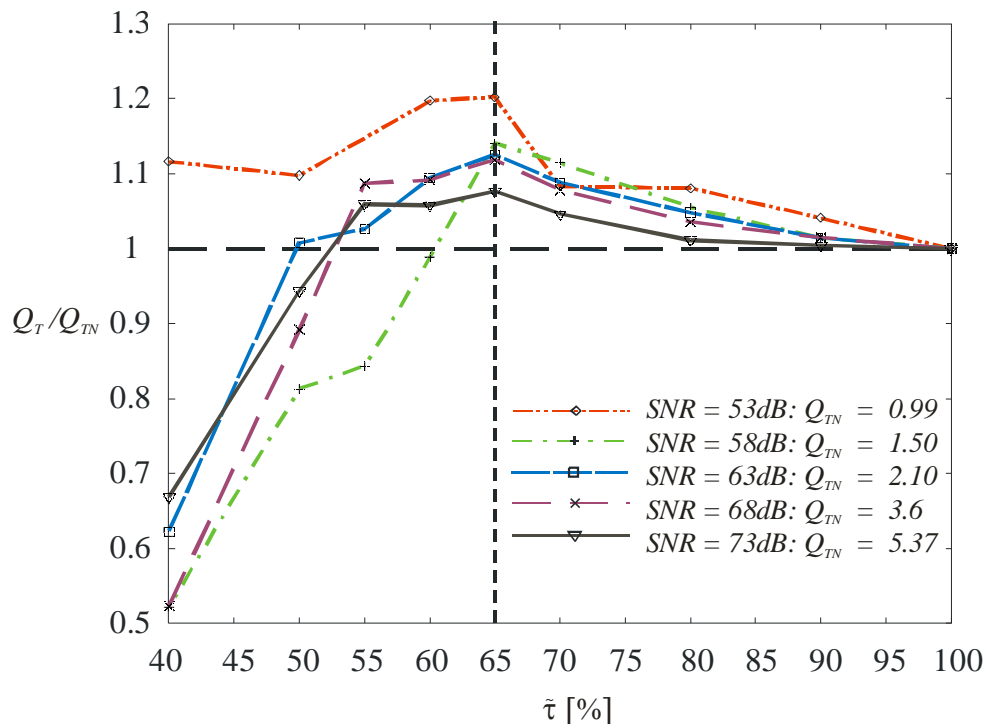


Figura 4.8 Andamento di Q_T normalizzato ($Q_{TN} = Q_T(\tilde{\tau} = 100\%)$) per diversi valori di SNR .

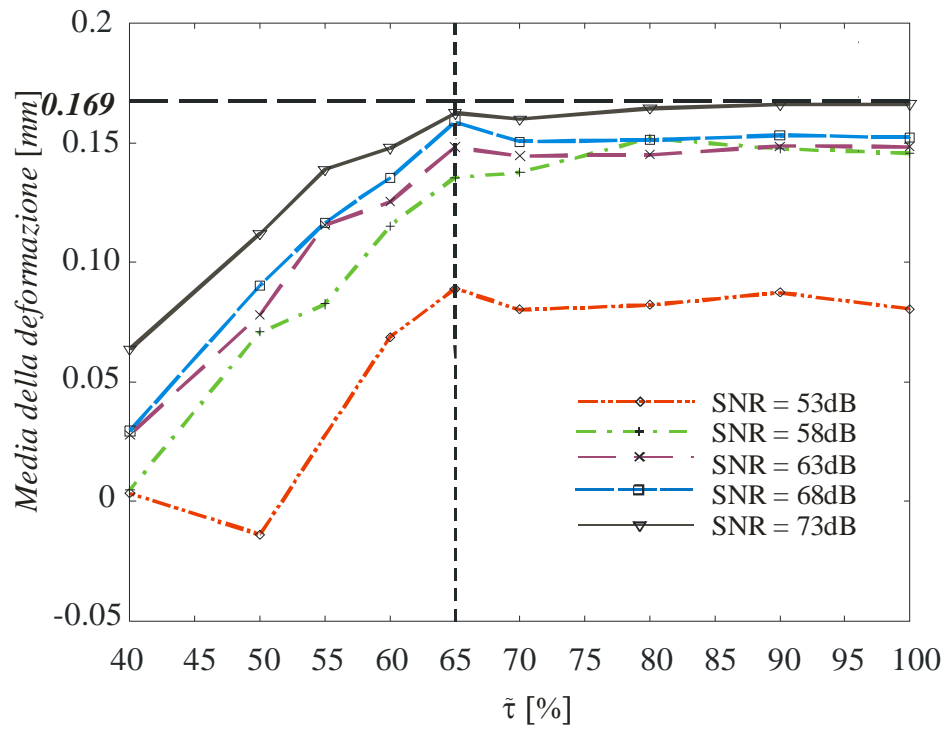


Figura 4.9 Media della deformazione del pannello test al variare di τ per diversi valori di SNR .

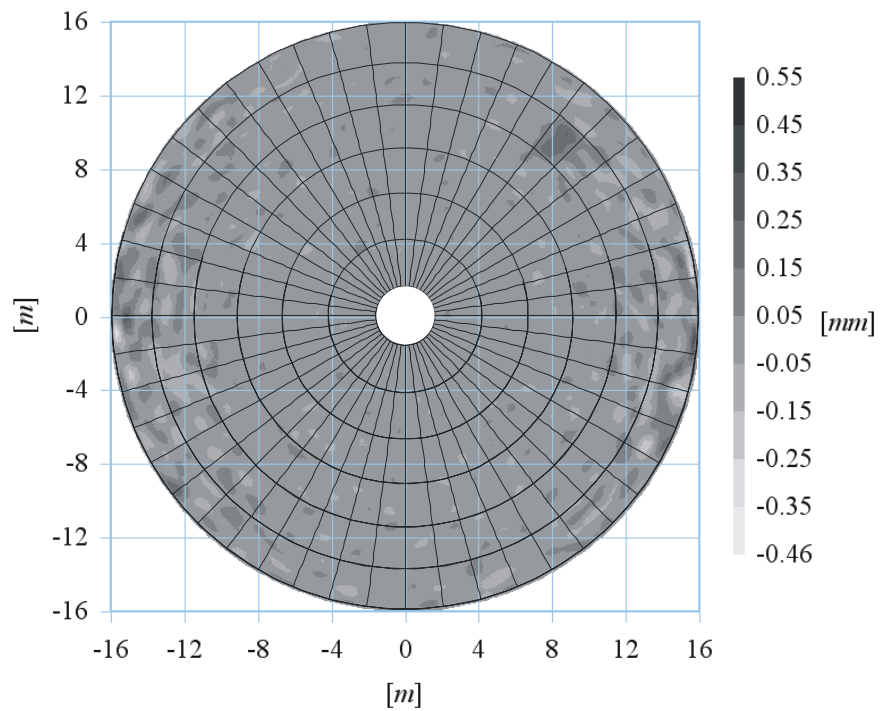


Figura 4.10 Mappa della superficie del riflettore con una deformazione di 0.2 mm sul pannello test e con $SNR = 68\text{ dB}$, ricostruita col metodo basato sulla SVD, dopo il taglio delle “armoniche rumorose”.

Come già accennato in precedenza, lo schema di regolarizzazione della SVD permette una buona robustezza al rumore e questa è la ragione principale di un valore alto della soglia $\tilde{\tau}$ ottimale. In altri termini, questo significa che solo le armoniche rumorose più alte devono essere trascurate, perchè una sorta di pre-filtraggio del rumore viene già considerato nella scelta del numero g_i dei valori singolari.

In Figura 4.11 è mostrata la mappa della superficie ricostruita con la tecnica standard a partire dagli stessi dati rumorosi ($SNR = 68 \text{ dB}$), utilizzati per la ricostruzione delle deformazioni nella mappa della superficie in Figura 4.10. Da un primo confronto qualitativo tra le Figure 4.10 e 4.11, risulta che in entrambe le mappe la posizione e la misura della deformazione sul pannello test è parzialmente riconoscibile a causa dell'effetto del rumore.

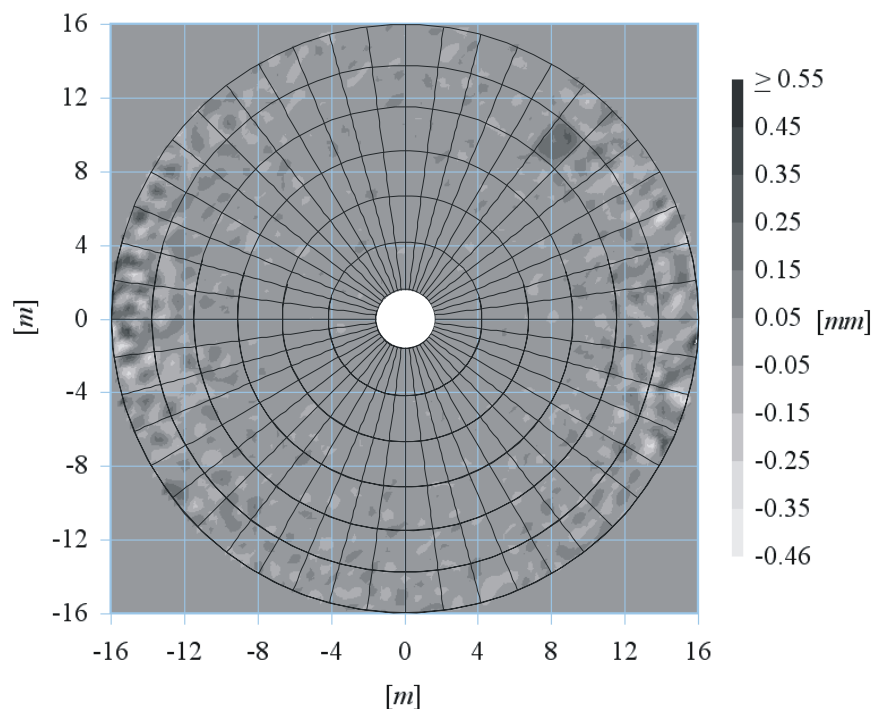


Figura 4.11 Mappa della superficie del riflettore con deformazione di 0.2 mm sul pannello test e con $SNR = 68 \text{ dB}$, ricostruita mediante la tecnica standard.

Sfruttando il fatto che la superficie del riflettore è suddivisa in pannelli, è possibile fare un confronto più significativo con una migliore rappresentazione,

che, in questo caso, si può ottenere sostituendo tutti i punti appartenenti a ciascun pannello con il loro valore medio. In questo modo si ottengono le Figure 4.12 e 4.13. Questo tipo di rappresentazione consente di individuare con maggiore chiarezza la deformazione nel pannello test e anche di capire dove l'effetto del rumore incide maggiormente, come risulta dalle Figure 4.14 e 4.15. Inoltre, per un confronto quantitativo tra le ricostruzioni ottenute con le due diverse tecniche, si faccia riferimento alle Tabella 4.3 e 4.4. In queste due tabelle sono riassunti i risultati per differenti valori di SNR e, nelle Figure 4.14 e 4.15, sono mostrate le corrispondenti mappe ricostruite.

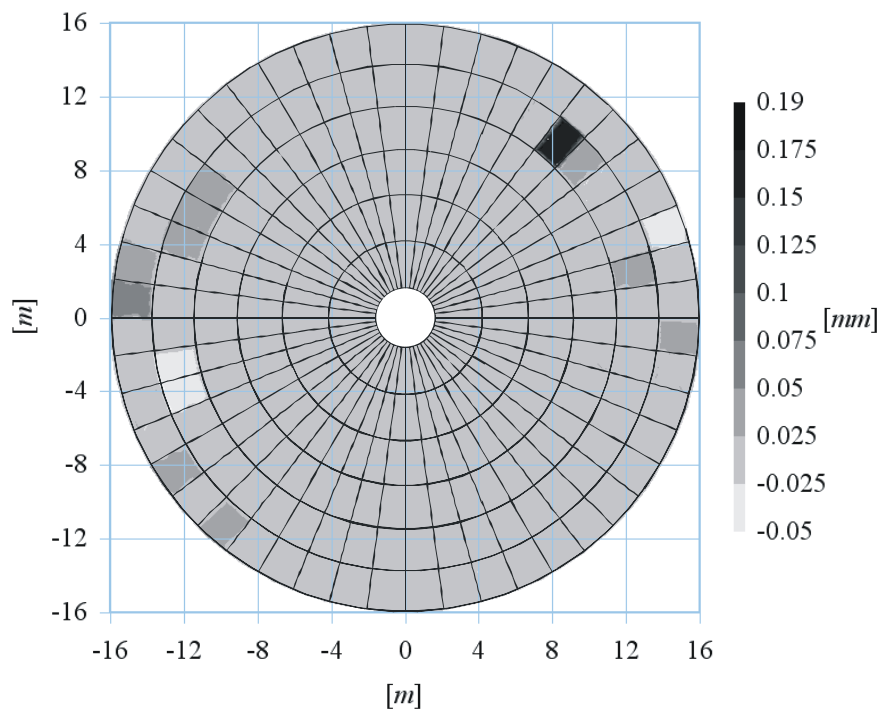


Figura 4.12 Mappa della superficie del riflettore dove tutti i punti di ogni pannello della mappa in Figura 4.10 sono sostituiti con il valore medio.

Finora il parametro Q_T , ossia il rapporto tra l' RMS calcolato sul pannello test (RMS_p) e l' RMS all' esterno del pannello nel resto del riflettore (RMS_U), è stato utilizzato come parametro per valutare quando fosse utile scegliere la soglia $\tilde{\tau}$ e quindi applicare il taglio delle armoniche rumorose. Tuttavia, Q_T può

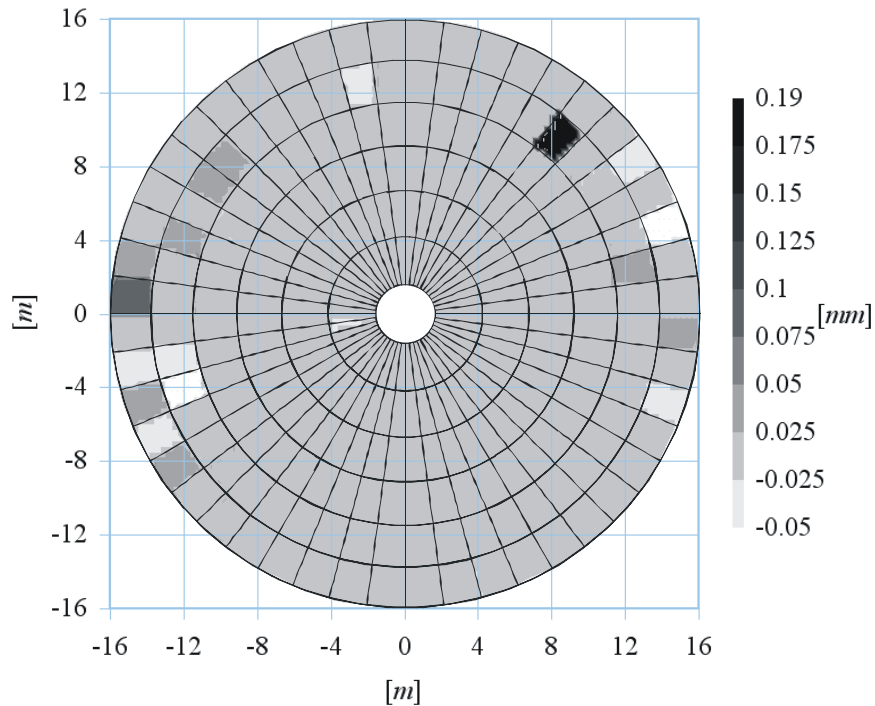


Figura 4.13 Mappa della superficie del riflettore dove tutti i punti di ogni pannello della mappa in Figura 4.11 sono sostituiti con il valore medio.

ancora essere utilizzato come parametro di qualità delle mappe ricostruite con le due tecniche e per il confronto tra queste. Per questa ragione è stato riportato nelle Tabelle 4.3 e 4.4, insieme alla media sul pannello test e al RMS_U .

Dai risultati riassunti in queste due tabelle, si evince che per $Q_T > 2$ entrambe le tecniche ricostruiscono con buona precisione la posizione e la misura dello spostamento del pannello test, dimostrando una buona robustezza al rumore fino a valori di $SNR \geq 63 \text{ dB}$, si vedano le mappe con 63 dB , 68 dB e 73 dB nelle Figure 4.14 e 4.15. Per valori di $Q_T < 2$, si ottiene, invece, che entrambe le tecniche non riescono a filtrare il rumore quando il valore del $SNR < 63 \text{ dB}$, come nei casi evidenziati in rosso nelle Tabelle 4.3 e 4.4. In questi casi, infatti, il rumore diventa confrontabile con la deformazione ricostruita nel pannello test, e

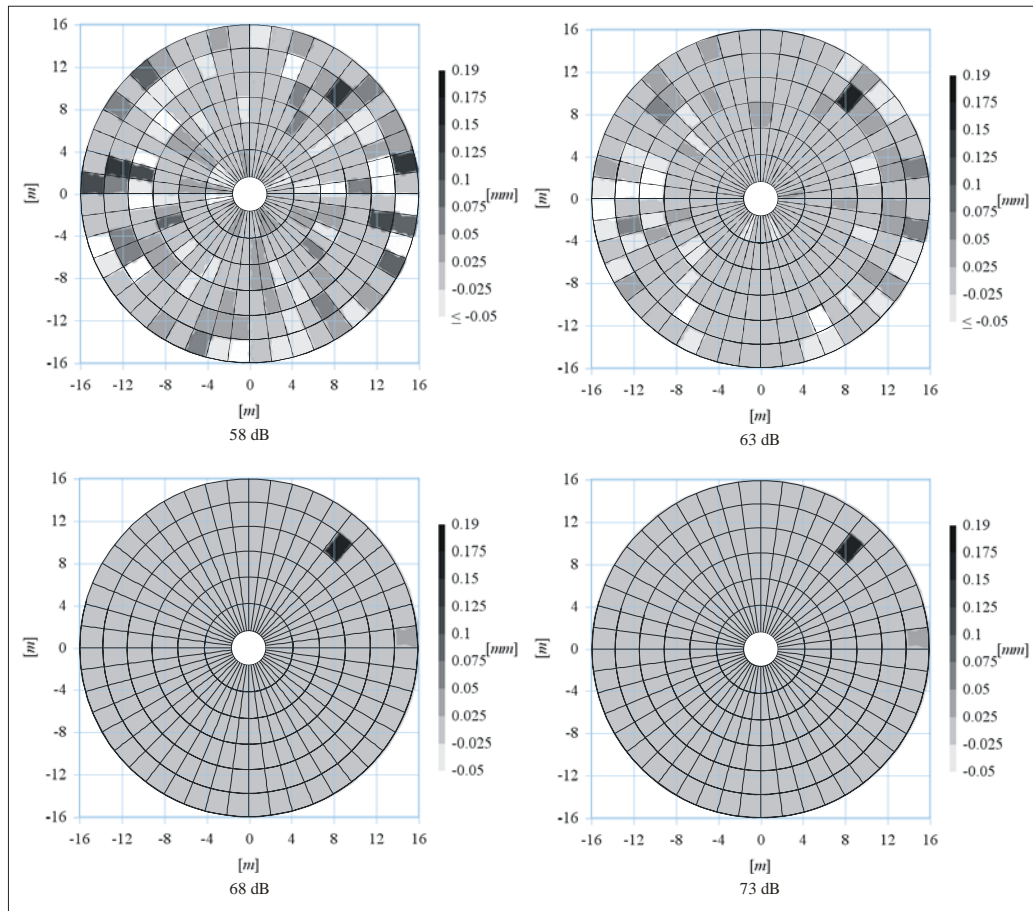


Figura 4.14 Mappe della superficie del riflettore con una deformazione di 0.2 mm del pannello test, per diversi valori di SNR , ricostruite con la tecnica basata sulla SVD. In ciascuna di queste mappe i punti appartenenti ad ogni pannello sono sostituiti dal valore medio.

$SNR [dB]$	$\tilde{\tau}\%$	$RMS_U [mm]$	Media [mm] (pannello test)	Q_T	N_A	N_v
53	65	0.229	0.079	1.17	-	-
58	65	0.124	0.149	1.23	71	2020
63	65	0.065	0.160	2.61	85	2310
68	65	0.041	0.157	3.96	87	2317
73	65	0.028	0.161	5.92	105	2640
∞	-	0.003	0.169	53.44	211	3451

Tabella 4.3 Riepilogo dei risultati ottenuti per differenti valori di SNR , nel caso della mappa con deformazione di 0.2 mm ricostruita con la tecnica basata sulla SVD. N_A è il numero di armoniche utilizzate nella soluzione e N_v è il numero totale di valori singolari ottenuti.

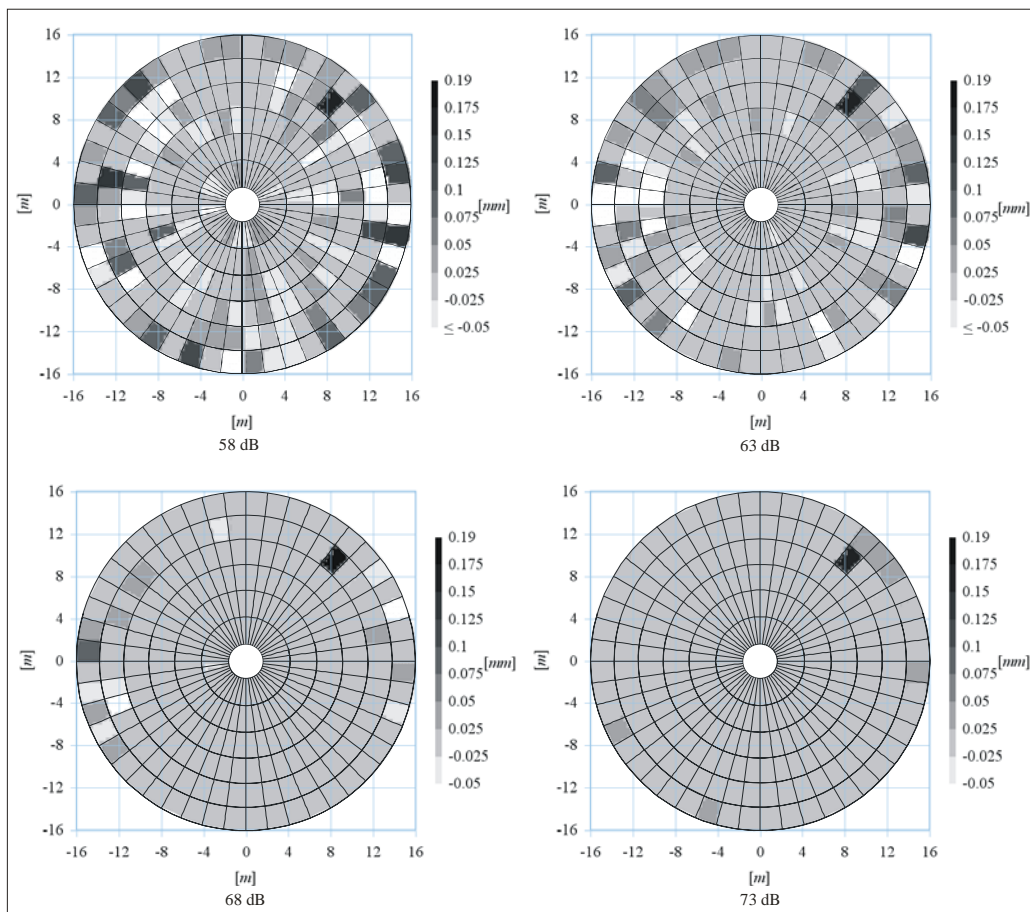


Figura 4.15 Mappe della superficie del riflettore con una deformazione di 0.2 mm del pannello test, per diversi valori di SNR , ricostruite con la tecnica standard. In ciascuna di queste mappe i punti appartenenti ad ogni pannello sono sostituiti dal valore medio.

SNR [dB]	RMS_U [mm]	Media [mm] (pannello test)	Q_T
53	0.229	0.040	1.25
58	0.133	0.161	1.56
63	0.075	0.170	2.47
68	0.047	0.171	3.91
73	0.031	0.179	5.64
∞	0.003	0.185	61

Tabella 4.4 Riepilogo dei risultati ottenuti per differenti valori del rumore SNR , nel caso della mappa con deformazione di 0.2 mm ricostruita con la tecnica standard.

nel caso peggiore, $SNR = 53 \text{ dB}$, RMS_U diventa perfino maggiore della deformazione nominale. Per questa ragione, la mappa relativa a quest'ultimo caso non è stata inclusa nelle Figure 4.14 e 4.15, nelle quali, invece, è stata inclusa la mappa relativa alla ricostruzione delle deformazioni con $SNR = 58 \text{ dB}$.

Il confronto tra i risultati in Tabella 4.3 e quelli in Tabella 4.4 evidenzia anche che la tecnica basata sulla SVD ricostruisce una media della deformazione sul pannello test di poco inferiore rispetto alla media ricostruita dalla tecnica standard (per i casi $SNR \geq 58 \text{ dB}$, la differenza percentuale rispetto alla deformazione nominale di 0.2 mm , non supera il 9%). Inoltre, si può notare che i valori di Q_T nelle due tabelle sono sostanzialmente uguali, in particolare i valori di RMS_U calcolati in Tabella 4.13 sono di poco inferiori rispetto a quelli calcolati nella Tabella 4.14.

In sostanza, il confronto tra le due tecniche ha mostrato piccole differenze in termini di risoluzione e robustezza al rumore, evidenziando, tuttavia, che la tecnica basata sulla SVD fornisce la possibilità di legare il rumore sui dati alla risoluzione nella ricostruzione delle deformazioni. Infatti, vale la pena notare che il criterio di filtraggio delle “armoniche rumorose” del campo conduce esplicitamente ad una riduzione dei gradi di libertà del problema ai minimi quadrati, ad una riduzione dei valori singolari, si veda l'ultima colonna della Tabella 4.3, e quindi, nel rispetto della (4.1), ad una diminuzione della risoluzione sulla mappa delle deformazioni ricostruite.

Capitolo 5

Ricostruzione olografica da dati simulati in near-field

5.1 Descrizione delle simulazioni

In questo capitolo, sono descritte le simulazioni eseguite per verificare la validità della tecnica olografica basata sulla SVD a partire dai dati del campo simulati in zona di Fresnel, e direttamente usati nella procedura di ricostruzione della corrente indotta sulla superficie di un riflettore simmetrico.

L'approccio presentato nel Paragrafo 2.2 richiede che il campo in zona di Fresnel venga misurato (o simulato) in un insieme limitato di punti. Questo si può ottenere usando una sorgente puntiforme che riceve il campo dell' AUT, in modo equivalente a quanto avviene nelle misure (o simulazioni) in campo lontano, in quanto un satellite in zona di Fraunhofer può essere considerato come una sorgente puntiforme, in altri termini, con diagramma di radiazione isotropo. In pratica, in entrambi i casi si misura il campo dell' AUT utilizzando il teorema di reciprocità. Infatti, l'insieme limitato delle misure del campo si può ottenere muovendo l'AUT (cioè il riflettore parabolico) in azimuth ed elevazione, puntando l'antenna verso una sorgente trasmittente fissa, e poi misurando il segnale ricevuto dalla medesima AUT.

In particolare, le misure del campo in zona di Fresnel si effettuano utilizzando un probe, come una generica antenna di piccole dimensioni a basso guadagno, o una sorgente radio terrestre e, non è ovvio che un tale sorgente possa essere approssimata ad una sorgente puntiforme alla distanza dove ha inizio la regione di Fresnel.

Pertanto, bisogna chiedersi se la dimensione finita dell'antenna probe e, quindi, il suo pattern di radiazione non isotropo, può influire sui risultati ottenibili con la procedura di diagnostica sviluppata nel Paragrafo 2.2. In questo caso, nella tecnica olografica si dovrebbe includere una opportuna "probe compensation", [1],[18],[31-33], che tenga conto delle proprietà direttive del probe.

Tuttavia, nel modello presentato in questa tesi la "probe compensation" è stata trascurata assumendo il probe puntiforme. In realtà, questa assunzione risulta ragionevole dato che il modello in discussione suppone di effettuare una scansione sferica e, in zona di Fresnel, l'effetto della non isotropia del pattern non è grave perchè il probe è puntato fisicamente verso il centro dell'AUT durante tutte le misure [33].

In altri termini questo significa che, per la ricostruzione della superficie di un'antenna a riflettore, si può simulare il pattern in near-field dell'AUT con il software GRASP come è stato fatto nel Capitolo 4, e poi utilizzare i dati così generati nella (2.17).

Pertanto il pattern F_{NF} è stato calcolato con il software GRASP alla frequenza di 11.42 GHz , su una griglia di punti di misura nel sistema di riferimento terrestre (inclusa in una finestra di osservazione angolare compresa tra $\pm 1.25^\circ$), scelta alla distanza $r_D = 700 \text{ m}$ in zona di Fresnel dell'AUT. Infatti, si ha che $r_D > 693 \text{ m} \cong 0.62\sqrt{D^3/\lambda}$ e $r_D < 2D^2/\lambda \cong 78 \text{ km}$, utilizzando il riflettore di diametro $D = 32 \text{ m}$, illuminato da un dipolo Hertziano, il cui modello è stato già descritto nel Paragrafo 4.1.

In particolare, tra le diverse deformazioni imposte sul pannello test descritto in Figura 4.1, si è scelto di ricostruire la superficie con deformazione di 0.2 mm (circa $\lambda/130$ a 11.42 GHz); la mappa di questa superficie è riportata in Figura 5.1. Come per le ricostruzioni viste nel Capitolo 4, la mappa in Figura 5.1 è stata ottenuta dalla (3.27) come differenza tra la corrente su un riflettore nominale e la corrente incognita indotta sulla superficie dell'AUT.

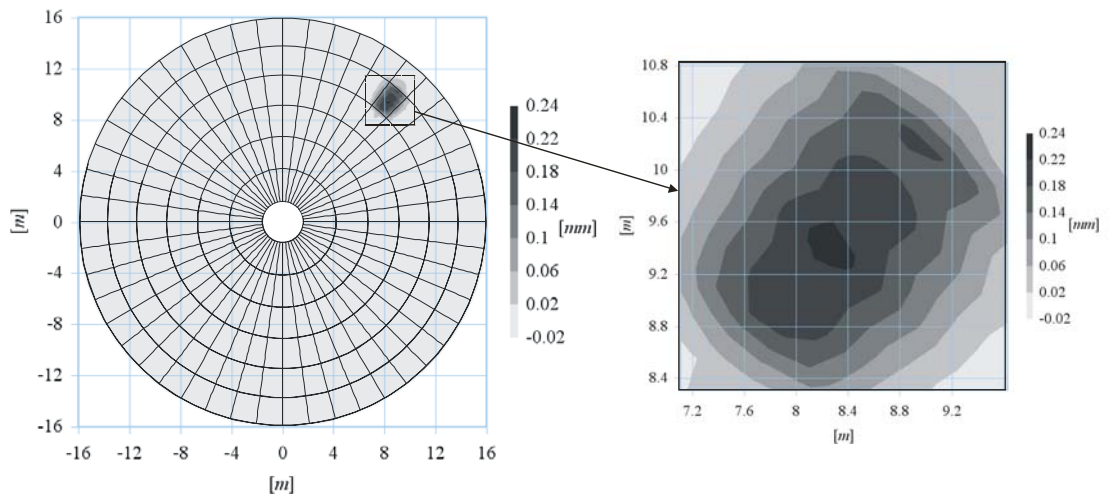


Figura 5.1 A sinistra, mappa delle deformazioni della superficie del riflettore ricostruita con la tecnica basata sulla SVD a partire da un insieme di dati misurati in near-field; a destra zoom della deformazione di 0.2 mm sul pannello test.

Le correnti sono state discretizzate utilizzando $N = 55$ punti nella coordinata radiale ρ , ossia con un passo di campionamento di $\Delta\rho \cong 0.3\text{ m}$, e il passo $\Delta\varphi$ nella coordinata φ tale che $\rho\Delta\varphi \cong 0.3\text{ m}$ per ogni circonferenza di raggio ρ .

Dato che la banda spaziale del campo radiato del riflettore non dipende dalla distanza alla quale è misurato il campo, si veda la (3.2), il numero totale di armoniche utilizzate per calcolare ciascuna corrente è ancora 211, come nel caso del numero di armoniche totale che è stato utilizzato per ricostruire la corrente nel Paragrafo 4.2 (le dimensioni del riflettore, la lunghezza d'onda e la larghezza del dominio di misura sono stati lasciati invariati). Inoltre, anche in questo caso, le armoniche con un solo valore singolare sono state trascurate.

Per ottenere una soluzione regolarizzata (ossia stabile e che dipenda con continuità dai dati acquisiti in near-field), il numero di condizionamento della matrice del sistema (3.14) è stato ridotto scegliendo \tilde{g} , il massimo numero di valori singolari per ogni armonica, in corrispondenza del ginocchio della curva che rappresenta l'andamento dei valori singolari, si veda la Figura 3.4.

Pertanto, il numero totale di valori singolari utilizzato per la ricostruzione della mappa in Figura 5.1 è risultato pari a 3388, per il quale, dalla (4.1), risulta che la risoluzione massima è di circa 0.58 m . In pratica, la risoluzione ottenuta è

uguale a quella calcolata per le mappe delle deformazioni mostrate nelle Figure 4.2 e 4.4, in quanto è stato utilizzato lo stesso numero di armoniche e circa lo stesso numero di valori singolari.

Inoltre, dai dati utilizzati per costruire la mappa in Figura 5.1, si ottiene che la media sul pannello test è 0.169 mm e l' RMS sul resto del riflettore è $RMS_U = 0.042\text{ mm}$. Le piccole differenze tra questi risultati e quelli ottenuti nelle Tabelle 4.1 e 4.2, nel caso particolare della deformazione di 0.2 mm sul pannello test, confermano la validità delle ipotesi fatte in questo paragrafo.

Il risultato ottenuto evidenzia che la tecnica olografica basata sulla SVD permette di ricostruire le deformazioni superficiali dell'AUT anche quando i dati sono acquisiti in near-field, con una complessità computazionale aggiuntiva minima. Infatti, a parità di discretizzazione della corrente sul riflettore e a parità di risoluzione nelle mappe ricostruite, la ricostruzione delle deformazioni della mappa in Figura 5.1 ha richiesto circa 7 sec , appena due secondi in più del tempo di elaborazione che è stato necessario per ricostruire la mappa in Figura 4.2.

5.2 Ricostruzioni olografiche da dati in near-field rumorosi

Per valutare la robustezza al rumore della tecnica basata sulla SVD anche quando il campo è simulato nella regione di Fresnel, in questo paragrafo viene utilizzato lo stesso insieme di dati che sono stati simulati nel Paragrafo 5.1, ai quali tuttavia è stato aggiunto del rumore gaussiano a media nulla (AWGN) di tipo complesso. Dato che il campo in zona di Fresnel ha una dinamica ridotta rispetto a quello in zona di Fraunhofer, l'effetto del rumore incide in maniera minore sul pattern in near-field rispetto a come incide sul pattern in far-field, soprattutto nella regione più esterna del dominio di misura. Per questa ragione, in questo paragrafo, i valori di SNR vengono scelti molto più bassi rispetto a

quelli considerati nel Paragrafo 4.3. In Figura 5.2, per esempio, è stato considerato un $SNR = 38 \text{ dB}$, 30 dB più basso rispetto a quello considerato nella Figura 4.6, relativa al modulo del pattern in far-field e al rumore per un $SNR = 68 \text{ dB}$.

Le considerazioni fatte nel Paragrafo 4.3, a proposito di come il rumore dai campioni del campo si propaghi alle armoniche $\underline{T}^{(i)}$ e come lo stesso rumore agisca in modo differente per ogni elemento di ciascuna armonica, ovviamente continuano a valere anche per i campioni simulati in campo vicino. Per questa ragione, il criterio di filtraggio delle armoniche rumorose può essere applicato anche nel caso del campo vicino.

Prima di fare questo, è mostrato un esempio di una mappa della superficie con deformazioni ricostruite, nel caso di dati in near-field rumorosi, mantenendo lo stesso numero di armoniche usate nel caso senza rumore. Questo risultato viene

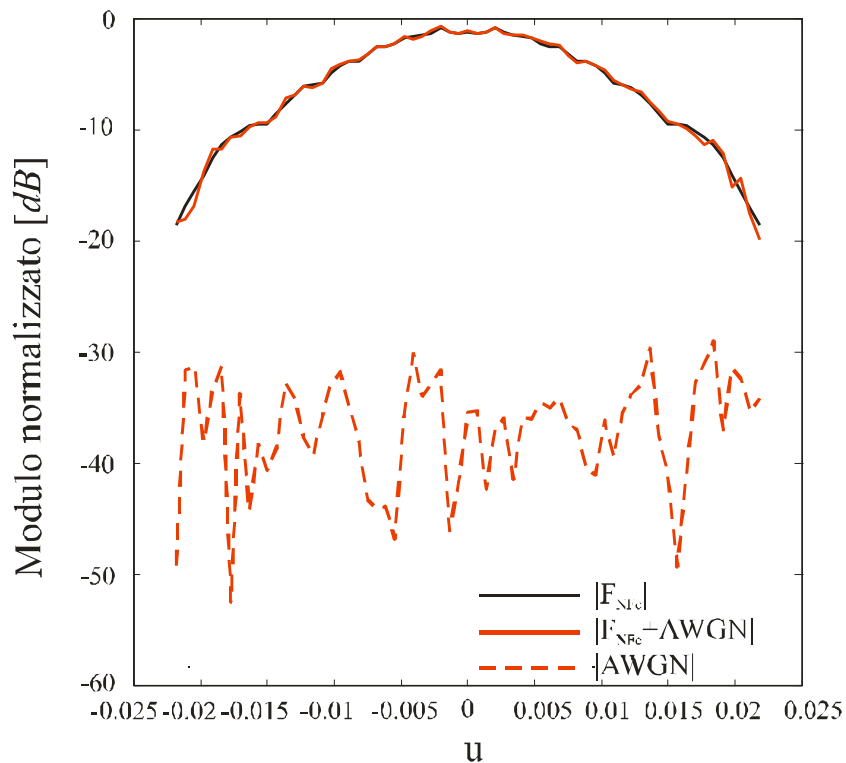


Figura 5.2 Modulo della co-polare del pattern F_{NF} in near-field, il modulo del rumore AWGN e il modulo risultante della co-polare del pattern rumoroso, per un $SNR = 38 \text{ dB}$.

mostrato in Figura 5.3, nel caso di una mappa con il pannello di test spostato di 0.2 mm , con un SNR pari a 43 dB .

Dopo di che, applicando il criterio del filtraggio allo stesso insieme di dati rumorosi, si trova che la soglia percentuale τ , che permette di ottenere il miglior rapporto Q_T senza perdere informazioni sul pannello spostato, è pari a $\tilde{\tau} = 55\%$. Pertanto, il taglio delle armoniche rumorose del campo riduce il numero totale delle armoniche da 211 a 148 e i valori singolari totali da 3388 a 3092. La mappa delle deformazioni ricostruite dopo il taglio delle armoniche rumorose è mostrata in Figura 5.4. Il miglioramento può essere meglio apprezzato dal confronto tra il Q_T prima e dopo il filtraggio, come riportato nelle Tabelle 5.1 e 5.2. Per un $SNR = 43\text{ dB}$, infatti, il Q_T è aumentato da 2.60, prima del filtraggio, a 2.76 dopo il filtraggio. Tale aumento è dovuto ad una diminuzione del RMS_U , ossia ad una diminuzione del rumore all'esterno del pannello test.

Nelle Tabelle 5.1 e 5.2 sono riassunti, inoltre, i risultati relativi alle mappe delle deformazioni per valori di SNR pari a 33 dB , 38 dB , 48 dB e 53 dB . Da una analisi quantitativa di questi risultati si evince che il criterio del filtraggio e, quindi, la scelta della soglia, fornisce dei buoni risultati quando $Q_T > 2$, ossia per valori di $SNR \geq 43\text{ dB}$ (si vedano le mappe relative ad un SNR di 43 dB , 48 dB e 53 dB riportate in Figura 5.5); invece per $Q_T < 2$, si vedano le righe evidenziate in rosso nelle Tabelle 5.1 e 5.2, la scelta della soglia diventa inutile. Infatti, un $SNR < 43\text{ dB}$ causa un RMS_U che è confrontabile con la deformazione di 0.2 mm e non permette di distinguerla dalle deformazioni causate dal rumore presenti negli altri pannelli (come mostrato in Figura 5.5 per la mappa delle deformazioni ricostruite con un $SNR = 38\text{ dB}$).

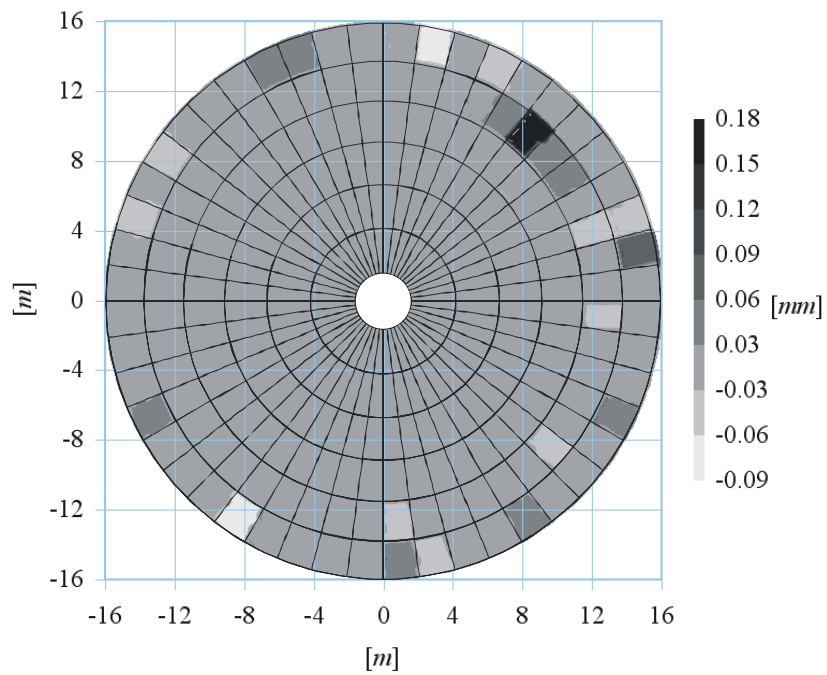


Figura 5.3 Mappa della superficie del riflettore con una deformazione di 0.2 mm sul pannello test, per un $SNR = 43\text{ dB}$, ricostruita prima del taglio delle “armoniche rumorose”. Nella mappa i valori dei punti appartenenti a ciascun pannello sono sostituiti con il valore medio.

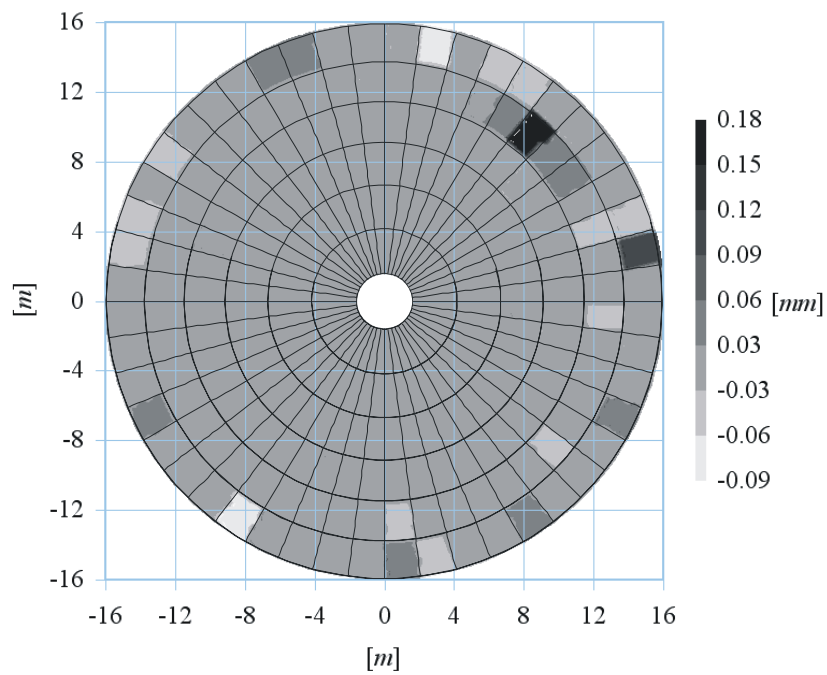


Figura 5.4 Mappa della superficie del riflettore con una deformazione di 0.2 mm sul pannello test, per un $SNR = 43\text{ dB}$, ricostruita dopo il taglio delle “armoniche rumorose”. Nella mappa i valori dei punti appartenenti a ciascun pannello sono sostituiti con il valore medio.

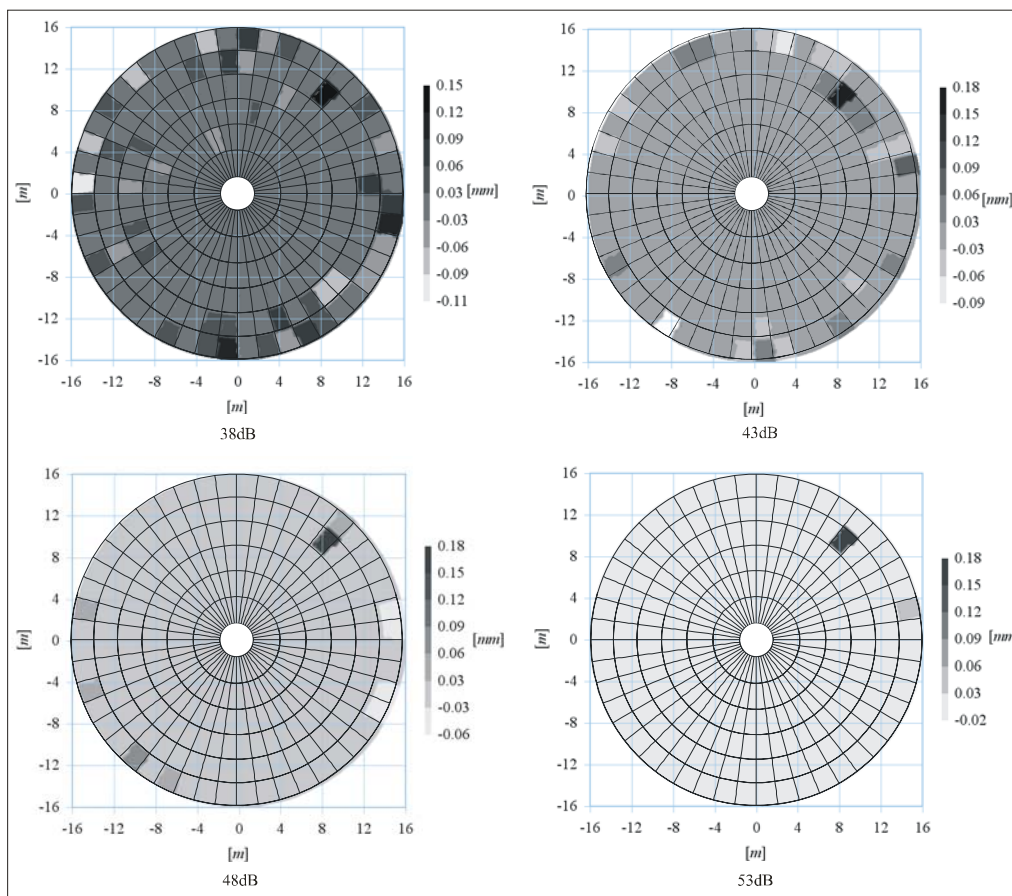


Figura 5.5 Mappe della superficie del riflettore con una deformazione di 0.2 mm del pannello test, per diversi valori di SNR , ricostruite dopo il taglio delle armoniche rumorose. In ciascuna di queste mappe i punti appartenenti ad ogni pannello sono sostituiti dal valore medio. Si faccia riferimento alla Tabella 5.2.

$SNR [dB]$	$\tilde{\tau}\%$	$RMS_U [mm]$	Media [mm] (pannello test)	Q_T	N_A	N_V
33	-	0.254	0.131	1.05	211	3388
38	-	0.165	0.134	1.20	211	3388
43	-	0.070	0.174	2.60	211	3388
48	-	0.049	0.169	3.67	211	3388
53	-	0.032	0.163	5.34	211	3388
∞	-	0.004	0.169	44	211	3388

Tabella 5.1 Riepilogo dei risultati ottenuti per differenti valori di SNR , nel caso della mappa con deformazione di 0.2 mm ricostruita a partire da un insieme di dati in campo vicino, prima del taglio delle armoniche rumorose.

$SNR [dB]$	$\tilde{\tau} \%$	$RMS_U [mm]$	$Media [mm]$ (<i>pannello test</i>)	Q_T	N_A	N_v
33	55	0.207	0.109	0.94	70	1958
38	55	0.126	0.124	1.24	98	2503
43	55	0.065	0.174	2.76	148	3092
48	55	0.048	0.169	3.75	191	3326
53	55	0.006	0.161	28	210	3386
∞	-	0.004	0.169	44	211	3388

Tabella 5.2 Riepilogo dei risultati ottenuti per differenti valori di SNR , nel caso della mappa con deformazione di 0.2 mm ricostruita a partire da un insieme di dati in campo vicino, dopo il taglio delle armoniche rumorose.

Capitolo 6

Considerazioni conclusive

6.1 Conclusioni

In questa tesi è stata analizzata e testata una tecnica di soluzione per il problema della ricostruzione olografica della superficie delle antenne a riflettore basata sulla decomposizione a valori singolari (SVD). L'applicazione di questa tecnica ai riflettori parabolici centrati offre una valida alternativa alla tecnica standard basata sulla inversione della trasformata di Fourier e, al contrario di questa, non richiede l'approssimazione parassiale. In questo modo è stato possibile proporre una nuova formulazione della relazione tra il campo e la corrente indotta sulla superficie di un riflettore a partire da dati misurati (o simulati) in zona di Fraunhofer oppure in zona di Fresnel, tuttavia senza richiedere la trasformazione NF-FF.

A differenza della semplice formulazione della tecnica standard, la tecnica alternativa proposta richiede una formulazione più complicata, in quanto deve trovare una soluzione ad un problema inverso discreto mal-condizionato. Tuttavia, l'utilizzo della SVD per il calcolo di questa soluzione ha permesso di creare uno schema di regolarizzazione flessibile, che può legare il rumore nei dati alla risoluzione sulla superficie ricostruita, e questo mantenendo il tempo di elaborazione limitato a pochi secondi.

I risultati mostrati nel Capitolo 4 evidenziano che tra la tecnica basata sulla SVD e la tecnica standard non ci sono grandi differenze in termini di ricostruzione della posizione e della misura delle deformazioni imposte, né tanto meno in termini di risoluzione. Entrambe le tecniche a parità di risoluzione ($\sim 60\text{ cm}$ per entrambe) hanno ricostruito con buona precisione deformazioni

fino a $\sim \lambda/260$. Inoltre, da un'analisi approfondita in presenza di diversi livelli di rumore di tipo gaussiano bianco complesso, la tecnica basata sulla SVD è risultata robusta fino a un $SNR \geq 63 \text{ dB}$, al pari della tecnica standard.

Le diverse fasi di sviluppo della tecnica basata sulla SVD e i risultati che man mano sono stati ottenuti a partire da dati simulati in far-field con il software GRASP, sono stati presentati in [34] e poi pubblicati in [35-38].

I risultati mostrati nel Capitolo 5 evidenziano, inoltre, che il maggior vantaggio della tecnica basata sulla SVD sta proprio nella capacità di ricostruire le deformazioni della superficie di un riflettore con grande precisione e accuratezza, anche utilizzando i dati simulati in near-field, e con un incremento del tempo di elaborazione irrisorio. Inoltre, i vantaggi che derivano dalle misure in campo vicino, ossia un segnale più forte e una dinamica ridotta rispetto al campo in far-field, hanno permesso di ottenere un miglioramento della robustezza al rumore della tecnica olografica fino a $SNR \geq 43 \text{ dB}$.

Questi aspetti sono di notevole importanza per la tecnica proposta in questa tesi, perché bilanciano una formulazione più complicata, con la possibilità di utilizzare i dati, ottenuti con una scansione sferica in zona di Fresnel, direttamente nella procedura di inversione, e senza dover far ricorso alla trasformazione NF-FF.

La tecnica olografica basata sulla SVD presentata in questa tesi è oramai matura per un collaudo con dati e strutture reali.

6.2 Sviluppi futuri

In prospettiva futura, un altro aspetto della tecnica olografica basata sulla SVD merita di essere analizzato e approfondito. Come già descritto, nel Paragrafo 2.2 la (2.17), ossia la relazione tra il pattern in near-field e la corrente indotta sul riflettore dipende dal parametro r che esprime la distanza tra il probe e l'AUT. In prima analisi, in questa tesi si è supposto che tale parametro fosse fissato

supponendo che nella scansione sferica la distanza non vari. In realtà, la (2.17) può essere utilizzata anche facendo variare r in funzione dell'angolo θ di puntamento dell'AUT. Questo è l'aspetto che merita di essere approfondito e sul quale si sta lavorando per una futura pubblicazione.

Infine, durante l'attività di ricerca del dottorato è stata esaminata anche la possibilità di implementare l'olografia a microonde per il monitoraggio della superficie di riflettori centrati, oppure offset, tramite l'utilizzo del metodo modificato di Backus-Gilbert [39]. L'applicazione di questo metodo, al contrario delle tecniche olografiche già note, permette la ricostruzione della deformazione in un punto sul riflettore indipendentemente dagli altri. In questo modo, è consentito un monitoraggio anche parziale dell'intera superficie, limitando la complessità computazionale e il tempo di calcolo, nel caso in cui si voglia investigare su una particolare regione del riflettore. A differenza delle altre tecniche note, il metodo modificato di Backus-Gilbert comporta un carico computazionale più elevato a parità di punti soluzione, ma allo stesso tempo offre la possibilità di eseguire il codice in parallelo, su piattaforma multiprocessore.

Questo nuovo modo di affrontare la soluzione al problema della ricostruzione delle deformazioni sulla superficie di un riflettore rappresenta un argomento di ricerca sulla quale vale la pena investigare ulteriormente.

BIBLIOGRAFIA

- [1] C. A. Balanis, *Antenna Theory, Analysis and Design*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1997.
- [2] J. Ruze, "Antenna Tolerance Theory – A Review". *IEEE Proceedings*, Vol. 54, No. 4, April 1966, pp. 633-640.
- [3] A. Orfei, M. Morsiani, G. Zacchioli, G. Maccaferri, J. Roda e F. Fiocchi "An Active Surface for Large Reflector Antennas". *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 46, No. 4, August 2004, pp. 11-19.
- [4] E. Cenacchi, *SRT Project Book*, May 2007, Pagina Web www.ca.astro.it/srt/project-book.
- [5] J. W. M. Baars, R. Lucas, J. G. Mangum, and J. A. Lopez-Perez "Near-Field Radio Holography of Large Reflector Antennas". *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 49, No. 5, October 2007, pp. 1-14.
- [6] P. Bolli, G. Grueff "Correcting Secondary Mirror Surface Errors in a Cassegrain Radiotelescope Using an 'Active' Primary Mirror". *Electronics Letters*, 39, 5, March 6, 2003, pp. 416-417.
- [7] M. J. Kesteven, B. F. Parsons, and D.E. Yabsley, "Antenna Reflector Metrology," *IEEE Trans. Antennas Propagation.*, Vol. 36, October 1988 pp. 1481-1484.
- [8] R. Subrahmanyam, "Photogrammetric Measurement of the Gravity Deformation," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, Vol. 53, August 2005, pp. 2590-2596.
- [9] P. F. Scott and M. Ryle, "A rapid method for measuring the figure of a radio telescope reflector," *Royal Astronom. Soc. Monthly Notices*, Vol. 178, 1977, pp. 539-545.
- [10] Y. Rahmat-Samii, "Surface diagnosis of large reflector antennas using microwave holographic metrology," *Radio Science*, Vol.19, Sept-Oct.1984, pp. 1205-1217.

- [11] D. Morris: "Phase Retrieval in the Radio Holography of Reflector Antennas and Radio Telescopes," *IEEE Trans. Antennas Propagation.*, Vol. 43, Nov. 1995, pp. 1217-1225.
- [12] O. M. Bucci, G. D'Elia, and G. Romito, "Reflector Distortions Diagnosis from Far-Field Amplitude Pattern", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 33, , July 1985, pp. 749-755.
- [13] J. C. Bennet, A. P. Anderson, P. A. McInnes, and A. J. T. Whitaker, "Microwave Holographic Metrology of Large Reflector Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagation.*, Vol. 24, May 1976, pp. 295-303.
- [14] J. A. Lopez-Perez, "Sistemas de Holografia de Microondas para Caracterizacion de Superficies Reflectoras", *Informe Técnico OAN 2004-1-3-4*. Pagina web:
http://www.fomento.es/MFOM/LANG_CASTELLANO/DIRECCIONES_GENERALES/INSTITUTO_GEOGRAFICO/Astronomia/Investigacion/publicaciones/informes/IT-2004-2006.htm#2004
- [15] Y. Rahmat-Samii and V. Galindo-Israel, "Shaped Reflector Antenna Analysis Using the Jacobi-Bessel Series," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, Vol. 28, 1980, pp. 425-435.
- [16] A. Papoulis, "A New Algorithm in Spectral Analysis and Band-limitedE," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, Vol. CAS-22, Sep. 1975, pp. 735-742.
- [17] Y. Rahamat-Samii and J. Lemanczyk, "Application of Spherical Near-Field Measurements to Microwave Holographic Diagnosis of Antennas", *IEEE Trans. Antennas Propagation*, Vol. 36, No. 6, June1988, pp. 869-878.
- [18] O.M. Bucci, F. D'Agostino, C. Gennarelli, G. Riccio, C. Savarese, "Data reduction in the NF-FF transformation technique with spherical scanning", *Journal Electromagn. Waves Appl.*, Vol. 15, 2001, pp. 755-775.
- [19] A.C. Ludwig, "The Definition of Cross-Polarization," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 21, Jan. 1973, pp. 116-119.
- [20] C. Hansen, *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems*, SIAM, New York, 1998.

- [21] C. Bertero, C. Mol, E. R. Pike: “Linear Inverse Problems With Discrete Data. I,” *Inverse Problems*, Vol. 1, Jul. 1985, pp.301-330.
- [22] C. Bertero, C. Mol, E. R. Pike: “Linear Inverse Problems With Discrete Data. II,” *Inverse Problems*, Vol. 4, Oct. 1987, pp.573-594.
- [23] O. M. Bucci, G. Franceschetti, “On the Spatial Bandwidth of Scattered Fields,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 35, Dec. 1987, pp.1445-1455.
- [24] G. Serra, M. Loi, G. Montisci, P. Bolli, “Ricostruzione Olografica di Grandi Antenne a Riflettore mediante Metodo Iterativo-Perturbativo basato sulla SVD”; *XVI Riunione Nazionale di Elettromagnetismo*, Genova, Settembre 2006.
- [25] O. M. Bucci, G. Di Massa: “The Truncation Error in the Application of Sampling Series to Electromagnetic Problems,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 36, July 1988, pp. 941-949.
- [26] D. C. Ghiglia, M. D. Pritt, *Two Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms and Software*. New York, John Wiley and Sons, 1998.
- [27] D. C. Ghiglia and L. A. Romero, “Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods,” *J. Opt. Soc. Amer. A*, Vol. 11, pp. 107–117, 1994.
- [28] Strand, J., Taxt, T., Jain, A.K., Two-Dimensional Phase Unwrapping Using a Block Least-Squares Method, Vol. 8, No. 3, pp. 375-386, March 1999.
- [29] Pagina web della TICRA: <http://www.ticra.com>
- [30] D. J. Rochblatt, Y. Rahmat-Samii, “Effects of Measurement Errors on Microwave Antenna Holography,” *IEEE Trans. Antennas Propagation*, Vol. 39, July 1991, pp. 933-942.
- [31] D. T. Paris, W. M. Leach, Jr., and E. B. Joy, “Basic Theory of Probe-Compensated Near-Field Measurements,” *IEEE Trans. Antennas Propagation*, Vol. 26, No.3, May 1978, pp. 373-379.
- [32] E. B. Joy, W. M. Leach, Jr., G. P. Rodrigue, and D. T. Paris ,“Application of Probe-Compensated Near-Field Measurements,” *IEEE Trans. Antennas Propagation*, Vol. 26, No.3, May 1978, pp. 379-389.

- [33] C. Gennarelli, G. Riccio, F. D'Agostino, F. Ferrara, *Near-Field-Far-Field Transformation Techniques*, CUES, Vako e-press, Napoli, Novembre 2004.
- [34] G. Mazzearella, G. Serra: "An SVD approach to large reflector diagnostics", *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2005 IEEE* Vol. 2B, Washington D.C., July 3-8, 2005, pp. 756 - 758
- [35] G. Mazzearella, G. Serra, "Una tecnica olografica per la diagnostica di grandi antenne a riflettore", *Quaderni della SIEM*, Vol. 2, n. 2, Marzo 2006 pp. 127-134.
- [36] G. Mazzearella, G. Serra, "Ricostruzione di profili di riflettore usando la SVD", *Atti della Fondazione G. Ronchi*, Maggio-Agosto 2006, N. 3-4, pp. 333-336
- [37] G. Serra, G. Montisci, G. Mazzearella, P. Bolli, G. Tuccari "Investigation of a new approach to reflector profile retrieval", *Journal of the Italian Astronomical Society*, Vol. 10, Oct. 2006, pp.131-135.
- [38] P. Bolli, G. Mazzearella, G. Montisci, and G. Serra, "An Alternative Solution for the Reflector Surface Retrieval ", articolo accettato e in attesa di essere pubblicato in *Progress in Electromagnetics Research*, PIER, ..., 2008
- [39] G. Mazzearella, G. Montisci, N. Schirru, G. Serra, "A Backus-Gilbert approach to the reflector surface reconstruction", *2006 IEEE AP-S International Symposium*, July 9-14, 2006, Albuquerque, New Mexico, pp 1053-1056